ANNALEN DER PHYSIK




BERKELEY
LIBRARY
UNIVERSITY OF
CALIFORNIA



ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE.

BAND I.

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE.

BAND I.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT UND SIEBENUNDDREISSIGSTER.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN BERLIN

UND INSBESONDERE DES HERRN

H. HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON

G. WIEDEMANN.

NEBST VIER FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1877.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

12700

Inhalt.

Neue Folge. Band I.

Erstes Heft.

Seite

I. H. Knoblauch. Ueber die Reflexion der Wärmestrahlen von Metallen 1
II. R. Clausius. Ueber die Behandlung der zwischen linearen Strömen und Leitern stattfindenden ponderomotorischen und electromotorischen Kräfte nach dem electrodynamischen Grundgesetze 14
III. A. H. Pareau. Ueber die Dampfspannungen bei der Dissociation krystallwasserhaltiger Salze 39
IV. A. Winkelmann. Ueber die Temperaturcoefficienten der Wärmeleitung von Luft und Wasserstoff 63
V. H. Herwig. Ueber Bewegungserscheinungen an electrisirtem Quecksilber in Glasgefässen 73
VI. F. Braun. Ueber Abweichungen vom Ohm'schen Gesetz in metallisch leitenden Körpern 95
VII. E. Riecke. Zur Theorie der unipolaren Induction und der Plücker'schen Versuche 110
VIII. C. Pape. Die Wärmeleitung im einundeingliedrigen Kupfervitriol 126
IX. L. Lommel. Bemerkungen über die Polarisation des Regenbogens 147
X. E. Gerland. Zur Geschichte der Erfindung des Aräometers 150
XI. H. Baumhauer. Die Bedeutung der Rhomboëder- und Prismenflächen am Quarz 157
XII. R. Clausius. Nachträgliche Bemerkung 160

Geschlossen am 16. Mai 1877.

Zweites Heft.

Seite

I. E. Edlund. Ueber die electrischen Ströme, welche bei dem Strömen der Flüssigkeiten durch Röhren entstehen 161
II. F. Eisenlohr. Zur Metallreflexion 199
III. E. Ketteler. Beiträge zu einer endgültigen Feststellung der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes 206
IV. A. Wüllner. Ueber die electrische Influenz auf nichtleitende feste Körper 247
V. W. Hankel. Ueber die thermoelectrischen Eigenschaften des Gypses, des Diopsids, des Orthoklases, des Albits und des Periklins 276
VI. W. Hankel. Ueber das magnetische Verhalten des Nickels und des Kobaltes 285
VII. J. Puluj. Ueber die Abhängigkeit der Reibung der Gase von der Temperatur 296
VIII. K. Antolik. Ueber electrische Rauchfiguren 310
IX. Meyerstein. Apparat zur Bestimmung der Brennweite sphärischer Linsen und Linsensysteme 315
X. G. Helm. Erklärung 319
XI. Munk. Blitzableiter im Alterthum 320

Geschlossen am 17. Juni 1877.

Drittes Heft.

I. J. Fröhlich. Die Polarisation des gebeugten Lichtes . 321
II. E. Ketteler. Notiz, betreffend die Dispersionscurve der Mittel mit mehr als Einem Absorptionsstreifen 340
III. P. Glan. Ueber ein neues Photometer 351
IV. A. Wüllner. Ueber die electrische Influenz auf nichtleitende feste Körper 361
V. W. Hankel. Ueber das electrische Verhalten der in Wasser oder Salzlösungen getauchten Metalle bei Bestrahlung durch Sonnen- oder Lampenlicht 402
VI. W. Hankel. Notiz über einen Wechsel in der Richtung des Polarisationsstromes nach Durchleitung von abwechselnd entgegengesetzt gerichteten galvanischen Strömen 429
VII. A. Winkelmann. Ueber Dampfspannungen homologer Reihen und das Kopp'sche Gesetz constanter Siedepunktsdifferenzen 430

Seite

VIII. J. J. Mackenzie. Ueber die Absorption der Gase durch Salzlösungen 438

IX. J. G. Wallentin. Zur Theorie der Wirkung von Cylinderspiralen mit variabler Windungszahl 452

X. E. H. v. Baumhauer. Ueber den Diamanten 462

XI. R. Wolf. Zur Geschichte der Erfindung des Fernrohrs 478

XII. Eilhard Wiedemann. Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften bei den Arabern. III. 480

Geschlossen am 7. Juli 1877.

Viertes Heft.

I. P. Silow. Experimentelle Untersuchung über schwach magnetische Körper 481

II. R. Clausius. Ueber einen allgemeinen Satz in Bezug auf electrische Influenz 493

III. A. F. Berggren. Ueber die electrische Leitungsfähigkeit der Electrolyten 499

IV. J. Tollinger. Bestimmung der electrischen Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten mit constantem Strome . . 510

V. H. Herwig. Ueber die sogenannte Unipolarität der Flammenleitung und über wirklich unipolare electrische Erscheinungen 516

VI. J. G. Wallentin. Weitere Bemerkungen zur Theorie der Wirkung von Cylinderspiralen mit variabler Windungszahl 545

VII. E. Ketteler. Beiträge zu einer endgültigen Feststellung der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes . . 556

VIII. A. Wüllner. Ueber die specifische Wärme des Wassers nach Versuchen des Hrn. W. v. Münchhausen 592

IX. H. Grassmann. Ueber die physikalische Natur der Sprachlaute 606

X. G. Hüfner. Ueber eine bequeme Form der Quecksilberpumpe nach Sprengel's Princip 629

XI. J. A. Krenner. Bunsenin, ein neues Tellurmineral . . 636

Geschlossen am 3. August 1877.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. A. H. Pareau, Fig. 1—3; H. Baumhauer, Fig. 4; J. Puluj, Fig. 5; K. Antolik, Fig. 6.

Taf. II. Meyerstein, Fig. 1; J. J. Mackenzie, Fig. 2.

Taf. III. E. Ketteler, Fig. 1; P. Glan, Fig. 2; P. Silow, Fig. 3; A. F. Berggren, Fig. 4.

Taf. IV. J. Tollinger, Fig. 1; A. Herwig, Fig. 2; J. G. Wallentin, Fig. 3; G. Hüfner, Fig. 4; J. A. Krenner, Fig. 5.

1877. ANNALEN № 5.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND I.

I. *Ueber die Reflexion der Wärmestrahlen von Metallen; von H. Knoblauch.*

(Vorgetragen in der naturforschenden Gesellschaft zu Halle am 4. November 1876 [1])).

Die vorliegenden Untersuchungen schliessen sich an diejenigen an, welche von dem Verfasser in den Jahren 1848 (Pogg. Ann. LXXIV, p. 161 ff.) und 1857 (Pogg. Ann. CI, p. 201 ff.) veröffentlicht worden sind. Andere, auf die jetzt von ihm behandelte Frage bezügliche, Vorarbeiten sind nicht vorhanden.

Zunächst wurde die *Intensität der unter wachsendem Einfallswinkel* (zwischen Strahl und Normale auf die Platte gemessen) *zurückgeworfenen Strahlen* ermittelt. Wegen des dabei wesentlichen Einflusses der *Polarisation* war vorgesehen, dass die Wärmestrahlen bereits vor ihrer Reflexion in einer, der Reflexionsebene parallelen oder auf dieser senkrechten, endlich in einer unter 45° dagegen geneigten Ebene polarisirt werden konnten. Die letztere Polarisation liess Resultate erwarten, welche in dem gegebenen Falle denen der nicht polarisirten Wärme vergleichbar sein würden.

Zu dem Ende wurden die durch einen Heliostat in unveränderter Richtung horizontal in das verfinsterte Zimmer gelangenden Sonnenstrahlen (welche ihres Paralle-

1) Die erste Mittheilung geschah am 22. September 1876 in der physikalischen Section der Naturforscher-Versammlung zu Hamburg. Eine Veröffentlichung durch den Druck unterblieb damals, weil der, dem Secretair der Section übergebene Bericht in dessen Händen verloren ging.

lismus und ihrer Intensität wegen gewählt waren) schon bei ihrem Eintritt durch ein, in der Fensterlade angebrachtes, Nicol'sches Prisma hindurchgelassen, dessen Hauptschnitt vertical, horizontal oder unter 45° gestellt war. Sodann fielen sie, durch eine runde Oeffnung in einem Schirm — nach Umständen von 4^{mm} bis 9^{mm} Durchmesser — begrenzt, auf die vertical stehende und um eine verticale Axe drehbare spiegelnde Metallplatte, und von dieser, nach Feststellung des Einfallswinkels, in horizontaler Ebene zurückgeworfen, auf eine mit einem Multiplicator verbundene Thermosäule, welche sie vollständig auffing.

Als Maass ihrer Intensität sind die folgenden Ablenkungen der Multiplicatornadel zu betrachten. Die bisher untersuchten Metalle sind Stahl, Nickel, Zink, Neusilber, Kupfer, Gold, Silber und Messing. Eine gemeinsame Tabelle enthält die an diesen allen gewonnenen Resultate, wenn zwar nur die einem und demselben Metall zugehörigen Zahlen unter sich vergleichbar sind. Als ein in seinem Verhalten bereits bekannter Körper ist ihnen Glas [1]) zum Anhalt hinzugefügt worden.

Intensität der von den Platten reflectirten Wärmestrahlen:

	Einfallswinkel: Hauptschnitt des Nicol	15°	25°	35°	45°	55°	65°	70°—73°	75°	85°
Stahl	vertical	3.75	4.00	4.00	4.25	4.50	4.75	—	5.00	6.00
	45°	3.62	3.69	3.75	3.94	4.25	4.44	—	4.62	5.00
	horizontal	3.25	3.00	3.00	2.75	2.50	2.25	—	2.00	2.75
Nickel	vertical	3.90	4.00	4.12	4.25	4.50	4.65	—	4.80	5.00
	45°	3.65	3.65	3.75	3.87	4.00	4.12	—	4.25	4.50
	horizontal	3.40	3.40	3.27	2.90	2.77	2.40	—	2.02	3.15
Zink	vertical	5.00	5.25	5.50	6.00	6.18	7.00	72.5° 7.50	7.50	7.75
	45°	4.63	4.88	5.25	5.25	5.43	5.57	5.62	5.87	6.19
	horizontal	4.50	4.50	4.25	4.00	4.00	3.25	3.00	3.25	4.25
Neusilber	vertical	4.25	4.35	4.50	4.75	5.00	5.25	70° 5.50	5.75	6.25
	45°	4.20	4.20	4.20	4.35	4.50	4.50	4.75	4.87	5.12
	horizontal	4.00	4.00	3.95	3.85	3.70	3.45	3.20	3.20	4.45

1) Pogg. Ann. Jubelband, p. 285. 1874.

	Hauptschnitt des Nicol	Einfallswinkel: 15°	25°	35°	45°	55°	65°	70°–73°	75°	85°
Kupfer	vertical	4.90	5.00	5.00	5.00	5.50	5.50	70° 5.85	6.25	6.50
	45°	4.70	4.70	4.70	4.80	5.12	5.12	5.31	5.50	6.00
	horizontal	4.30	4.25	4.15	4.00	4.00	3.50	3.00	3.25	4.00
Gold	vertical	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	5.00	5.00	5.25	5.62
	45°	4.60	4.65	4.65	4.65	4.65	4.65	4.65	4.65	4.90
	horizontal	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	3.62	3.37	3.62	4.37
Silber	vertical	5.25	5.25	5.25	5.25	5.50	5.60	73° 5.75	5.75	6.00
	45°	5.25	5.25	5.25	5.25	5.37	5.37	5.37	5.50	5.75
	horizontal	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25	5.00	4.85	5.20	5.75
Messing	vertical	5.25	5.25	5.37	5.50	5.50	5.65	70° 5.75	5.75	6.58
	45°	5.25	5.25	5.35	5.50	5.75	5.75	5.75	5.75	6.62
	horizontal	5.37	5.50	5.50	5.50	5.50	5.75	5.75	5.75	6.65
farbloses Glas	vertical	1.05	1.25	1.56	2.12	3.55	5.54	—	8.70	12.25
	45°	0.85	0.95	1.12	1.50	2.14	3.37	—	6.19	10.09
	horizontal	0.50	0.45	0.37	0.15	0.00	0.73	—	2.42	7.17

Aus diesen Werthen geht unverkennbar hervor, dass

1) die durch das Nicol'sche Prisma bei verticalem Hauptschnitt desselben hindurchgegangenen, d. h. *in einer, der* horizontalen *Reflexionsebene gleichgerichteten Ebene polarisirten Wärmestrahlen mit desto grösserer Intensität zurückgeworfen* werden, *je grösser ihr Einfallswinkel* gegen die Normale der reflectirenden Flächen ist;

2) *diese Intensitätszunahme bei den, unter* 45° *gegen die Reflexionsebene polarisirten Strahlen* zwar auch *durchweg, aber in geringerem Maasse* als in dem ersteren Falle stattfindet;

3) die durch das Nicol'sche Prisma bei horizontalem Hauptschnitt eingetretenen, d. h. *in einer gegen die Reflexionsebene senkrechten Ebene polarisirten Wärmestrahlen anfangs mit desto geringerer Intensität reflectirt* werden, *je grösser der Einfallswinkel* wird, *bis derselbe einen bestimmten, für die verschiedenen Metalle unterschiedenen Werth*, den des sogenannten Polarisationswinkels, angenommen hat, *worauf eine um so stärkere Intensitätszunahme der zurückgeworfenen Strahlen bei ferner wachsendem Incidenzwinkel* erfolgt;

4) die *bei einem und demselben Winkel reflectirten Strahlen*, bei gleicher Intensität der zu dem Spiegel gelangenden Wärme, *im ersten Falle die grösste*, *im zweiten eine geringere*, *im dritten die geringste Intensität* besitzen.

Ein *Vergleich der verschiedenen Metalle* ergiebt weiter, dass *die bezeichneten Steigerungen*, wie sie bei verticalem und unter 45° gestelltem Hauptschnitt in der ganzen horizontalen Zahlenreihe, bei horizontalem Hauptschnitt des Nicol im letzten Theile derselben auftreten, ferner *die Verminderungen*, welche bei horizontalem Hauptschnitt im ersten Theile der horizontalen Reihe und bei allen Einfallswinkeln in der verticalen Columne ersichtlich sind, *dem Grade nach sehr ungleich* sind. Die beobachteten, schwierig festzustellenden Werthe, welche noch mancher Verbesserung bedürfen werden, lassen die betreffenden Unterschiede beim *Stahl am grössten* erscheinen, geringer bei *Nickel und Zink*, noch geringer bei *Neusilber und Kupfer*, erheblicher vermindert bei *Gold und Silber*, *zum Theil verschwunden* beim *Messing*. Bei dem letzteren findet sich kein über die Beobachtungsfehler hinausgehender Unterschied mehr in der Reflexion der bei verticalem und der bei 45° gedrehtem Hauptschnitt polarisirten Strahlen. Die Intensität der bei horizontalem Hauptschnitt des Nicol hindurchgegangenen Wärme sinkt nicht bei der Reflexion vom Messing unter wachsendem Einfallswinkel in jener charakteristischen, durch den Polarisationswinkel begrenzten Weise herab. Es zeigt sich vielmehr eine, den beiden vorigen Fällen ganz identische, continuirlich fortdauernde Steigerung, so dass die, bei einem und demselben Winkel sonst sich geltend machende Ungleichheit in der verticalen Zahlenreihe hier völlig bis innerhalb der Grenze unvermeidlicher Fehler verschwindet.

Die *Reflexion der Wärme vom Messing* bildet demnach einen interessanten *Grenzfall*, dem auf der anderen Seite die *Reflexion vom Glase extrem gegenüber* steht.

Unter dem gleichzeitigen *Einfluss der reflectirenden Substanz* und der durch *die Polarisation* bedingten Eigen-

thümlichkeit *der Strahlen* steigert sich am *Glase* bei zusammenfallender ursprünglicher Polarisations- und Reflexions-Ebene die Intensität der reflectirten Wärme vom Einfallswinkel 15° bis 85° um etwa das Zwölffache; bei rechtwinklig gekreuzten Polarisations- und Reflexions-Ebenen sinkt sie beim Polarisationswinkel auf Null herab, entsprechend vermindert sich die Intensität für einen und denselben Einfallswinkel bei dem Uebergange von jenem Polarisationsfalle (bei verticalem Nicolhauptschnitt) in diesen (bei horizontalem Hauptschnitt).

Beim *Messing* ist unter ganz denselben Bedingungen *kein Einfluss der Polarisation erkennbar.* Es bleibt *ausschliesslich der Einfluss der reflectirenden Substanz wirksam*, den man — wie in keinem andern bisher bekannten Falle — zum ersten Male von jenem getrennt findet, und der sich nun als *ein, die Intensität der reflectirten Wärme ganz allmählich, erst bei sehr flach auffallenden Strahlen in höherem Grade steigernder direct nachweisen* lässt.

Ihn unterstützt in den übrigen Fällen die Eigenthümlichkeit der Strahlen von der Incidenz 0° bis zum Polarisationswinkel beim Parallelismus der Polarisations- und Reflexions-Ebenen und vom Polarisationswinkel bis 90° bei Kreuzung dieser Ebenen. Ihm wirkt sie entgegen bei Incidenzen von 0° bis zum Polarisationswinkel für gekreuzte und vom Polarisationswinkel bis 90° für gleichgerichtete Ebenen der Polarisation und Reflexion.

Zwischen dem Glase und dem Messing stehen hinsichtlich der Reflexion polarisirter Wärmestrahlen die übrigen der Untersuchung unterworfenen Metalle.

Zur Erkennung des gesammten Vorgangs kam es ferner darauf an zu ermitteln, wie sich die *Metalle gegen die natürliche* (nicht polarisirt einfallende) *Wärme* verhalten, *welche polarisirende Wirkung* die blosse Reflexion an ihnen hervorbringen würde.

Da die Nothwendigkeit, die Strahlen während des Versuchs in constanter, wo möglich horizontaler Richtung

zu behalten, die unmittelbare Benutzung der directen Sonnenstrahlen nicht zuliess, der Heliostat demnach nicht zu entbehren war, so wurde, um die folgenden Messungen dem störenden Einfluss jenes zu entziehen, das Nicol'sche Prisma mit seinem Hauptschnitt dauernd auf 45° eingestellt. Es war anzunehmen, dass für eine Analyse in verticaler und horizontaler Ebene der wie bisher reflectirten Strahlen eine solche Vorkehrung zu demselben Ergebniss führen würde, als habe man wirklich unpolarisirte Strahlen zu den Metallspiegeln gelangen lassen.

Von diesen zurückgeworfen, fielen die Strahlen auf ein zweites (analysirendes) Nicol'sches Prisma, dessen Hauptschnitt vertical oder horizontal gestellt wurde und hinter dem die Säule des Thermomultiplicators die Wärmestrahlen aufnahm.

Aus früheren Untersuchungen war bekannt, dass, im Falle des erwarteten Intensitäts-Unterschiedes, das Maximum bei verticalem Hauptschnitt des analysirenden Nicols, das Minimum bei horizontaler Stellung desselben auftreten musste.

Beide wurden an dem mit der Thermosäule verbundenen Galvanometer abgelesen, dessen Grade innerhalb der hier erfolgenden Ablenkungen der Wärme proportional betrachtet werden konnten. Zur Beantwortung der vorliegenden Frage erschien es am einfachsten, das *Verhältniss dieses* jedesmaligen *Maximums und Minimums* für die verschiedenen Einfallswinkel zu bilden.

Die folgende Uebersicht stellt diese, bei den genannten Metallen und dem Glase erhaltenen Verhältnisse dar.

Einfallswinkel:	15°	25°	35°	45°	55°	65°	70°	72.5°	75°	85°
Stahl	1.06	1.19	1,53	1.72	2.17	2.78	—	—	3.49*	2.37
Nickel	1.09	1.12	1.25	1.38	1.50	2.20	—	—	3.24*	1.44
Zink	1.10	1.20	1.23	1.30	1.62	2.14	2.35	2.50*	2.20	1.63
Neusilber	1.00	1.14	1.23	1.34	1.43	1.67	2.00	2.00*	2.00	1.33
Kupfer	1.20	1.22	1.22	1.28	1.28	1.40	1.67	1.70*	1.52	1.10
Gold	1.00	1.00	1.00	1.00	1.08	1.17	1.25*	—	1.17	1.00
Silber	1.00	1.00	1.00	1.00	1.08	1.11	—	73° 1.13*	1.07	1.00

Einfallswinkel:	15⁰	25⁰	35⁰	45⁰	55⁰	65⁰	70⁰	72.5⁰	75⁰	85⁰
Messing	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Glas (farblos)	—	1.61	3.44	10.80	$\frac{2.56}{0}$ *	10.42	—	—	3.21	1.37

Der Werth dieses Verhältnisses wächst demnach mit der Vergrösserung des Einfallswinkels, bis dieser den, jedem Metall eigenthümlichen, Polarisationswinkel erreicht hat, um sodann bei fernerer Zunahme des Incidenzwinkels wieder abzunehmen.

Um diesen Wendepunkt in der horizontalen Zahlenreihe leichter erkennbar zu machen, ist dem betreffenden grössten Werthe ein Stern hinzugefügt worden.

Vergleicht man *bei einem und demselben Metall* die, *in gleichem Winkelabstande von diesem Maximalwerth* auf beiden Seiten gefundenen Zahlen, so ergiebt sich, dass *die dem kleineren Winkel angehörige stets die des grösseren übertrifft.* So ist beim Stahl, dessen Polarisationswinkel 75⁰ beträgt, das Verhältniss von Maximum und Minimum für 65⁰: 2.78, für 85⁰ nur 2.37. Beim Zink, dessen Polarisationswinkel 72.5⁰, beläuft sich dasselbe einerseits

bei 70⁰ auf 2.35, andererseits bei 75⁰ auf nur 2.20;
„ 60⁰ „ 2.00, „ „ 85⁰ „ „ 1.63.

Beim Kupfer fällt der betreffende Maximalwerth 1.70 ebenfalls auf 72.5⁰. Diesseits des Polarisationswinkels beträgt das in Rede stehende Verhältniss

bei 70⁰: 1.67, jenseits desselben bei 75⁰: 1.52;
„ 65⁰: 1.40, „ „ „ 80⁰: 1.20;
„ 60⁰: 1.36, „ „ „ 85⁰: 1.10.

Auch bei der Reflexion vom Glase bestätigt sich, dass das Verhältniss von Maximum und Minimum, wie dieselben hinter dem analysirenden Nicol auftreten, wenn dessen Hauptschnitt ein Mal auf der Reflexionsebene senkrecht steht, das andere Mal mit derselben zusammenfällt, grösser ist bei einem Einfallswinkel, der kleiner als der Polarisationswinkel ist als bei einem, um eine gleiche Winkeldifferenz grösseren.

Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, dass Maximum und Minimum bei 0° und 90° Incidenz einen gleichen Werth annehmen, ihr Quotient also gleich 1 wird, das Herabsteigen von dem Maximalwerth des Polarisationswinkels: 70° bis 75° bei den Metallen, 55° bei dem Glase, aber auf der längeren Strecke von diesem Winkel bis 0° allmählicher sich vollzieht, als auf dem kürzeren bis 90°.

Wie ungleich die polarisirende Wirkung der Reflexion bei den verschiedenen Metallen sich geltend macht, ergiebt am deutlichsten die Vergleichung der obigen, mit einem Stern versehenen Maximalwerthe, zu denen das Verhältniss von Maximum und Minimum an den einzelnen Metallen sich erhebt. Dieser Werth beträgt beim Stahl 3.49, beim Nickel 3.24, Zink 2.50, Neusilber 2.00, Kupfer 1.70, Gold 1.25, Silber 1.13, Messing 1. Die verhältnissmässig grössten Unterschiede in den zwei auf einander senkrechten Richtungen zeigt demnach der Stahl, die übrigen Metalle liefern geringere, der Reihe nach, immer kleiner werdende Ungleichheiten, beim Messing verschwinden sie gänzlich. Hier tritt keine Steigerung mit dem Einfallswinkel, keine Abnahme nach Ueberschreitung des Polarisationswinkels, welcher sich bei diesem Vorgange überhaupt gar nicht am Messing bemerkar macht, ein. In völliger Gleichheit verharren von 0° bis 90° Incidenz die Wärmeantheile, welche so charakteristisch verschieden bei den anderen Metallen und in extremster Weise bei dem Glase sich hervorthun, an welchem das Minimum auf Null herabsinkt.

Alle diese Thatsachen führen dahin, dass *bei den meisten Metallen, gegenüber der linearen beim Glase, die elliptische, beim Messing die circulare Polarisation eintritt.*

Es war von Interesse, durch eingehendere Prüfung zu erfahren, ob den in ihrer Brechbarkeit, resp. ihrer Wellenlänge *verschiedenen Wärmestrahlen* ungleiche Polarisationswinkel zugehörten.

Zu dem Ende wurden die *Eigenschaften*, z. B. die Durch-

gangsfähigkeit, diathermanen Platten gegenüber, der strahlenden Wärme unter sonst gleichen Verhältnissen, z. B. bei gekreuzten Polarisations-Ebenen der reflectirten Strahlen und des analysirenden Nicols vor der Thermosäule, bei Einfallswinkeln kleiner und grösser als der bisher bekannt gewordene mittlere Polarisationswinkel (70° bis 75°), untersucht.

Bei dieser Gelegenheit zeigte sich, dass die unter 65° beim Stahl, unter 55° beim Messing zurückgeworfene Wärme fähig war, durch ein unmittelbar vor der Thermosäule eingeschaltetes rothes Glas in einem Antheil 21.1, resp. 20 von 100 auf die Vorderfläche des Glases auffallender Menge hindurchzustrahlen, während die unter 85° reflectirte Wärme dieselbe Glasplatte reichlicher durchdrang, nämlich beim Stahl in dem Verhältniss 31.7, beim Messing 29.2 von gleicher, zum rothen Glase gelangender Menge 100.

Die nachstehende Tafel stellt ausser diesen Beobachtungen noch die an einem blauen und einem orangefarbenen Glase gemachten dar in dem jedesmaligen Verhältniss der Wärmemenge, welche auf die diathermanen Körper auffällt, und derjenigen, welche durch dieselben hindurch geht.

	Reflexion von			
Eingeschaltete	Stahl.		Messing.	
Gläser: Einfallsw.:	65°	85°	55°	85°
roth	100:21.1	100:31.7	100:20.0	100:29.2
blau	100:36.7	100:15.8	100:33.2	100:16.0
orange	100:32.2	100:50.0	100:30.0	100:48.1

Hiernach sind unter den bezeichneten Umständen die vor Erreichung des mittleren Polarisationswinkels von dem Metall zurückgeworfenen Wärmestrahlen fähiger ein blaues, dagegen weniger fähig, ein rothes oder ein orangefarbenes Glas zu durchdringen, als caeteris paribus die nach Ueberschreitung jenes mittleren Polarisationswinkels reflectirten. Indem diese qualitative Verschiedenheit der Strahlen vor und nach dem gedachten Winkel in gleichem Sinne bei Stahl und Messing stattfindet, ist zugleich jedes Bedenken

darüber beseitigt, ob dieser Vorgang auch von einer etwaigen auswählenden Absorption der Wärmestrahlen an den Metallen unabhängig sei. Denn beim Stahl findet eine solche überhaupt nicht statt, während sie beim Messing vorhanden ist[1]. Aehnliches wie beim Stahl und Messing zeigt sich bei den anderen Metallen.

Es ergiebt sich daraus die zweiffellose Thatsache, dass *der Polarisationswinkel der verschiedenen „Wärmefarben" bei der Reflexion von den Metallen ein verschiedener ist.*

Die bisher vorliegenden Beobachtungen scheinen für die Wärme den von Brewster[2] für das Licht ausgesprochenen Satz zu bestätigen, dass bei den Metallen der Polarisationswinkel (φ) der am violetten Ende des Spectrums befindlichen Strahlen kleiner als der Polarisationswinkel der dem rothen Ende zugehörigen ist, was in Verbindung mit der Beziehung des Brechungsverhältnisses (n) zum Polarisationswinkel: $n = \operatorname{tg} \varphi$ zu seltsamen Anomalien auf dem Gebiete der Brechung führt.

Deutete schon der eben beschriebene Vorgang darauf hin, dass *bei dem circular polarisirenden Messing der* vorher der Wahrnehmung entzogene *Polarisationswinkel* zwischen 55° und 85°, also wahrscheinlich an ähnlicher Stelle wie bei den andern Metallen zu suchen sei, so war es doch von Werth, ihn noch näher kennen zu lernen.

Zu diesem Behuf wurde das analysirende Nicol'sche Prisma, dessen Stellung bei der obigen Versuchsreihe nur auf die verticale und horizontale Ebene bezogen war, nunmehr so gedreht, dass sein Hauptschnitt ein Mal auf 45°, das andere Mal auf — 45° stand, beide Stellungen also um 90° von einander unterschieden waren. Die Intensität der vom Messing reflectirten und durch den Analysator hindurchgegangenen Wärme bewirkte jetzt bei 65° Inci-

---

1) Pogg. Ann. CI. p. 179 ff. besonders 188; p. 195 ff. bes. 199, 201, 212, 213. 1857.

2) Phil. Trans. 1830. pt. II. p. 287 ff. Pogg. Ann. XXI, p. 266, 273. 1831.

denz im ersten Falle 5°, im letzteren 2° Ablenkung am Thermomultiplicator; bei 70°: 3.87° und 3.37°; bei 72.5° *gleiche Werthe* von 3.5°; bei 75° wieder unterschiedene 3.25° und 4°. Hiernach erscheint 72.5° als Polarisationswinkel des Messings.

Eine weiter gehende Bedeutung erhält diese Wahrnehmung des *Gleichwerdens der Intensitäten beim Polarisationswinkel unter den gegebenen Bedingungen* dadurch, dass sie dem obigen Verfahren, aus der grössten Verschiedenheit von Maximum und Minimum bei verticalem und horizontalem Hauptschnitt des analysirenden Nicols den Polarisationswinkel zu entnehmen, eine *zweite*, auch für circulare Polarisation anwendbare, *Methode zu dessen Bestimmung* hinzufügt, und dass es in dieser Weise auf thermischem Wege gelingt, den Polarisationswinkel der Metalle bei einmaliger Reflexion zu ermitteln, was auf optischem unmöglich ist.

Es wird die Aufgabe fernerer Versuche sein, durch Anwendung beider Methoden, diesen Winkel bei einzelnen Metallen noch genauer festzustellen und alsdann für diesen revidirten die Maximalwerthe des Verhältnisses von Maximum und Minimum der Intensität innerhalb der Reflexionsebene und senkrecht darauf wiederum zu prüfen.

Das *Axenverhältniss der Ellipsen*, in denen die Wärmestrahlung in Folge der Reflexion von den Metallen sich vollzieht, kann daher durch die obigen Zahlen nur annähernd bestimmt werden. Dasselbe würde für den jedesmaligen Polarisationswinkel betragen[1]):

beim	Stahl	10: 18.681
„	Nickel	10: 18.000
„	Zink	10: 15.811
„	Neusilber	10: 14.142
„	Kupfer	10: 13.038

1) Indem man aus dessen Maximalwerth des Verhältnisses von Maximum und Minimum die Quadratwurzel zieht, z. B. beim Stahl $\frac{\sqrt{349}}{\sqrt{100}} = \frac{18.681}{10}$.

beim	Gold	10: 11.180
„	Silber	10: 10.630
„	Messing	10: 10.000.

Die circulare Polarisation des letzteren (nur beim Polarisationswinkel) wurde noch dadurch direct nachgewiesen, dass während einer ganzen Drehung um 360° (resp. der ausreichenden um 180°) des analysirenden Nicols die durch ihn hindurchgehende Wärmeintensität 3.5° am Thermomultiplicator constant blieb.

Nimmt man hierzu die mit Hülfe des analysirenden Nicols weiter gemachte Erfahrung, dass die, durch das Nicol'sche Prisma in der Fensterlade, unter 45° gerichtete Polarisationsebene bei der Reflexion vom Glase wie von den meisten Metallen beim Wachsen des Einfallswinkels in dem Maasse gedreht wird, dass sie beim Polarisationswinkel mit der Reflexionsebene zusammenfällt und alsdann bei fernerer Zunahme der Incidenz vom Polarisationswinkel bis 90° sich um noch 45° weiter dreht, um schliesslich zu der linearen, gegen die ursprüngliche aber um 90° gedrehten Polarisation zurückzukehren, ferner dass bei der Zurückwerfung vom Messing vor dem Polarisationswinkel die Polarisationsebene in der Lage von 45°, nach demselben auf — 45° unverändert sich erhält, so gelangt man zu dem Schlusse, dass bei der Reflexion der unter 45° linear polarisirten Wärme während der wachsenden Incidenz

entweder *keine Aenderung der Schwingungsform* eintritt, wohl aber eine *Drehung der stets linear bleibenden Schwingung* um 45° während des Ueberganges der Incidenz von 0° bis zum Polarisationswinkel und eine weitere Drehung um 45° in eine gegen die anfängliche Schwingungsebene gekreuzte während des Ueberganges vom Polarisationswinkel bis auf 90°, so beim Glase;

oder eine *Umwandlung der linearen Schwingung in eine elliptische*, welche durch gleichzeitige Abnahme der langen und Zunahme der kurzen Axe in die dem Polarisationswinkel zugehörige Form übergeht, *verbunden mit einer Drehung dieser elliptischen Schwingung* um 45° für das Wach-

sen des Einfallswinkels von 0° bis zum Polarisationswinkel[1]) und eine um so schnellere Rückbildung der Ellipse in die lineare Bahn und beschleunigte Weiterdrehung in eine auf der ursprünglichen senkrechte Richtung für das Wachsen des Einfallswinkels vom Polarisationswinkel bis 90°, wie bei den meisten Metallen;

oder nur ein *Uebergang der gegebenen linearen Schwingung durch* kürzer und breiter werdende *Ellipsen in die* dem Polarisationswinkel eigenthümliche *kreisförmige Bahn, ohne irgend welche Drehung der Schwingung* für die Incidenzen 0° bis zum Polarisationswinkel und Rückbildung in die lineare Schwingung für die Incidenzen vom Polarisationswinkel bis 90°, wiederum unter Festhalten einer constanten gegen die erste rechtwinkligen Lage der diesen Uebergang vermittelnden Ellipse, so beim Messing.

Sind die einfallenden Wärmestrahlen unpolarisirt, so ist das Hauptergebniss beim Polarisationswinkel das nämliche, nur bereitet sich dasselbe nicht auf dem eben beschriebenen, sondern auf directerem Wege vor, indem die im natürlichen Strahl nach allen Richtungen vorausgesetzten linearen Schwingungen sich zu einer elliptischen gestalten, deren eine Axe sofort mit der Reflexionsebene zusammenfällt, die andere darauf senkrecht steht, und in dieser Stellung verharrend bei den verschiedenen Einfallswinkeln nur ihr Axenverhältniss entsprechend ändert.

---

1) Bei welchem, der Fresnel'schen Theorie entsprechend, wie bei der linearen Polarisation die lineare Schwingung, so hier die lange Axe der Ellipse senkrecht zur Reflexionsebene, in der vorliegenden Versuchsreihe also vertical bei horizontal gegebener Reflexionsebene sich stellen würde.

II. *Ueber die Behandlung der zwischen linearen Strömen und Leitern stattfindenden ponderomotorischen und electromotorischen Kräfte nach dem electrodynamischen Grundgesetze; von R. Clausius*[1]).

Es ist von mir für die gegenseitige Einwirkung zweier in Bewegung befindlicher Electricitätstheilchen ein neues Grundgesetz aufgestellt, welches ich im Februar d. J. in einer vorläufigen Mittheilung[2]) publicirt und einige Zeit darauf[3]) näher begründet habe. Ich will mir nun erlauben, dieses Gesetz auf die zwischen zwei linearen Strömen stattfindenden ponderomotorischen Kräfte und auf die von einem linearen Strome auf einen linearen Leiter ausgeübten Inductionswirkungen anzuwenden.

§. 1. Bestimmung der ponderomotorischen Kräfte nach der Ampère'schen Formel.

Um die ponderomotorischen Kräfte für alle Fälle berechnen zu können, hat bekanntlich Ampère aus experimentell festgestellten Thatsachen eine Formel abgeleitet, welche die Kraft darstellen soll, die zwei Stromelemente aufeinander ausüben, und es sei mir gestattet, diese Formel und einige auf ihr beruhende, für ganze geschlossene Ströme geltende Ausdrücke hier kurz anzuführen, um sie dann mit den aus meinem Grundgesetze abgeleiteten Resultaten bequem vergleichen zu können.

Ampère hat seiner Formel verschiedene Gestalten gegeben, von denen je nach den Rechnungen, welche man mit ihr ausführen will, bald die eine, bald die andere bequemer ist. Eine der einfachsten ist folgende. Seien ds und ds' die beiden Stromelemente, i und i' die Strominten-

1) Vorgetragen in der Niederrheinischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde am 11. Dec. 1876.

2) Sitzungsberichte der Niederrhein. Gesellschaft für Natur- u. Heilkunde p. 18. 1876 u. Pogg. Ann. CLVII. p. 489.

3) Borchardt's Journal für Mathematik LXXXII. p. 85.

sitäten, r der Abstand der Elemente von einander und (ss') der Winkel zwischen ihren Richtungen, dann ist die Kraft, welche die Elemente auf einander ausüben, nach Ampère, eine Anziehung von der Stärke:

$$kii'dsds'\left(\frac{\cos(ss')}{r^2}+r\frac{\partial^2\frac{1}{r}}{\partial s\,\partial s'}\right),$$

worin k eine positive Constante bedeutet. Ein negativer Werth dieser Formel stellt natürlich eine Abstossung dar, indem diese als negative Anziehung aufgefasst werden kann.

Will man hieraus die Kraft ableiten, welche das Stromelement ds von einem endlichen Strome s' erleidet, so muss man die in bestimmte Richtungen fallenden Componenten der Kraft betrachten, und für diese kann man dann die Integration ausführen. Es möge dazu ein rechtwinkliges Coordinatensystem eingeführt werden, in welchem die beiden Stromelemente die Coordinaten x, y, z und x', y', z' haben. Die in die Richtungen dieser Coordinaten fallenden Componenten der Kraft, welche das Element ds von dem Elemente ds' erleidet, seien mit $\xi dsds'$, $\eta dsds'$, $\zeta dsds'$ bezeichnet; dann ergiebt sich aus der obigen Anziehungsformel die Gleichung:

$$\xi = kii'\left[\frac{x'-x}{r^3}\cos(ss')+(x'-x)\frac{\partial^2\frac{1}{r}}{\partial s\,\partial s'}\right]$$

oder anders geschrieben:

$$(1)\qquad \xi = kii'\left[\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\cos(ss')+(x'-x)\frac{\partial^2\frac{1}{r}}{\partial s\,\partial s'}\right],$$

und entsprechende Gleichungen ergeben sich für die beiden anderen Coordinatenrichtungen.

Bezeichnen wir nun die drei Componenten der Kraft, welche das Stromelement ds von einem endlichen Strome s' erleidet, mit Ξds, Hds, Zds, so gilt für Ξ die Gleichung:

$$\Xi = \int \xi ds'.$$

Für die hierin angedeutete Integration ist es zweckmässig, den unter (1) gegebenen Ausdruck von ξ in folgenden gleichbedeutenden umzuformen:

$$(2)\qquad \xi = k i i' \left\{ \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \cos(ss') - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \frac{\partial x'}{\partial s'} + \frac{\partial}{\partial s'} \left[(x'-x) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \right] \right\}.$$

Hierin lässt sich das letzte Glied sofort nach s' integriren und giebt einfach die Differenz der Werthe, welche der in der eckigen Klammer stehende Ausdruck für die beiden Grenzwerthe von s', die s'_0 und s'_1 heissen mögen, annimmt, und welche wir dadurch bezeichnen wollen, dass wir s'_0 und s'_1 als Indices neben den Ausdruck setzen. Wir erhalten so die Gleichung:

$$(3)\qquad \Xi = k i i' \left\{ \int \left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \cos(ss') - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \frac{\partial x'}{\partial s'} \right] ds' + \left[(x'-x) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \right]_{s'_1} - \left[(x'-x) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \right]_{s'_0} \right\}.$$

Nehmen wir nun an, der Strom s' sei ein geschlossener, so beziehen sich die Grenzwerthe s'_0 und s'_1 der Stromcurve auf einen und denselben Punkt des Raumes, und die beiden Werthe, deren Differenz in der vorigen Gleichung vorkommt, sind somit unter einander gleich und heben sich gegenseitig auf. Es bleibt also in diesem Falle:

$$(4)\qquad \Xi = k i i' \int \left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \cos(ss') - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \frac{\partial x'}{\partial s'} \right] ds',$$

und entsprechende Gleichungen gelten für die beiden anderen Coordinatenrichtungen.

Ist nicht nur der die Kraft ausübende Strom geschlossen, sondern hat man es mit zwei geschlossenen Strömen zu thun, deren auf einander ausgeübte ponderomotorische Kräfte man bestimmen will, so lässt sich die Gesammtwirkung dieser Kräfte sehr einfach mittelst einer von Fr. Neumann eingeführten Grösse ausdrücken, welche die bei irgend einer unendlich kleinen Lagenänderung der Ströme von den ponderomotorischen Kräften gethane Arbeit durch ihr negatives auf die räumlichen Veränderungen bezügliches Differential darstellt, und welche Neumann daher das Potential der beiden Ströme aufeinander genannt

hat. Dem Ausdrucke dieses Potentials kann man verschiedene Formen geben, von denen ich hier nur die anführen will, welche für unsere weiteren Vergleichungen am bequemsten ist, nämlich:

$$-kii'\int\int\frac{\cos(ss')}{r}ds\,ds'.$$

Wenn man sich die beiden geschlossenen Ströme in der bekannten Weise durch magnetische Flächenpaare ersetzt denkt, so kann man ihr Potential aufeinander ganz so bilden, wie es bei Agentien geschieht, deren Theile sich mit einer Kraft anziehen oder abstossen, welche nur von den Mengen und der Entfernung abhängt und dem Quadrate der letzteren umgekehrt porportional ist. Man hat nämlich für zwei Elemente dm und dm' des magnetischen Fluidums, mit dem man sich die Flächen belegt denkt, den Ausdruck $\frac{dm\,dm'}{r}$ zu bilden, und diesen nach m über das eine Flächenpaar und nach m' über das andere Flächenpaar zu integriren. Dadurch erhält man das gesuchte Potential zunächst in der Form eines doppelten Flächenintegrals, welches sich aber durch eine leichte mathematische Operation in das obige doppelte Linienintegral umwandeln lässt. Da hiernach die von Neumann eingeführte Grösse bei der Ersetzung der Ströme durch magnetische Flächenpaare als ein Potential von der gewöhnlichen, beim Magnetismus gebräuchlichen Art erscheint, so wollen wir sie zum Unterschiede von einem anderen Potential, welches weiter unten zur Sprache kommen soll, das magnetische Potential der beiden geschlossenen Ströme aufeinander nennen.

§. 2. Anwendung des neuen Grundgesetzes auf die in bewegten linearen Leitern strömenden Electricitäten.

Wir wollen nun dazu schreiten, die Kräfte, welche die in zwei linearen Leitern strömenden Electricitäten auf einander ausüben, aus dem von mir aufgestellten Grundgesetze abzuleiten.

Nach diesem Gesetze gilt, wenn Xee' die x-Componente der Kraft darstellt, welche ein zur Zeit t im Punkte x, y, z befindliches bewegtes Electricitätstheilchen e von einem anderen um die Srecke r von ihm entfernten, im Punkte x', y', z' befindlichen bewegten Electricitätstheilchen e' erleidet, folgende Gleichung:

$$(5)\qquad X = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\left[1 - k\left(\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt}\frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt}\frac{dz'}{dt}\right)\right] - k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right).$$

Um diese Gleichung und ebenso auch die weiter unten folgenden, aus ihr abgeleiteten Gleichungen bequemer schreiben zu können, wollen wir ein Summenzeichen von eigenthümlicher Bedeutung einführen. Wenn nämlich eine Summe aus drei Gliedern besteht, welche sich auf die drei Coordinatenrichtungen beziehen, im Uebrigen aber unter einander gleich sind, so wollen wir nur das auf die x-Richtung bezügliche Glied wirklich hinschreiben und das Vorhandensein der beiden anderen durch das Summenzeichen andeuten, wie aus nachstehender Gleichung zu ersehen ist:

$$\Sigma \frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt}\frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt}\frac{dz'}{dt}.$$

Dadurch geht die vorige Gleichung über in:

$$(5_a)\qquad X = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\left(1 - k\Sigma\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt}\right) - k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right).$$

Dieses Kraftgesetz ist in Bezug auf seine Anwendbarkeit wesentlich verschieden von denjenigen, welche Weber und Riemann aufgestellt haben. Während nämlich die letzteren nur unter der Voraussetzung richtig sein können, dass ein galvanischer Strom aus zwei gleich starken, nach entgegengesetzten Richtungen gehenden Strömen von positiver und negativer Electricität bestehe, ist das von mir aufgestellte Gesetz davon unabhängig. Ich habe es unter der Voraussetzung abgeleitet, dass nur die positive Electricität ströme und die negative in Ruhe bleibe, habe aber

gleich hinzugefügt, dass das Gesetz auch zulässig bleibt, wenn man annimmt, der galvanische Strom bestehe aus zwei entgegengesetzt gerichteten Strömen von positiver und negativer Electricität, wobei es gleichgültig ist, ob man beiden Strömen gleiche oder verschiedene Stärke zuschreibt.

Der Allgemeinheit wegen wollen wir im Folgenden die zuletzt erwähnte Annahme machen, dass beide Electricitäten sich bewegen können, aber nicht gleiche Geschwindigkeiten zu haben brauchen. Wenn man sich nämlich auch der von C. Neumann gemachten Voraussetzung anschliesst, dass die negative Electricität fest an den ponderablen Atomen hafte, so ist damit doch nur für diejenigen Leiter, welche die Electricität ohne Mitbewegung der Atome leiten, das Strömen der negativen Electricität ausgeschlossen. Bei den electrolytischen Leitern dagegen, bei denen die Electricitätsleitung durch Bewegung der positiv und negativ electrischen Molecültheile vermittelt wird, muss man für die entgegengesetzt electrischen Molecültheile auch entgegengesetzt gerichtete Bewegungen annehmen, die aber wegen der verschiedenen Beweglichkeit der verschiedenen Molecültheile nicht mit gleicher Geschwindigkeit stattzufinden brauchen. Wenn man nun bei der Aufstellung der allgemeinen Gleichungen auch für die negative Electricität eine Strömungsbewegung in Rechnung bringt, ihre Geschwindigkeit aber unbestimmt lässt, so kann man diese Geschwindigkeit für feste Leiter, gemäss der Neumann'schen Vorstellung, gleich Null setzen, oder man kann sie auch, wenn man sich der Weber'schen Vorstellung anschliessen will, gleich der Geschwindigkeit der positiven Electricität setzen, und die Gleichungen lassen sich somit den verschiedenen Arten von Leitern und den verschiedenen Vorstellungsweisen über die Electricitätsbewegung gleich gut anpassen.

Es mögen nun zwei von galvanischen Strömen durchflossene lineare Leiter s und s' gegeben sein, welche sich bewegen können, und deren Stromintensitäten veränderlich sein können. In einem Leiterelemente ds denken wir uns gleiche Mengen von positiver und negativer Electricität

enthalten, welche wir mit hds und $-hds$ bezeichnen wollen. Die positive Electricität habe die Strömungsgeschwindigkeit c nach der Seite, nach welcher wir die Bogenlänge s als wachsend betrachten, und die negative Electricität habe eine nach der entgegengesetzten Seite gehende Strömungsgeschwindigkeit, welche wir mit $-c_1$ bezeichnen wollen. Ebenso bezeichnen wir die in einem Leiterelemente ds' enthaltenen Electricitätsmengen mit $h'ds'$ und $-h'ds'$ und ihre Strömungsgeschwindigkeiten mit c' und $-c_1'$.

Richten wir nun zunächst unsere Aufmerksamkeit auf irgend zwei in den beiden Leitern sich bewegende Electricitätstheilchen, welche sich zur Zeit t in den Punkten x, y, z und x', y', z' und im gegenseitigen Abstande r befinden, so hat jedes dieser Electricitätstheilchen ausser seiner Bewegung im Leiter, welche wir kurz die Strömungsbewegung nennen und deren Geschwindigkeit wir, wie oben bei der positiven Electricität, beim einen mit c und beim anderen mit c' bezeichnen wollen, noch dadurch eine weitere Bewegung, dass der Leiter selbst sich bewegt. Um die Antheile, welche die beiden Bewegungen an der Veränderung der Coordinaten und des Abstandes haben, voneinander unterscheiden zu können, wollen wir folgende Bezeichnungsweise einführen.

Die Coordinaten eines in einem der Leiter festen Punktes betrachten wir einfach als Functionen der Zeit t, die Coordinaten des im Leiter s strömenden Electricitätstheilchens dagegen denken wir uns als Functionen von t und s dargestellt, und betrachten dabei s selbst wieder als Function von t. Demnach ist für die Coordinate x des Electricitätstheilchens der vollständige Differentialcoëfficient nach t so zu schreiben:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial s}\frac{ds}{dt},$$

oder, wenn wir für den die Strömungsgeschwindigkeit darstellenden Differentialcoëfficienten $\frac{ds}{dt}$ das oben eingeführte Zeichen c anwenden:

$$(6)\qquad \frac{dx}{dt} = \frac{\partial x}{\partial t} + c\frac{\partial x}{\partial s}.$$

Ebenso gilt für das im Leiter s' mit der Geschwindigkeit c' strömende Theilchen die Gleichung:

$$(7)\qquad \frac{dx'}{dt} = \frac{\partial x'}{\partial t} + c'\frac{\partial x'}{\partial s'}.$$

Entsprechende Gleichungen sind natürlich auch für die beiden anderen Coordinatenrichtungen zu bilden.

Der Abstand r der beiden Electricitätstheilchen von einander hängt wegen der Bewegung der beiden Leiter unmittelbar von t, und wegen der Bewegung der Electricitätstheilchen in den Leitern von s und s' und dadurch mittelbar von t ab. Der vollständige Differentialcoëfficient von $\frac{1}{r}$ nach t lautet daher:

$$(8)\qquad \frac{d\frac{1}{r}}{dt} = \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial t} + c\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s} + c'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s'}.$$

Wegen der in der Gleichung (5_a) vorkommenden zweiten Differentiation nach t müssen wir unser Augenmerk auch noch auf das Verhalten der Geschwindigkeiten c und c' richten. Bei einem galvanischen Strome kann die Geschwindigkeit der strömenden Electricitäten sich an jeder Stelle des Leiters mit der Zeit ändern, weil die Intensität des Stromes veränderlich sein kann, und ausserdem können, falls der Leiter in Bezug auf Querschnitt und Stoff nicht überall gleich ist, die Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen des Leiters verschieden sein. Wenn wir nun dem entsprechend bei unserem zur Betrachtung ausgewählten, im Leiter s sich bewegenden Electricitätstheilchen die Strömungsgeschwindigkeit c als Function von t und s behandeln, so haben wir zu setzen:

$$(9)\qquad \frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{dt} + c\frac{\partial c}{\partial s},$$

und ebenso für das im Leiter s' sich bewegende Electricitätstheilchen:

$$(10)\qquad \frac{dc'}{dt} = \frac{\partial c'}{dt} + c'\frac{\partial c'}{\partial s}.$$

Nach diesen Vorbemerkungen über die Behandlung der in Betracht kommenden Grössen wollen wir die Kraft bestimmen, welche ein Stromelement ds' auf eine in einem Punkte concentrirt gedachte Electricitätseinheit ausüben würde, wenn diese mit der Geschwindigkeit c im Leiter s strömte.

Zunächst möge die Kraft bestimmt werden, welche die in dem Elemente enthaltene positive Electricitätsmenge $h'ds'$, die mit der Geschwindigkeit c' strömt, auf jene Electricitätseinheit ausüben würde. Die x-Componente dieser Kraft wird durch das Product $h'ds'X$ dargestellt, in welchem für X der unter (5_a) gegebene Ausdruck zu setzen ist, wodurch kommt:

$$-h'ds'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\left(1-k\sum\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt}\right)-kh'ds'\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right).$$

Hierin müssen wir das letzte Glied etwas näher betrachten. Die Grösse $\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}$, welche durch Einsetzung des in (7) gegebenen Ausdruckes von $\frac{dx'}{dt}$ die Form:

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial x'}{\partial t}+c'\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)$$

erhält, ist als Function von t, s und s' anzusehen, und demgemäss ist die angedeutete vollständige Differentiation nach t so auszuführen:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)+c\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)+c'\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right).$$

Diese Gleichung möge mit h' multiplicirt und dann das letzte Glied in folgender Weise umgeformt werden:

$$h'c'\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)=\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{h'c'}{r}\frac{dx'}{dt}\right)-\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\frac{\partial(h'c')}{\partial s'}.$$

Zugleich möge bei der im vorletzten Gliede angedeuteten Differentiation berücksichtigt werden, dass nur r von s abhängig ist. Dann kommt:

$$(11)\quad h'\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)=h'\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)+h'c\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\frac{dx'}{dt}+\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{h'c'}{r}\frac{dx'}{dt}\right)$$
$$-\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\frac{\partial(h'c')}{\partial s'}.$$

Der hierin vorkommende Differentialcoëfficient $\frac{\partial(h'c')}{\partial s'}$ lässt sich durch einen anderen ersetzen. Das Leiterelement ds' ist von zwei Querschnitten des Leiters begrenzt, welche sich an den durch die Bogenlängen s' und $s'+ds'$ bestimmten Stellen befinden. Durch den ersten Querschnitt strömt während der Zeit dt die Menge $h'c'dt$ von positiver Electricität in das Element hinein. Durch den zweiten Querschnitt strömt die Menge:

$$\left(h'c'+\frac{\partial(h'c')}{\partial s'}ds'\right)dt$$

aus dem Elemente heraus. Die während der Zeit dt stattfindende Zunahme der in dem Elemente enthaltenen positiven Electricitätsmenge ist also:

$$-\frac{\partial(h'c')}{\partial s'}ds'\,dt.$$

Eben diese Zunahme wird aber andererseits durch:

$$\frac{\partial h'}{\partial t}ds'\,dt$$

dargestellt, und man erhält somit die Gleichung:

$$(12)\quad \frac{\partial(h'c')}{\partial s'}=-\frac{\partial h'}{\partial t}.$$

und dadurch geht die Gleichung (11) über in:

$$h'\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)=h'\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)+h'c\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\frac{dx'}{dt}+\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{h'c'}{r}\frac{dx'}{dt}\right)$$
$$+\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\frac{\partial h'}{\partial t}.$$

Hierin lässt sich an der rechten Seite das erste und letzte Glied in eines zusammenziehen, so dass die Gleichung lautet:

$$(13)\quad h'\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{h'}{r}\frac{dx'}{dt}\right)+h'c\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\frac{dx'}{dt}+\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{h'c'}{r}\frac{dx'}{dt}\right).$$

Durch Einsetzung dieses Werthes in das letzte Glied des obigen Ausdruckes der Kraftcomponente geht derselbe über in:

$$-h'ds'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\left(1-k\Sigma\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt}\right)-kds'\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{h'}{r}\frac{dx'}{dt}\right)\right.$$
$$\left.+h'c\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\frac{dx'}{dt}+\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{h'c'}{r}\frac{dx'}{dt}\right)\right].$$

Hierin müssen wir nun endlich noch für $\frac{dx}{dt}$ und $\frac{dx'}{dt}$ ihre unter (6) und (7) gegebenen Werthe einsetzen, wodurch wir folgenden Ausdruck für die x-Componente der von der positiven Electricitätsmenge $h'ds'$ ausgeübten Kraft erhalten:

$$-h'ds'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\left[1-k\Sigma\left(\frac{\partial x}{\partial t}+c\frac{\partial x}{\partial s}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial t}+c'\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right]$$
$$-kds'\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{h'}{r}\frac{\partial x'}{\partial t}+\frac{h'c'}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)+c\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\left(h'\frac{\partial x'}{\partial t}+h'c'\frac{\partial x'}{ds'}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{h'c'}{r}\frac{\partial x'}{\partial t}+\frac{h'c'^2}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right].$$

Will man ferner die x-Componente derjenigen Kraft ausdrücken, welche die in dem Elemente ds' enthaltene negative Electricitätsmenge $-h'ds'$ auf die im Leiter s gedachte Electricitätseinheit ausüben würde, so hat man dazu im vorigen Ausdrucke nur h' und c' durch $-h'$ und $-c_1'$ zu ersetzen, wodurch man erhält:

$$h'ds'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\left[1-k\Sigma\left(\frac{\partial x}{\partial t}+c\frac{\partial x}{\partial s}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial t}-c_1'\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right]$$
$$-kds'\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{h'}{r}\frac{\partial x'}{\partial t}+\frac{'c_1'}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)+c\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\left(-h'\frac{\partial x'}{\partial t}+h'c_1'\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{h'c_1'}{r}\frac{\partial x'}{\partial t}-\frac{h'c_1'^2}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right].$$

Durch Addition dieser beiden Ausdrücke erhalten wir die x-Componente der zu bestimmenden Kraft, welche das Stromelement ds' auf die im Leiter s gedachte, mit der Geschwindigkeit c strömende Electricitätseinheit ausüben

würde. Bei der Ausführung der Addition möge berücksichtigt werden, dass die Summe $h'c' + h'c_1'$ die Stromintensität in s' bedeutet, welche wir mit i' bezeichnen und in allen Theilen des Leiters als gleich annehmen wollen. Wenn wir dann noch unter Einführung eines neuen Zeichens dieselbe x-Componente durch $\mathfrak{x}\,ds'$ darstellen, so erhalten wir die Gleichung:

$$(14)\quad \mathfrak{x} = k\left[i'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\,\Sigma\left(\frac{\partial x}{\partial t} + c\frac{\partial x}{\partial s}\right)\frac{\partial x'}{\partial s'} - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'}{r}\,\frac{\partial x'}{\partial s'}\right) - c\,i'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\,\frac{\partial x'}{\partial s'} - i'\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\,\frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{c' - c_1'}{r}\,\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right].$$

Entsprechend lauten natürlich auch die zur Bestimmung der y- und z-Componente derselben Kraft dienenden Gleichungen.

§. 3. Ponderomotorische Kraft zwischen zwei Stromelementen.

Aus der im vorigen Paragraphen bestimmten Kraft, welche die im Leiter s gedachte Electricitätseinheit von dem Stromelemente ds' erleiden würde, können wir nun leicht auch die Kräfte ableiten, welche die in einem Leiterelemente ds wirklich enthaltenen beiden Electricitätsmengen $h\,ds$ und $-h\,ds$ von dem Stromelemente ds erleiden.

Um die x-Componente der Kraft zu erhalten, welche die positive Electricitätsmenge $h\,ds$, deren Geschwindigkeit c ist, erleidet, brauchen wir nur den obigen Ausdruck von $\mathfrak{x}$ mit $h\,ds\,ds'$ zu multipliciren, und diese Componente wird somit dargestellt durch:

$$k\,h\,ds\,ds'\left[i'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\,\Sigma\left(\frac{\partial x}{\partial t} + c\frac{\partial x}{\partial s}\right)\frac{\partial x'}{\partial s'} - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'}{r}\,\frac{\partial x'}{\partial s'}\right) - c\,i'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\,\frac{\partial x'}{\partial s'} - i'\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\,\frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{c' - c_1'}{r}\,\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right].$$

Um ferner die x-Componente der Kraft zu erhalten, welche die negative Electricitätsmenge $-h\,ds$ erleidet, brauchen

wir in dem vorigen Ausdrucke nur h und c durch $-h$ und $-c_1$ zu ersetzen, wodurch wir erhalten:

$$-kh\,ds\,ds'\left[i'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\Sigma\left(\frac{\partial x}{\partial t}-c_1\frac{\partial x}{\partial s}\right)\frac{\partial x'}{\partial s'}-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right.$$
$$\left.+c_1 i'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}-i'\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial x'}{\partial t}+\frac{c'-c_1'}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right].$$

Die Summe dieser beiden Ausdrücke bedeutet die x-Componente der ponderomotorischen Kraft, welche das Stromelement ds von dem Stromelement ds' erleidet. In dieser Summe heben sich alle Glieder, welche nicht c oder c_1 als Factor haben, gegenseitig auf, und es bleibt:

$$kh\,ds\,ds'(c+c_1)\,i'\left(\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\Sigma\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}-\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right).$$

Hierin kann man noch das Product $h(c+c_1)$, welches die Stromintensität in s bedeutet, durch das Zeichen i ersetzen. Indem wir den Ausdruck dann, unserer früheren Bezeichnung gemäss, gleich $\xi\,ds\,ds'$ setzen, erhalten wir die zur Bestimmung von ξ dienende Gleichung, zu welcher wir auch die entsprechenden zur Bestimmung von η und ζ dienenden bilden wollen, nämlich:

$$(15)\qquad\begin{cases}\xi=kii'\left(\dfrac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\Sigma\dfrac{\partial x}{\partial s}\dfrac{\partial x'}{\partial s'}-\dfrac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\dfrac{\partial x'}{\partial s'}\right)\\ \eta=kii'\left(\dfrac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y}\Sigma\dfrac{\partial x}{\partial s}\dfrac{\partial x'}{\partial s'}-\dfrac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\dfrac{\partial y'}{\partial s'}\right)\\ \zeta=kii'\left(\dfrac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\Sigma\dfrac{\partial x}{\partial s}\dfrac{\partial x'}{\partial s'}-\dfrac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\dfrac{\partial z'}{\partial s'}\right).\end{cases}$$

Diese Gleichungen kann man noch dadurch umgestalten, dass man für die in ihnen vorkommende Summe andere gleichbedeutende Ausdrücke substituirt. Aus der Gleichung:

$$r^2=(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2$$

ergiebt sich:

$$\frac{\partial^2(r^2)}{\partial s\,\partial s'} = -2\left(\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'} + \frac{\partial y}{\partial s}\frac{\partial y'}{\partial s'} + \frac{\partial z}{\partial s}\frac{\partial z'}{\partial s'}\right) = -2\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}.$$

Bezeichnet man ferner, wie oben, den Winkel zwischen den Richtungen der beiden Stromelemente ds und ds' mit (ss'), so ist:

$$\cos(ss') = \sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}.$$

Infolge dieser beiden Gleichungen kann man der ersten der Gleichungen (15) folgende Formen geben:

(16) $$\xi = -kii'\left(\frac{1}{2}\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial^2(r^2)}{\partial s\,\partial s'} + \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)$$

(17) $$\xi = kii'\left(\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\cos(ss') - \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right),$$

und in gleicher Weise lassen sich natürlich auch die beiden letzten der Gleichungen (15) umgestalten.

In Bezug auf diese hier gewonnenen, und auch schon in der oben citirten Mittheilung und Abhandlung publicirten Ausdrücke für die Componenten der ponderomotorischen Kraft, welche das Stromelement ds von dem Stromelemente ds' erleidet, ist zunächst zu bemerken, dass sie davon, ob der galvanische Strom aus der Bewegung nur Einer Electricität oder aus der Bewegung beider Electricitäten besteht, ferner davon, ob die Stromelemente in Ruhe oder in Bewegung sind, und ob die Stromintensitäten in ihnen constant oder veränderlich sind, nicht beeinflusst werden.

Ihrer Richtung nach unterscheidet sich die durch diese Ausdrücke bestimmte Kraft von derjenigen, welche Ampère angenommen hat, wesentlich dadurch, dass sie nicht in die Verbindungslinie der beiden Stromelemente fällt.

Die durch den Mittelpunkt von ds gehende Gerade, in welcher die Kraft wirkt, lässt sich leicht geometrisch bestimmen. Nach der Form der obigen Ausdrücke, welche aus je zwei Gliedern bestehen, zerfällt die Kraft in zwei

Componenten, von denen die erste eine Anziehung von der Stärke:

$$k\,i\,i'ds\,ds'\,\frac{\cos(ss')}{r^2}$$

ist, und die zweite die Richtung des Elementes ds' und die Stärke:

$$-k\,i\,i'\,ds\,ds'\,\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\ \text{oder}\ k\,i\,i'\,ds\,ds'\,\frac{1}{r^2}\,\frac{\partial r}{\partial s}$$

hat. Daraus folgt, dass jene Gerade, in welcher die Kraft wirkt, in der durch r und ds' gelegten Ebene liegen muss. In dieser Ebene bestimmt sich ihre Richtung weiter dadurch, dass sie auf dem Elemente ds senkrecht sein muss. Die in die Richtung des Elementes ds fallende Componente der Kraft wird nämlich dargestellt durch:

$$ds\,ds'\left(\xi\frac{\partial x}{\partial s}+\eta\frac{\partial y}{\partial s}+\zeta\frac{\partial z}{\partial s}\right),$$

und wenn man hierin für ξ, η, ζ die unter (15) gegebenen Ausdrücke einsetzt, und dabei die Gleichung:

$$\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\,\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y}\,\frac{\partial y}{\partial s}+\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\,\frac{\partial z}{\partial s}=\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}$$

berücksichtigt, so hebt sich Alles auf und der Ausdruck wird Null, woraus folgt, dass die Kraft nur auf dem Elemente senkrecht sein kann.

Ein anderer wesentlicher Punkt, in welchem die aus dem neuen Grundgesetze abgeleitete Kraft von der Ampère'schen abweicht, ist folgender. Wenn die beiden Stromelemente so gerichtet sind, dass sie mit ihrer Verbindungslinie zusammenfallen, so würden sie nach der Ampère'schen Formel eine Abstossung oder Anziehung auf einander ausüben, je nachdem die Ströme im gleichen oder entgegengesetzten Sinne stattfinden. Nach den obigen Formeln dagegen ist für diesen Fall die Kraft gleich Null. Ich glaube nicht, dass irgend eine erfahrungsmässig fest-

stehende Thatsache dem letzteren Resultate widerspricht. Man betrachtet zwar gewöhnlich die Bewegung, welche ein auf zwei mit Quecksilber gefüllte parallele Rinnen gesetzter metallischer Schwimmer beim Durchgange eines galvanischen Stromes annimmt, als einen Beweis für die Richtigkeit des aus der Ampère'schen Formel abgeleiteten Ergebnisses; ein solcher Schluss scheint mir aber nicht gerechtfertigt zu sein, da diese Bewegung sich auch auf andere Weise erklären lässt, nämlich aus der Wirkung, welche die Electricität beim Uebergange aus dem Quecksilber in den festen Leiter und aus dem festen Leiter wieder in das Quecksilber auf die ponderablen Atome ausübt, und welche auch in zusammenhängenden Leitern bei der Ueberwindung des Leitungswiderstandes stattfindet, aber hier keine sichtbare Bewegung, sondern nur Wärme hervorbringen kann.

Zur weiteren Vergleichung unserer oben bestimmten Kraft mit der von Ampère angenommenen kann besonders die unter (2) gegebene, aus der Ampère'schen Formel abgeleitete Gleichung dienen, nämlich:

$$\xi = k i i' \left\{ \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \cos(ss') - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \frac{\partial x'}{\partial s'} + \frac{\partial}{\partial s'} \left[(x' - x) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \right] \right\}.$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von der unter (17) gegebenen nur durch das letzte Glied. Da dieses Glied ein Differentialcoëfficient nach s' ist, so giebt es bei der Integration über einen geschlossenen Strom s' oder auch über ein beliebiges System von geschlossenen Strömen den Werth Null. Daraus folgt, dass in allen Fällen, wo es sich um die von geschlossenen Strömen (zu denen auch Magnete zu rechnen sind), ausgeübten ponderomotorischen Kräfte handelt, die aus der Ampère'schen Formel abgeleiteten Resultate mit den aus dem neuen Grundgesetze sich ergebenden übereinstimmen.

§. 4. **Bestimmung der inducirten electromotorischen Kraft.**

Wir kehren nun zurück zu der Gleichung (14), nämlich:

$$\mathfrak{x}=k\left[i''\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\Sigma\left(\frac{\partial x}{\partial t}+c\frac{\partial x}{\partial s}\right)\frac{\partial x'}{\partial s'}-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i''}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right.$$
$$\left.-\,c\,i''\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}-i''\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial x'}{\partial t}+\frac{c'-c_1'}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right].$$

Die durch diese Gleichung bestimmte Grösse $\mathfrak{x}$ ist dadurch definirt, dass das Product $\mathfrak{x}\,ds'$ die x-Componente der Kraft darstellt, welche eine im Leiter s gedachte, mit der Geschwindigkeit c strömende Electricitätseinheit von dem Stromelemente ds' erleiden würde. Bezeichnet man die y- und z-Componente derselben Kraft mit $\mathfrak{y}\,ds'$ und $\mathfrak{z}\,ds'$, so sind die Grössen $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$ natürlich durch ganz entsprechende Gleichungen zu bestimmen. Bezeichnet man ferner die in der Richtung des Leiters s fallende Componente derselben Kraft mit $\mathfrak{S}\,ds'$, so gilt für $\mathfrak{S}$ die Gleichung:

$$\mathfrak{S}=\mathfrak{x}\frac{\partial x}{\partial s}+\mathfrak{y}\frac{\partial y}{\partial s}+\mathfrak{z}\frac{\partial z}{\partial s}.$$

Diese Grösse, welche dem Folgenden nach von c unabhängig ist, steht nun mit einer anderen, um deren Bestimmung es sich im Folgenden handelt, in unmittelbarer Beziehung. Das Product $\mathfrak{S}\,ds\,ds'$ stellt nämlich dasjenige dar, was man die von dem Stromelemente ds' in dem Leiterelemente ds inducirte electromotorische Kraft nennt. Bezeichnet man also die von einem endlichen Strome s' in einem endlichen Leiter s inducirte electromotorische Kraft mit E, und demgemäss die von dem Stromelemente ds' in dem Leiterelemente ds inducirte electromotorische Kraft mit $\frac{\partial^2 E}{\partial s\,\partial s'}ds\,ds'$, so hat man zu setzen:

(18) $$\mathfrak{S}=\frac{\partial^2 E}{\partial s\,\partial s'}.$$

Dadurch geht die vorige Gleichung über in:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial s\,\partial s'}=\mathfrak{x}\frac{\partial x}{\partial s}+\mathfrak{y}\frac{\partial y}{\partial s}+\mathfrak{z}\frac{\partial z}{\partial s}.$$

Wenn man hierin für $\mathfrak{x}$ den oben angeführten Ausdruck und für $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$ die entsprechenden Ausdrücke einsetzt, so heben sich die mit dem Factor c behafteten Glieder gegenseitig auf, und die übrigen geben:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial s\,\partial s'} = k\left[i'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\sum\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'} - \sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right.$$
$$\left. - i'\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{c'-c_1'}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right].$$

Hier kann man setzen:

$$i'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\sum\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'} = i'\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right) - \frac{i'}{r}\sum\frac{\partial^2 x}{\partial t\,\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}$$

und dann weiter:

$$-\frac{i'}{r}\sum\frac{\partial^2 x}{\partial t\,\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'} - \sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'}{r}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right),$$

wodurch die obige Gleichung übergeht in:

$$(19)\quad \frac{\partial^2 E}{\partial s\partial s'} = k\left[-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right) + i'\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right.$$
$$\left. - i'\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{c'-c_1'}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right].$$

Dieser Gleichung kann man noch etwas andere Formen geben. Wenn $d\sigma$ und $d\sigma'$ die unendlich kleinen Bahnen sind, welche die Leiterelemente ds und ds' während der Zeit dt zurücklegen, so kann man setzen:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial \sigma}\frac{d\sigma}{dt} \text{ und } \frac{\partial x'}{\partial t} = \frac{\partial x'}{\partial \sigma'}\frac{d\sigma'}{dt}.$$

oder unter Einführung der Zeichen:

$$\gamma = \frac{d\sigma}{dt} \text{ und } \gamma' = \frac{d\sigma'}{dt}$$

noch kürzer:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \gamma\frac{\partial x}{\partial \sigma} \text{ und } \frac{\partial x'}{\partial t} = \gamma'\frac{\partial x'}{\partial \sigma'}.$$

Dadurch geht (19) über in:

$$(20)\quad \frac{\partial^2 E}{\partial s\partial s'} = k\left[-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right) + i'\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\gamma}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial \sigma}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right.$$
$$\left. - i'\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{\gamma'}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial \sigma'} + \frac{c'-c_1'}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right].$$

Bezeichnet man nun wieder, wie früher, den Winkel zwischen den Richtungen der beiden Leiterelemente ds und ds' mit (ss'), und ferner den Winkel zwischen den Richtungen des Leiterelementes ds und des Bahnelementes $d\sigma'$ mit $(s\sigma')$, sowie den zwischen den Richtungen von $d\sigma$ und ds' mit $(\sigma s')$, so kann man die obigen Summen durch die Cosinus dieser Winkel ersetzen, und erhält:

$$(21)\qquad \frac{\partial^2 E}{\partial s\,\partial s'} = k\left[-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'\cos(ss')}{r}\right) + i'\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\gamma\cos(\sigma s')}{r}\right) - i'\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{\gamma'\cos(s\sigma')}{r} + \frac{(c'-c_1')\cos(ss')}{r}\right)\right].$$

Aus dieser unter (19), (20) und (21) in verschiedenen Formen gegebenen Differentialgleichung kann man durch Integration die inducirte electromotorische Kraft für jedes Stück des inducirenden Stromes und jedes Stück des inducirten Leiters berechnen.

Ist der inducirende Strom s' geschlossen, so giebt das letzte Glied bei der Integration nach s' den Werth Null, und man erhält:

$$(22)\qquad \frac{\partial E}{\partial s} = -k\frac{\partial}{\partial t}\int\frac{i'\cos(ss')}{r}ds' + ki'\frac{\partial}{\partial s}\int\frac{\gamma\cos(\sigma s')}{r}ds'.$$

Diese Gleichung stimmt mit den von Fr. Neumann aufgestellten Inductionsgesetzen überein.

Ist der inducirte Leiter s geschlossen, so giebt bei der Integration nach s das zweite Glied den Werth Null, und es kommt:

$$(23)\qquad \frac{\partial E}{\partial s'} = -k\frac{\partial}{\partial t}\int\frac{i'\cos(ss')}{r}ds - ki'\frac{\partial}{\partial s'}\int\left(\frac{\gamma'\cos(s\sigma')}{r} + \frac{(c'-c_1')\cos(ss')}{r}\right)ds.$$

Sind endlich s und s' beide geschlossen, so fallen bei der doppelten Integration nach s und s' die beiden letzten Glieder fort, und man erhält daher für die von einem geschlossenen Strome s' in einem geschlossenen Leiter s inducirte electromotorische Kraft die einfache Gleichung:

(24) $$E = -k\frac{\partial}{\partial t}\iint\frac{i'\cos(ss')}{r}\,ds\,ds',$$

worin man zur Andeutung der Differentiation nach t statt des runden ∂ auch das aufrechte d anwenden kann, da der zu differentiirende Ausdruck nur noch von t abhängt.

Ganz in derselben Weise, wie wir vorher die vom Strome s' im Leiter s inducirte electromotorische Kraft bestimmt haben, können wir natürlich auch die vom Strome s im Leiter s' inducirte electromotorische Kraft bestimmen. Bezeichnen wir diese mit E' und demgemäss die von einem Stromelemente ds in einem Leiterelemente ds' inducirte electromotorische Kraft mit $\frac{\partial^2 E'}{\partial s\,\partial s'}\,ds\,ds'$, so ist zu setzen:

(25) $$\frac{\partial^2 E'}{\partial s\,\partial s'} = k\Big[-\frac{\partial}{\partial t}\Big(\frac{i\cos(ss')}{r}\Big) + i\frac{\partial}{\partial s'}\Big(\frac{\gamma'\cos(s\sigma')}{r}\Big) - i\frac{\partial}{\partial s}\Big(\frac{\gamma\cos(\sigma s')}{r} + \frac{(c-c_1)\cos(ss')}{r}\Big)\Big].$$

§. 5. Arbeit der ponderomotorischen und electromotorischen Kräfte.

Nachdem für zwei von electrischen Strömen durchflossene Leiterelemente ds und ds' die auf einander ausgeübten ponderomotorischen Kräfte und die gegenseitig in einander inducirten electromotorischen Kräfte bestimmt sind, lässt sich auch die von diesen Kräften gethane Arbeit leicht angeben.

Die Componenten derjenigen ponderomotorischen Kraft, welche ds von ds' erleidet, wurden durch die Producte $\xi\,ds\,ds'$, $\eta\,ds\,ds'$ und $\zeta\,ds\,ds'$ dargestellt und die darin vorkommenden Grössen ξ, η, ζ durch die Gleichungen (15) bestimmt, und wenn man in entsprechender Weise die Componenten der ponderomotorischen Kraft, welche ds' von ds erleidet, durch $\xi'\,ds\,ds'$, $\eta'\,ds\,ds'$ und $\zeta'\,ds\,ds'$ darstellt, so kann man zur Bestimmung von ξ', η', ζ' dieselben Gleichungen anwenden, nachdem man in ihnen die

accentuirten und unaccentuirten Buchstaben gegen einander vertauscht hat.

Will man nun die Arbeit bestimmen, welche diese Kräfte bei der Bewegung der Elemente während der Zeit dt leisten, so hat man folgenden Ausdruck zu bilden:

$$ds\,ds'\,dt\left(\xi\frac{\partial x}{\partial t}+\eta\frac{\partial y}{\partial t}+\zeta\frac{\partial z}{\partial t}+\xi'\frac{\partial x'}{\partial t}+\eta'\frac{\partial y'}{\partial t}+\zeta'\frac{\partial z'}{\partial t}\right).$$

Substituirt man hierin für ξ, η, ζ, ξ', η', ζ' ihre Werthe, so erhält man:

$$kii'\,ds\,ds'\,dt\left(\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial t}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}-\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\sum\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'}-\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s'}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial t}\right).$$

Hierin kann man weiter setzen:

$$\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial t}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)-\frac{1}{r}\sum\frac{\partial^2 x}{\partial s\,\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'}-\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial^2 x'}{\partial s'\,\partial t}$$

$$\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s}\sum\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'}=\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)-\frac{1}{r}\sum\frac{\partial^2 x}{\partial s\,\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'}$$

$$\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial s'}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial t}\right)-\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial^2 x'}{\partial s'\,\partial t},$$

wodurch entsteht:

$$kii'\,ds\,ds'\,dt\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)-\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)\right.$$
$$\left.-\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{1}{r}\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial t}\right)\right],$$

und wenn man hiermit dieselben Umformungen vornimmt, wie mit (19), so erhält man für die auf die Zeit dt bezügliche Arbeit der zwischen zwei Stromelementen wirkenden ponderomotorischen Kräfte den Ausdruck:

$$kii'\,ds\,ds'\,dt\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\cos(ss')}{r}\right)-\frac{\partial}{\partial s}\left(\gamma\frac{\cos(\sigma s')}{r}\right)-\frac{\partial}{\partial s'}\left(\gamma'\frac{\cos(s\sigma')}{r}\right)\right].$$

Um die Arbeit, welche von der in einem Leiter inducirten electromotorischen Kraft während der Zeit dt geleistet wird, auszudrücken, haben wir die electromotorische

Kraft mit der im Leiter stattfindenden Stromintensität und dem Zeitelemente zu multipliciren. Wenden wir dieses auf die beiden electromotorischen Kräfte an, welche die Elemente ds und ds' gegenseitig in einander induciren, so kommt:

$$ds\,ds'\,dt\left(i\,\frac{\partial^2 E}{\partial s\,\partial s'}+i'\,\frac{\partial^2 E'}{\partial s\,\partial s'}\right).$$

Setzt man hierin die unter (21) und (25) gegebenen Ausdrücke ein, so heben sich mehrere Glieder gegenseitig auf und es bleibt:

$$-k\,ds\,ds'\,dt\left\{i\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i'\cos(ss')}{r}\right)+i'\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{i\cos(ss')}{r}\right)\right.$$
$$\left.+\,ii'\left[\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{(c-c_1)\cos(ss')}{r}\right)+\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{(c'-c_1')\cos(ss')}{r}\right)\right]\right\}.$$

Hierin lassen sich die beiden ersten in der grossen Klammer stehenden Glieder durch folgende ersetzen:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{ii'\cos(ss')}{r}\right)+ii'\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\cos(ss')}{r}\right),$$

so dass man für die auf die Zeit dt bezügliche Arbeit der von den Elementen ds und ds' in einander inducirten electromotorischen Kräfte folgenden Ausdruck erhält:

$$-k\,ds\,ds'\,dt\left\{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{ii'\cos(ss')}{r}\right)+ii'\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\cos(ss')}{r}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\,\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{(c-c_1)\cos(ss')}{r}\right)+\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{(c'-c_1')\cos(ss')}{r}\right)\right]\right\}.$$

Addirt man nun die beiden gefundenen Arbeitsgrössen, so erhält man für die auf die Zeit dt bezügliche Arbeit aller zwischen den Elementen ds und ds' wirkenden Kräfte den Ausdruck:

$$-k\,ds\,ds'\,dt\left\{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{ii'\cos(ss')}{r}\right)+ii'\left[\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\gamma\cos(\sigma s')}{r}+\frac{(c-c_1)\cos(ss')}{r}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\,\frac{\partial}{\partial s'}\left(\frac{\gamma'\cos(s\sigma')}{r}+\frac{(c'-c_1')\cos(ss')}{r}\right)\right]\right\}.$$

Bei der Integration dieser Ausdrücke nach s und s' treten für den Fall, dass es sich um geschlossene Leiter und Ströme handelt, dieselben Vereinfachungen ein, welche schon in den vorigen Paragraphen bei anderen Ausdrücken zur Sprache gekommen sind, indem die Glieder, welche die Form von Differentialcoëfficienten nach s und s' haben, bei der betreffenden Integration, wenn der Leiter geschlossen ist, den Werth Null geben. Sind s und s' beide geschlossen, so bleiben nur die Integrale der Glieder übrig, welche Differentialcoëfficienten nach t enthalten. Führt man dann noch zur Abkürzung das Zeichen w ein mit der Bedeutung:

$$w = k\int\int\frac{\cos(ss')}{r}\,ds\,ds' \tag{26}$$

und bezeichnet die auf die Zeit dt bezügliche Arbeit der ponderomotorischen Kräfte mit dA_p, die der electromotorischen Kräfte mit dA_e und die aller Kräfte einfach mit dA, so lauten die Gleichungen:

$$dA_p = ii'\,dw \tag{27}$$

$$dA_e = -d(ii'w) - ii'\,dw \tag{28}$$

$$dA = -d(ii'w). \tag{29}$$

§. 6. Das electrodynamische Potential geschlossener Ströme auf einander.

Bei der Aufstellung des neuen Grundgesetzes habe ich eine Grösse gebildet, welche ich das electrodynamische Potential zweier bewegter Electricitätstheilchen e und e' auf einander genannt und durch folgenden Ausdruck dargestellt habe:

$$k\frac{ee'}{r}\left(\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt}+\frac{dy}{dt}\frac{dy'}{dt}+\frac{dz}{dt}\frac{dz'}{dt}\right),$$

welchen man abgekürzt so schreiben kann:

$$k\frac{ee'}{r}\sum\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt}.$$

Von dieser Grösse habe ich nachgewiesen, dass ihr negatives Differential die Arbeit darstellt, die während der Zeit dt von den Kräften, welche die Theilchen aufeinander ausüben, geleistet wird.

Da nun bei geschlossenen Strömen dieselben Electricitätsmengen, welche einmal in ihnen sind, auch in ihnen bleiben, so kann man unter Anwendung des vorigen Ausdruckes auch das electrodynamische Potential geschlossener Ströme auf einander bilden, und dieses Potential muss ebenfalls jener Bedingung genügen, dass die von allen Kräften, welche die Ströme auf einander ausüben, während der Zeit dt geleistete Arbeit durch das negative Differential des Potentials dargestellt wird.

Um das Potential auszudrücken, betrachten wir zunächst zwei Elemente, ds und ds', der beiden Ströme. In diesen sind die Electricitätsmengen $h ds$, $-h ds$, $h' ds'$ und $-h' ds'$ enthalten. Die Geschwindigkeiten dieser Electricitätsmengen sind in §. 2 näher bestimmt und die in die x-Richtung fallenden Componenten derselben werden dargestellt:

für die Menge $h ds$ durch $\frac{\partial x}{\partial t} + c \frac{\partial x}{\partial s}$

„ „ „ $-h ds$ „ $\frac{\partial x}{\partial t} - c_1 \frac{\partial x}{\partial s}$

„ „ „ $h' ds'$ „ $\frac{\partial x'}{\partial t} + c' \frac{\partial x'}{\partial s'}$

„ „ „ $-h' ds'$ „ $\frac{\partial x'}{\partial t} - c_1' \frac{\partial x'}{\partial s'}$

und entsprechende Ausdrücke gelten für die in die anderen Coordinatenrichtungen fallenden Geschwindigkeitscomponenten. Indem wir nun die vier Combinationen von je einer in ds und einer in ds' enthaltenen Electricitätsmenge bilden, können wir für jede dieser Combinationen das electrodynamische Potential der beiden Mengen auf einander ausdrücken. Diese Potentiale werden dargestellt:

für hds u. $h'ds'$ durch $k\frac{hh'dsds'}{r}\sum\left(\frac{\partial x}{\partial t}+c\frac{\partial x}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial s'}+c'\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)$

„ hds „ $-h'ds'$ „ $-k\frac{hh'dsds'}{r}\sum\left(\frac{\partial x}{\partial t}+c\frac{\partial x}{\partial s}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial t}-c_1{}'\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)$

„ $-hds$ „ $h'ds'$ „ $-k\frac{hh'dsds'}{r}\sum\left(\frac{\partial x}{\partial t}-c_1\frac{\partial x}{\partial s}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial t}+c'\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)$

„ $-hds$ „ $-h'ds'$ „ $k\frac{hh'dsds'}{r}\sum\left(\frac{\partial x}{\partial t}-c_1\frac{\partial x}{\partial s}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial t}-c_1{}'\frac{\partial x'}{\partial s'}\right)$.

Die Summe dieser vier Ausdrücke, welche das Potential der beiden in dem einen Stromelemente enthaltenen Electricitätsmengen auf die beiden im anderen Stromelemente enthaltenen darstellt, ist einfach:

$$k\frac{hh'\,ds\,ds'}{r}(c+c_1)(c'+c_1{}')\sum\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x'}{\partial s'}$$

oder auch, wenn man die Producte $h(c+c_1)$ und $h'(c'+c_1{}')$, welche die Stromintensitäten bedeuten, durch i und i', und die angedeutete Summe durch $\cos(ss)$ ersetzt:

$$kii'\frac{\cos(ss')}{r}\,ds\,ds'.$$

Durch Integration dieses Ausdruckes über die beiden geschlossenen Stromcurven erhalten wir das Potential der beiden Ströme auf einander. Indem wir dieses mit W bezeichnen, gelangen wir zu der Gleichung:

$$(30)\qquad W=kii'\iint\frac{\cos(ss')}{r}\,ds\,ds',$$

welche sich unter Anwendung des durch (26) definirten Zeichens w noch kürzer so schreiben lässt:

$$(31)\qquad W=ii'w.$$

In §. 1 wurde eine von Fr. Neumann eingeführte Grösse erwähnt, welche wir das magnetische Potential der Ströme auf einander nannten, und welche durch folgenden Ausdruck dargestellt wird:

$$-kii'\iint\frac{\cos(ss')}{r}\,ds\,ds'$$

oder unter Anwendung des Zeichens w durch:

$$-ii'w.$$

Aus der Vergleichung dieses Ausdruckes mit dem für W gefundenen ergiebt sich, dass das von uns aus dem Grundgesetze abgeleitete electrodynamische Potential geschlossener Ströme auf einander dem von Neumann eingeführten Potential dem absoluten Werthe nach gleich, dem Vorzeichen nach aber entgegengesetzt ist.

Betrachten wir nun endlich die am Schlusse der vorigen Paragraphen gegebenen Ausdrücke der während der Zeit dt gethanen Arbeit, so sehen wir, dass die Arbeit aller von geschlossenen Strömen auf einander ausgeübten Kräfte in der That durch das negative Differential ihres electrodynamischen Potentials dargestellt wird. Der für die Arbeit der ponderomotorischen Kräfte allein gewonnene Ausdruck $ii'dw$ dagegen ist nur dann das negative Differential des magnetischen Potentials, wenn die Stromintensitäten constant sind, oder wenigstens ein constantes Product haben.

III. *Ueber die Dampfspannungen bei der Dissociation krystallwasserhaltiger Salze;*
von Dr. A. H. Pareau in Utrecht.

A. Kritisch-Historisches.

A. Horstmann[1]) hat sich bemüht, eine mathematische Theorie der Dissociation zu geben. Eine Zeit lang glaubte er, als Grundlage zum Ausbau seiner Theorie die Annahme der Zufälligkeiten benutzen zu können, durch die es Pfaundler gelungen war, die partiellen Zersetzungen zu erklären. Er stiess dabei auf Widersprüche mit der Erfahrung und versuchte dann, sein System auf das allgemeine Princip zu begründen: dass ein mobiler Gleich-

1) Liebig's Ann. Bd. CLXXIX.

gewichtszustand eintritt, wenn die Entropie so gross geworden ist, wie es durch die in Betracht kommenden Veränderungen möglich ist.

Es sei Q die Wärmemenge, welche verbraucht werden müsste, um unter den augenblicklichen Umständen das Moleculargewicht des Körpers vollständig umzusetzen, x der unzersetzte Theil dieses Gewichtes, so ist, wenn Z die Disgregation und T die absolute Temperatur des Systems bedeuten, die Entropie S:

$$S = \frac{Q\,x}{T} + Z,$$

S bekommt seinen Maximalwerth, wenn

$$\frac{d\,S}{d\,x} = \frac{1}{T}\left(Q + x\frac{d\,Q}{d\,x}\right) + \frac{d\,Z}{d\,x} = 0.$$

Horstmann's Entwickelung dieser Gleichung werde ich nur für einen speciellen Fall wiedergeben, welcher sich auf die Dissociation krystallwasserhaltiger Salze bezieht. In diesem Falle zerlegt sich ein fester Körper in zwei Producte, von denen das eine ein fester Körper und das andere ein Gas ist, welches dem Boyle-Gay-Lussac'schen Gesetze folgt.

Wenn jedes Molecül sich in r und s Molecüle der Zersetzungsproducte spaltet, und wenn von einem der letzteren m Moleculargewichte überschüssig vorhanden sind, so sind die relativen Mengen der drei reagirenden Körper:

$$x, \quad r\,(1 - x) + m, \quad s\,(1 - x).$$

und somit wird die Disgregation Z:

$$Z = x\,Z_1 + \left\{r\,(1 - x) + m\right\} Z_2 + s\,(1 - x)\,Z_3,$$

wenn Z_1, Z_2, Z_3 jedesmal die Disgregation eines Moleculargewichtes bedeutet. Z_1 und Z_2 sind keine Functionen von x, weil die entsprechenden Körper fest sind und Z_3 ist nach Clausius:

$$Z_3 = Z'_3 + A\,R \lg \frac{u}{u_0}\cdot$$

Hierin bedeutet Z'_3 die Disgregation derselben Gasmenge, wenn sie zum Normalvolumen u_0 gebracht ist, u das specifische Volumen, A das calorische Aequivalent der Arbeit und R die Constante des B.-G.-L.'schen Gesetzes.

Die Hauptgleichung:

$$\frac{1}{T}\left(Q + x\frac{dQ}{dx}\right) + \frac{dZ}{dx} = 0 \tag{1}$$

wird nach Horstmann:

$$\frac{1}{T}\left(Q + x\frac{dQ}{dx}\right) + Z_1 - rZ_2 - sZ'_3 - sAR\lg\frac{u}{u_0} = 0,$$

oder wenn man bedenkt, dass Q aus zwei Theilen besteht, aus der eigentlichen Zersetzungswärme q und aus der bei Ueberwindung äusserer Arbeit verbrauchten Wärmemenge $Apu = ART$:

$$\frac{q}{T} - AR\left(s\lg\frac{u}{u_0} - 1\right) + C = 0\ ^{1)} \tag{2}$$

worin $C = Z_1 - rZ_2 - sZ'_3$.

Aus der Gleichung (2) schliesst Horstmann, dass u und folglich die Zersetzungstension p (da $up = RT$) nicht von dem Zersetzungszustande x abhängen.

Allein mir scheint dieser Schluss keine Folgerung aus dem Princip der Entropie, denn er ist schon bei der Entwickelung der Gleichung (2) als Hypothese angewendet. — Diese Gleichung ist ja nur unter der Bedingung zu erhalten, dass man:

$$Z = xZ_1 + \left\{r(1-x) + m\right\}Z_2 + s(1-x)Z'_3 + s(1-x)AR\lg\frac{u}{u_0}$$

unter der Annahme differenzirt, dass u keine Function von x ist. Diese Annahme ist identisch mit obigem Schluss.

Es bleibt also den Experimenten überlassen, zu entscheiden, ob diese Annahme richtig ist oder nicht.

So weit mir bekannt ist, sprach Pfaundler sich nie

1) Im Originale steht statt des zweiten Gliedes: $-Ak\lg\frac{u}{u_0}$. Dieser Fehler beeinflusst nicht Horstmann's Schlüsse.

über diesen Gegenstand aus. Doch scheint mir eine consequente Durchführung seiner Theorie[1]) die Abhängigkeit der Tensionen von den Zersetzungszuständen zu fordern. Nehmen wir z. B. eine Menge eines krystallwasserhaltigen Salzes, welches in einem übrigens leeren Raume auf einer constanten Temperatur gehalten wird. Während in gleichen Zeiträumen stets eine gleiche Zahl von Molecülen sich zersetzt, füllt sich der Raum mit Molecülen Wasserdampf. Die Zahl der letzteren vermehrt sich, bis ihre Rückwirkung mit der Zersetzung im Gleichgewicht ist. Diese Zahl und somit auch der Druck muss um so grösser werden, ein je längerer Zeitraum zum Erreichen des Gleichgewichtszustandes beansprucht wird. Die Zersetzungstension ändert sich also durch jede Ursache, welche diesen Zeitraum beeinflusst. Eine solche Ursache wird die Hinzufügung einer Menge des wasserfreien Salzes sein; der Gleichgewichtszustand wird dadurch früher eintreten und die Tension erniedrigt werden, dieselbe ist also eine Function des Zersetzungszustandes.

Die Untersuchungen von Debray[2]) und Wiedemann[3]) gestatten nicht den Schluss zu prüfen, zu dem Pfaundler's Theorie führt. Die Resultate Wiedemann's haben nur in engem Kreise Bedeutung, da, wie Dr. Andree[4]) schon hervorhob, die Salzmenge im günstigsten Falle nur bis zu etwa $^{1}/_{200}$ zersetzt ist.[5])

Dagegen sind die Untersuchungen von Kraut und Precht[6]) mit der Pfaundler'schen Theorie im Ein-

1) Pogg. Ann. Bd. CXXXI.
2) Compt. Rend, T. LXVI. p. 194.
3) Pogg. Ann. Jubelband.
4) Inauguraldissert. Utrecht 1874.
5) Ein grosser Ueberschuss des Salzes wurde angewandt, weil die Verdampfung zunächst wesentlich nur von der Oberfläche der Krystalle ausgeht. Die Versuche entsprechen also völlig den Bestimmungen des Maximums der Spannkraft der Dämpfe des Wassers und der Salzlösungen. G. W.
6) Ann. Chem. u. Pharm. Bd. CLXXVIII.

klange. Sie brachten nach einander verschiedene Quantitäten des Salzes in den leeren Raum eines Apparates, welcher dem Hoffmann'schen zur Dampfdichtebestimmung sehr ähnlich war. Sie fanden immer bestätigt, dass die Tension bei einer bestimmten Temperatur um so grösser wird, je mehr Salz man anwendet. Gegen die Genauigkeit ihrer Beobachtungen kann ich nichts einwenden, und doch scheinen mir diese Untersuchungen nicht hinreichend zu sein, um die Abhängigkeit der Tension vom Zersetzungszustande festzustellen. Sie würden die Annahme unhaltbar machen, dass, wenn die Beschickung des Apparates immer hinreicht, um die zur Maximaltension nöthige Menge Wassers zu liefern, eine constante Tension erreicht würde. Dieses war keineswegs immer der Fall. Ebenso gut könnte man auf analoge Art zu beweisen versuchen, dass die Maximaltension des reinen Wassers abhängig sei vom Inhalt des Vacuums oder von der Menge des Wassers. — Ich werde in den folgenden Tabellen den Angaben von Kraut und Precht zwei Spalten (Spalte 6 und 7) beifügen. In der sechsten stehen die Quantitäten Wassers, welche sich in den Salzmengen befinden: sie sind berechnet aus dem Procentgehalt an Krystallwasser und den Gewichtsmengen des Stoffes, welche in der ersten Spalte stehen. Die Zahlen der letzten Spalte stellen die Wassermengen vor, welche die in der vierten Spalte genannten Räume mit Dampf von der grössten bei der gegebenen Temperatur beobachteten Tension erfüllen würden.

Wenn irgend eine constante Maximaltension besteht, muss sie entweder grösser oder diesem grössten beobachteten Werthe gleich sein. So lange also die Zahlen der letzten Spalte die der vorletzten übertreffen, darf man annehmen, es sei nicht die hinreichende Menge Salz vorhanden, um die Maximaltension zu veranlassen.

Aus den beiden letzten Spalten der Tabelle I geht hervor, dass bis auf den neunten Versuch die Salzmengen zu gering sind, um daraus schliessen zu können, es gebe keine constante Maximaltension. Die fünf übrigen sind

Tabelle I.

$CaSO_4 + 2$ aq, worin 20.9 % Krystallwasser. Bei 100°.

Versuchs-nummer	Gewicht des Salzes in mg.	Versuchs-dauer	Tension des Salzes in mm.	Volumen des Dampfes in cc.	Wasser-verlust in %	Quantität des Wassers im Salze	Quantität Wasser gefordert für eine Tension = 519 mm.
						mg.	mg.
1	4.2	2h.15	13.4	78.2	19.36	0.9	31.4
2	13.6	3 .30	35.6	84.3	17.14	2.8	33.9
3	21.0	2 .45	50.8	85.2	16.02	4.4	34.3
4	29.5	5 .10	67.7	89.4	15.56	6.2	36.0
5	50.4	4 .20	94.2	98.4	14.28	10.5	39.6
6	74.9	6 .05	140.0	104.2	13.85	15.7	41.9
7	103.6	5 .50	170.8	106.2	13.59	21.7	42.7
8	133.2	6 .00	205.8	111.9	13.42	27.8	45.0
9	184.7	9 .00	251.2	126.4	13.35	38.6	50.8
10	342.4	9 .10	351.2	141.2	11.23	71.6	56.8
11	543.7	10 .00	417.2	153.8	9.14	113.6	61.8
12	776.5	10 .00	474.0	164.4	8.66	162.3	66.1
13	921.3	11 .00	507.2	170.9	7.29	192.6	68.7
14	1000.0	14 .00	519.1	172.2	6.94		

auch nicht entscheidend, weil das Wachsen der Tensionen auch anderen Ursachen zugeschrieben werden kann: je länger die Versuchsdauer, und je grösser die Quantität des Stoffes, desto leichter wird sich die Tension ihrem Maximalwerthe nähern.

Tabelle II.

$3 CdSO_4 + 8$ aq. 5 aq entsprechen 11.7 % Krystallwasser. Bei 79°.

Versuchs-nummer	Gewicht des Salzes in mg.	Versuchs-dauer	Tension des Salzes in mm.	Volumen des Dampfes in cc.	Wasser-verlust in %	Quantität des Wassers im Salze	Quantität Wasser gefordert für eine Tension = 305 mm.
						mg.	mg.
1	99.9	1h.30	131.80	105.0	11.48	11.7	26.3
2	136.0	2 .00	170.82	111.1	11.48	15.9	27.9
3	168.9	1 .45	199.72	116.3	11.32	19.8	29.2
4	211.0	3 .00	234.97	123.6	11.32	24.7	31.0
5	309.7	3 .45	298.90	135.1	10.58	36.8	33.9
6	348.7	2 .50	305.41	135.9	9.29		

Bei den Zahlen der siebenten Spalte ist zu beachten, dass sie unter der Annahme berechnet sind, dass das Salz nur 5 aq. enthalte, weil nach Kraut und Precht nur fünf der acht Molecüle eine bei 100° messbare Spannung veranlassen. Bei den vier ersten Versuchen ist die Salzmenge nicht hinreichend, um die Maximaltension zu erreichen. Im fünften Versuche ist, obgleich die Versuchsdauer länger, dennoch die Tension geringer, als im sechsten. Da der Unterschied nur 6 mm beträgt, so kann auch hier die geringere Salzmenge ein langsameres Anwachsen der Spannung zur Folge gehabt haben.

Tabelle III.

$3 CdSO_4 + 8$ aq. Bei 100°.

Versuchsnummer	Gewicht des Salzes in mg.	Versuchsdauer	Tension des Dampfes in mm.	Volumen des Dampfes in cc.	Wasserverlust in %	Quantität des Wassers im Salze	Quantität Wasser gefordert für eine Tension = 386 mm.
						mg.	mg.
1	34.7	1h.00	57.86	88.4	11.47	4.1	26.3
2	70.6	1 .05	106.39	98.3	11.50	8.3	29.5
3	136.0	1 .30	178.44	112.6	11.48	15.9	33.5
4	168.9	2 .00	210.47	118.6	11.49	19.8	35.3
5	348.7	2 .00	355.64	145.0	11.48	40.8	43.1
6	389.6	2 .05	385.77	149.9	11.53		

Bei den Zahlen der siebenten Spalte ist das nämliche zu beachten, wie bei der vorigen Tabelle. Die Quantität des Wassers ist bei den fünf ersten Versuchen nicht genügend, um das Vacuum mit Dampf bis auf die im sechsten Versuche beobachtete Spannung zu erfüllen, wie aus der Vergleichung der beiden letzten Spalten erhellt.

Tabelle IV.

$FeSO_4 + 7$ aq. 6 aq = 38,8 %. Bei 100°.

Versuchs-nummer	Gewicht des Salzes in mg.	Versuchs-dauer	Tension des Dampfes in mm.	Volumen des Dampfes in cc.	Wasser-verlust in %	Quantität des Wassers im Salze	Quantität Wasser gefordert für eine Tension = 452 mm.
						mg.	mg.
1	35.3	0h.50	171.7	108.4	38.20	13.8	45.5
2	62.3	1 .05	247.6	124.7	38.36	24.2	52.3
3	71.1	1 .05	265.2	130.2	37.71	28.0	54.6
4	142.8	1 .15	431.8	158.9	37.31	44.1	66.7
5	167.1	2 .00	478.9	167.4	38.12	65.0	70.2
6	200.8	2 .10	541.8	178.3	37.33		

Die Quantitäten Wassers im Salze sind unter der Annahme berechnet, dass das Eisensulfat nur sechs Molecüle Krystallwasser enthalte, weil Kraut und Precht behaupten, es kämen nur diese sechs Molecüle bei 100° in Betracht. Aus den beiden letzten Spalten darf man wiederum schliessen, dass bei den fünf ersten Versuchen die Salzmenge nicht gross genug ist. — Es verdient ausserdem Erwähnung, dass der grösste Werth der beobachteten Tensionen bei 100° noch unter dem liegt, welchen Wiedemann bei niederer Temperatur beobachtet hat (548.9 mm bei 93°.5).

Noch drei andere Salze sind von denselben Beobachtern untersucht worden. Bei $(H_4N) Mg PO_4$ fürchteten sie den Einfluss von freigewordenem Ammoniak; von den beiden anderen liegen zu wenige Beobachtungen vor.

Ich glaube also bewiesen zu haben, dass diese Experimente sich auch mit der Annahme einer constanten Maximalspannung vertragen. — Bei der Betrachtung der sechsten Spalte der Tabelle I, worin der Wasserverlust in Procenten angegeben ist, erhebt sich indess die ganz andere Frage, woher es komme, dass ein wasserhaltiges Salz, wenn es dem wasserfreien Zustande sehr nahe kommt, nicht alles Wasser abzugeben scheint, wenngleich der gebotene Raum gross genug ist, um alles Krystallwasser im

Dampfzustande mit der gehörigen Spannung zu behalten? Absichtlich sage ich „scheint", denn möglicher Weise wird dazu nur ein viel längerer Zeitraum erfordert.

Schliesslich habe ich noch die Naumann'schen Versuche[1]) zu erwähnen. Er bringt in den Hoffmann's Apparat zur Dampfdichtebestimmung nach einander verschiedene Mengen Kupfersulfat und gelangt zu dem entmuthigenden Resultate, dass für eine bestimmte Temperatur keine constante Spannung beobachtet werden kann, weder bei Wiederholung desselben Versuches noch bei verschiedenen Versuchen. Fassen wir, um die Berechtigung Naumann's zu diesem Schlusse zu erwägen, zuerst einen bestimmten Versuch ins Auge, z. B. Nr. IX. Eine Vergleichung der Tensionen bei der Zimmertemperatur zeigt, dass im Anfange die Tension bei 15° sich auf 1 mm beläuft und sogar länger als einen Tag bei 1 mm bleibt, während sie schon nach der ersten Erhitzung und Abkühlung bei 10° 7,2 mm erreicht. Aber nach jeder folgenden Abkühlung schwankt sie um diese Zahl. Daraus geht hervor, dass die Anwesenheit eingeschlossenen Wassers die Hauptursache dieser Abnormität ist. Das war auch zu erwarten, da Naumann einen sehr grossen Krystall anwendete. Ueber den Einfluss des nicht zum Krystalle gehörigen Wassers bei niedrigen Temperaturen vergleiche man die Arbeit Wiedemann's. — Dass die Beobachtungen zwischen der Zimmertemperatur und 78° keine übereinstimmenden Resultate geben, darf uns nicht wundern, weil während des Erwärmens von constanter Temperatur nicht die Rede sein kann. — Allein auch bei 78° stimmen die nach wiederholten Erwärmungen beobachteten Dampftensionen nicht überein. Ich bemerke zuerst, dass sie niemals kleiner, sondern grösser werden oder gleich bleiben. Auch dieses lässt sich erklären aus dem Umstande, dass Naumann die Krystalle nicht zerrieb. Denn dadurch wird ja das

1) Ber. der Chem. Gesell. Berlin. Bd. VII.

Erreichen der Maximaltension erschwert, da relativ wenig Molecüle an der Oberfläche liegen: je mehr der Krystall verletzt wird (z. B. durch das Erwärmen selbst), desto weniger wird sich dieser hemmende Umstand geltend machen. Auch die sonderbare Erscheinung, dass die Tension noch steigt, nachdem auf eine kurze Zeit die Erwärmung unterbrochen, die Temperatur also unter 78° gesunken ist, findet in der Anwendung grosser Krystalle ihre Erklärung. Es ist ja nicht unwahrscheinlich, dass bei sehr langsamem Wachsen der Tension, diese noch nicht zum Maximalwerthe gelangt ist, welcher einer niederen Temperatur angehört, und somit bei Abkühlung sich nicht ändert oder wächst. — Vergleicht man ferner die Tensionen in den verschiedenen Versuchen, welche Naumann mittheilt, so bemerkt man, dass sogar bei gleicher Zahl und gleicher Dauer der Erwärmungen die Spannungszahlen nicht einander entsprechen. Da man ja die Tensionen kleiner als die Maximalspannungen betrachten darf, so ist es kaum zu erwarten, dass für die Krystalle in den verschiedenen Versuchen die Tension immer den nämlichen Weg zum Maximalwerthe zurücklegt. Die Länge dieses Weges ist von vielen Umständen abhängig, z. B. auch von der Grösse der Krystalle und diese Abhängigkeit kann man in den Naumann'schen Versuchen leicht entdecken.

Der sechste Versuch, der einzige, bei dem die Krystalle zerrieben sind, bestätigt völlig meine Behauptungen. Erstens sind dabei die Tensionen bei 78° alle grösser als bei den anderen Versuchen, wodurch die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesen der Maximalwerth nicht erreicht ist, gesteigert wird. Zweitens schwanken beim sechsten Versuche die Tensionen nur zwischen 233 und 234 ^{mm} für Temperaturen zwischen 77,°8 und 78,°1. Hieraus hätte Naumann wohl schliessen können, dass die Steigerung der Tension nach wiederholten Erwärmungen nur stattfindet, wenn die Krystalle nicht zerrieben sind.[1])

---

1) Der sechste Versuch giebt folgende Zahlen:

bei 78°.1 233.5 ^{mm}

B. Eigene Untersuchungen.

Die Experimentatoren, von denen bis jetzt Untersuchungen über die Dissociation krystallwasserhaltiger Salze vorliegen, haben dadurch die Aenderung des Zersetzungszustandes hervorgebracht, dass sie verschiedene Quantitäten des Stoffes in das Vacuum brachten. Ich habe dagegen versucht, die nämliche Krystallmenge in verschiedenen Zuständen der Entwässerung auf ihre Dissociationsspannung zu prüfen; dazu wurde der Dampf ausgepumpt, ähnlich wie die Kohlensäure bei Debray's Untersuchungen über die Dissociation von Kalkspath. Nur insofern weicht meine Methode von der seinigen ab, dass Pumpe und Barometer zu *einem* Apparate vereinigt sind, weshalb ich demselben den Namen „Barometer-Pumpe" geben werde [1]).

AF (Fig. 1 Taf. I) ist eine in Millimeter getheilte Glasglocke, welche in eine Eisenfassung *F* gekittet ist; dieselbe ist vermittelst einer Flügelschraube an den Boden des Erwärmungsgefässes angeschraubt und endet unten in ein Röhrchen. An letzterem ist durch Kupferdraht ein dickwandiger, aussen mit breitem Band umwundener Kautschukschlauch festgeschnürt, dessen anderes Ende an einem eisernen Hahn *E* befestigt ist. Dieser Hahn trägt eine Fassung, auf welche ein Glasrohr *L*, welches oben durch einen mit einem Chlorcalciumrohr versehenen Kork geschlossen ist, aufgesetzt ist. Der Hahn *E* ist auf einem Schlitten befestigt und lässt sich so mit dem Rohr *L* in verticaler Richtung auf einer Holzleiste verschieben. Die Glasglocke

---

bei	$77^0.8$	233.4^{mm}
„	$78^0.0$	234.0 „
„	$78^0.0$	233.0 „
„	$78^0.0$	234.0 „

Die vereinzelte Beobachtung von 240^{mm} bei 78^0 darf man einem Beobachtungsfehler zuschreiben. Vgl. hierüber auch Wiedemann, Pogg. Ann. Bd. CLIII. p. 612.

1) Die Beschreibung des Apparates ist nach dem Original ein wenig gekürzt. Die Red.

AF trägt oben eine gläserne Fassung mit einem V förmig purchbohrten Glashahn *H*, durch welchen man *AF* entweder durch das Rohr *O* mit einem auf *O* aufgeschliffenen und mit dem zu untersuchenden Salz gefüllten Fläschchen *P*, oder durch das Rohr *N* mit einem Trockenapparat verbinden kann. Letzterer besteht aus einer Woulff'schen Flasche *W*, welche entweder direct durch ein mit einem Hahn versehenes Rohr *C*, oder mittelst eines Systems von Chlorcalciumröhren und eines gleichfalls mit einem Hahn versehenen Rohres *B* mit dem Rohr *N* verbunden werden kann. Ersetzt man das Glasrohr *L* durch eine mit getrocknetem Quecksilber gefüllte Flasche *M*, so kann man durch Heben und Senken derselben und Verstellen des Hahnes *H* die Flasche *P* und das Rohr *AF* evacuiren, auch bei richtiger Stellung der Hahnverbindungen *C* und *B* die Flasche *W* mit trockener Luft füllen und letztere durch den Apparat hindurch treiben und ihn dadurch trocknen.

Die Glasglocke *AF* ist mit einem mit Wasser gefüllten Erwärmungsgefäss von Eisenblech umgeben, in welches vorn und hinten Glasscheiben mittelst Mennigekitt eingesetzt sind. In demselben befinden sich ausserdem ein dem Bunsen'schen ähnlicher, die Gaszufuhr zu den Erwärmungslampen regelnder Regulator, eine durch ein Uhrwerk in Bewegung gesetzte Rührvorrichtung und drei mit einem Kew'schen Normalthermometer verglichene und öfter auf ihre festen Punkte untersuchte Thermometer.

Um die Stellung des Hahnes *A* auch von aussen reguliren zu können, ist sein hinteres, aus der Fassung hervorragendes Ende achteckig geschliffen und darauf ein genau passender Ring gefügt, von dem zwei Eisenstäbchen durch eine horizontale, auf dem Erwärmungsgefäss befestigte Eisenplatte hindurchgehen. Schrauben, welche auf die Stäbchen aufgeschraubt sind, begrenzen ihre Hebungen und Senkungen und somit die Drehungen des Hahnes.

Die Glasglocke *AF* ist in Cubikcentimeter getheilt; der Inhalt des Fläschchens *P* (8.354 Cc.) wurde ebenso

wie der des Glasrohres *O* durch die als Volumenometer benutzte Barometerpumpe selbst bestimmt.

Zunächst wurde in der oben angegebenen Weise der ganze Apparat, erst bei gewöhnlicher Temperatur, dann bei 65° durch Hindurchleiten von trockener Luft getrocknet. (Die Anwendung noch höherer Temperaturen gestattete das Weichwerden der zum Dichten des Hahnes *H* dienenden Wachs-Oelschmiere nicht).

Zuerst wurde festgestellt, dass schon nach drei Hebungen und Senkungen der das Glasrohr *L* ersetzenden Quecksilberflasche die Glocke *AF* und das Fläschchen *P* vollkommen evacuirt war, so dass die Niveaudifferenz des Quecksilbers in dem Apparat beim Senken der Flasche nicht wesentlich, um höchstens 0.6 ^{mm}, von dem Barometerstand, abwich. Dasselbe fand bei verschiedenen Temperaturen der Glocke *AF* und des Fläschchens *P* (20.5° bis 50.7°) statt.

Nach diesen vorläufigen Versuchen wurde trockene Luft in den Apparat gelassen und nach genügender Abkühlung des Erwärmungsgefässes aus demselben so viel Wasser abgelassen, dass man das Fläschchen *P* herausnehmen kann.

Das Salz wird ziemlich fein zerrieben und in zwei Theile getheilt; der eine dient für die Wasserbestimmung des Salzes, mit dem anderen wird das gewogene Fläschchen beschickt, wonach eine zweite Wägung das Gewicht des Salzes kennen lehrt. Das mit Salz versehene Fläschchen wird an seine Stelle gebracht und das Wasser im Erwärmungsapparat wieder nachgefüllt. Durch dreimaliges Heben und Senken der Flasche *M* u. s. f. wird das Fläschchen luftleer gemacht. Dann wird die Temperatur auf 60° gesteigert und wiederum durch zwei bis drei Hebungen und Senkungen von *M* das Salz vom anhaftenden Wasser befreit; zu gleicher Zeit geht aber auch eine kleine Menge Krystallwasser verloren, weshalb die Untersuchungen nie vom Nullpuncte des Zersetzungszustandes ausgehen.

Darauf wird die Flasche *M* mit dem Beobachtungsrohr

L vertauscht, um nunmehr die eigentlichen Messungen der Dissociation vornehmen zu können. Diese sind in Serien eingetheilt. Zu der nämlichen Serie gehören die Tensionen, welche auf etwa denselben Zersetzungszustand sich beziehen und bei steigenden Temperaturen gemessen werden. Die Beobachtungen der ersten Serie bestehen oft noch aus einer α und β Reihe, die sich durch verschiedene Stellungen des Beobachtungsglases unterscheiden: α bedeutet die höchste und β die niedrigste Stellung. Diese kleine Verschiebung des Glases ermöglicht die Messung von Tensionen bei kleinen Veränderungen des Vacuuminhaltes. Nimmt man an, dass diese keine merkbare Aenderungen der Dissociationsspannungen zu Folge haben, so liefert die Vergleichung der α und β Reihen eine gute Controle meiner Versuche. Es würde sich z. B. die Anwesenheit zurückgebliebener Luft hiebei zeigen.

Nach der ersten Serie wird etwa eine gleiche Quantität Wasser ausgepumpt, wie vor der ersten entfernt ist. Zwischen den folgenden Serien wird jedesmal eine viel grössere Menge Wasser dem Salze entnommen.

Die beiden ersten Serien bestehen aus 6—8 Dissociationstensionen, beobachtet bei verschiedenen zwischen der Zimmertemperatur und 60° liegenden Temperaturen. Die folgenden Serien geben meistens nur zwei Beobachtungen in der Nähe von 50°.

Wenn die gewünschte Temperatur für die erste Beobachtung erreicht ist, wird von 10 zu 10 Minuten eines der drei Thermometer mit einem Fernrohre und das Quecksilberniveau in der Glocke am Kathetometer abgelesen. Die Tension wird als constant betrachtet, sobald die letzten drei Ablesungen am Kathetometer auf und nieder schwanken; die dazu erforderliche Zeit schwankt zwischen $^3/_4$ und 4 Stunden. Ist dieser Punkt eingetreten, so wird die Quecksilbersäule des Apparates am Kathetometer gemessen und der atmosphärische Druck am Barometer abgelesen. Für die Correctur muss man ausserdem die beiden anderen Thermometer im Erwärmungsgefässe, die

Zimmertemperatur und den Theilstrich, bis zu welchem das Niveau in der Glocke reicht, beobachten. — Die Mitteltemperatur der zwei Thermometer, deren eines die Temperatur des Fläschchens und das andere die des oberen Theiles der Glasglocke anzeigt, wird als die Dissociationstemperatur angesehen. — Zur Berechnung der Dissociationsspannung wird folgende Formel benutzt:

$$S = H - (L + L') + \alpha(L t + L' t' - H t').$$

H bedeutet den Barometerstand, L die Länge des im Gefäss stehenden Theiles der Quecksilbersäule, L' die des übrigen Theiles, t die Temperatur des dritten Thermometers am unteren Ende der Glasglocke, t' die Zimmertemperatur und α die Differenz der Ausdehnungscoefficienten des Kupfers und Glases. —

Das Verfahren, um den Wasserdampf auszupumpen, schliesst sich ganz dem schon beschriebenen an, wobei das Fläschchen P vollständig getrocknet wurde. Nur muss der Hahn A so lange die Verbindung zwischen P und F hergestellt haben, bis die Spannung des in der Glocke verbreiteten Dampfes beträchtlich genug ist, um die Mühe des Pumpens zu lohnen. — Das Gewicht des ausgepumpten Wassers kann man berechnen, wenn man bei jedem Pumpenschlage Volumen, Temperatur und Tension des Dampfes ermittelt. Man könnte diese sehr zeitraubende Arbeit abkürzen, wenn man den Dampf durch Chlorcalcium absorbiren liesse; wie ich es bei späteren Versuchen zu thun beabsichtige.

Versuch I. $SrCl_2 + 6$ aq.

Die Wasserbestimmung gab 34.9 %, während 50.3 % der theoretischen Quantität entsprechen. Die Beschickung des Apparates mit Salz betrug 2,043 ^{gr}, worin also 0.715 ^{gr} Wasser; an 6 aq. fehlen also 113 ^{mg}.

Die zwei ersten Spalten in der Tabelle I enthalten die Zahlen, mittelst deren die Curve B Fig. 2 construirt ist. Die dritte Spalte dieser Tabelle beweist, dass diese Curve alle Anforderungen durchaus befriedigt.

Tabelle I.

Erste Serie		
Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve *B*
$17^{0}.2$	3.2 mm	3.2 mm
$29^{0}.8$	10.9 „	10.9 „
$36^{0}.2$	17.7 „	17.5 „
$40^{0}.2$	23.1 „	23.2 „
$44^{0}.9$	32.1 „	32.0 „
$50^{0}.3$	46.1 „	45.9 „
$55^{0}.5$	63.8 „	63.9 „

Tabelle II.

Zweite Serie		
Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve *B*
$20^{0}.1$	5.1 mm	4.5 mm
$40^{0}.6$	24.3 „	23.8 „
$44^{0}.0$	30.0 „	30.1 „
$55^{0}.4$	63.0 „	63.5 „

Tabelle III.

α und β Reihe	
α	β
3.2 mm bei $17^{0}.2$	4.3 mm bei $16^{0}.9$
—	—
10.9 mm bei $29^{0}.8$	11.0 mm bei $29^{0}.9$
—	—
32.1 mm bei $44^{0}.9$	31.9 mm bei $44^{0}.7$

Tabelle IV.

Anwesendes Wasser in Molecülen aq.	Zahl der Pumpen-schläge	Ausgepumptes Wasser in mg	Serie	Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve *B*
Zwischen 6 und 4 aq.	3 2	Fehlend. Wasser = 113 Ausgep. vor S. I = 25 „ „ S. II = 29 Summe = 167	—	—	—	—
Zwischen 4 und 3 aq.	12	vor Serie III = 132 Summe = 299	III	$51^{0}.6$ $55^{0}.4$	50.1 mm 63.4 „	50.0 mm 63.5 „
Zwischen 3 und 2 aq.	16	vor Serie IV = 183 Summe = 482	IV	$51^{0}.7$ $54^{0}.0$	51.0 mm 58.8 „	50.5 mm 58.4 „
Zwischen 2 und $1^{1}/_{2}$ aq.	10	vor Serie V = 126 Summe = 608	V	$50^{0}.9$	37.2 mm	47.7 mm
Zwischen $1^{1}/_{2}$ und 1 aq.	4	vor Serie VI = 11 Summe = 619	VI	$49^{0}.6$ $51^{0}.6$	15.1 mm 16.4 „	43.9 mm 50.0 „
	8	vor Serie VII = 5 Summe = 624	VII	$50^{0}.8$ $52^{0}.2$	16.6 mm 18.0 „	47.4 mm 52.1 „

Die in den Tabellen II und III aufgeführten Beobachtungen stimmen mit den aus Tabelle I und Curve *B* abgeleiteten genügend überein. Nach den Versuchen in Tabelle II würden also die Resultate die gleichen geblieben sein, wenn vor der ersten Serie kein Wasserdampf ausgepumpt worden wäre. Aus der Vergleichung der beiden letzten Spalten geht hervor, dass in den Serien III und IV die Dissociationsspannung sich nicht geändert hat; dagegen ist bei den Serien V, VI und VII die gemessene Spannung weit niedriger als die aus der Curve *B* abgeleitete, obgleich bei den Serien VI und VII die Spannung nochmals constant zu werden scheint. Um die Relation zwischen der Dissociationsspannung und dem Zersetzungszustand zu veranschaulichen, habe ich aus den Zahlen der Tabelle IV die Spannung bei 50,9^0 abgeleitet und danach die Curve *B'* Fig. 3 construirt, deren Ordinaten die Tensionen bei 50.9^0 und deren Abscissen die Menge des ausgepumpten Wassers in Milligrammen darstellen.

Zur Controlirung der Menge des ausgepumpten Wasserdampfes wurde das Fläschchen *P* vor und nach dem Versuche gewogen; der Verlust war 0.553^{gr}, während die Summe in der dritten Spalte der Tabelle IV minus der Quantität, welche schon im Anfange an den 6 Molecülen aq. fehlte, sich auf 0.511^{gr} beläuft.

Versuch II. $CuSO_4 + 5\,aq.$

Tabelle I.			Tabelle II.			Tabelle III.	
Erste Serie			Zweite Serie			α und β Reihe	
Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve *C*	Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve *C*	α	β
19^0.8	5.3 mm	5.2 mm	42^0.1	28.9 mm	25.6 mm	5.3 mm	5.1 mm
26^0.9	9.1 „	9.1 „	46^0.1	36.5 „	33.5 „	bei 19^0.8	bei 19^0.8
34^0.7	15.7 „	15.7 „	50^0.1	46.2 „	43.7 „	—	—
44^0.1	29.8 „	29.3 „	54^0.1	58.2 „	55.8 „	39.2 mm	38.6 mm
48^0.3	39.2 „	38.7 „				bei 48^0.3	bei 48^0.3
52^0.9	52.3 „	52.2 „					

Tabelle IV.

Anwesendes Wasser in Molecülen aq.	Zahl der Pumpenschläge	Ausgepumptes Wasser in mg	Serie	Temp.	Tensionen gemessen	Tensionen gefunden aus Curve *C*	Tensionen gefunden aus Curve *D*
Zwischen 5 und 4 aq.	2 2	vor Serie I = 20 vor Serie II = 18 Summe = 38	—	—	—	—	—
	16	vor Serie III = 163 Summe = 201	III	49°.8	45.7 mm	42.8 mm	—
Zwischen 4 und 3 aq.	16	vor Serie IV = 160 Summe = 361	IV	49°.1 52°.8	44.6 mm 55.2 „	40.8 mm 51.7 „	—
	16	vor Serie V = 152 Summe = 513	V	49°.3 52°.0	42.3 mm 50.3 „	41.4 mm 49.2 „	—
Zwischen 3 und 2 aq.	16	vor Serie VI = 63 Summe = 577	VI	49°.8	28.2 mm	42.8 mm	27.9 mm
	16	vor Serie VII = 77 Summe = 654	VII	51°.8	34.2 mm	48.5 mm	31.8 mm
	—	vor Serie VIII = 75 Summe = 729	VIII	52°.0 53°.9	34.6 mm 39.3 „	49.2 mm 55.1 „	32.4 mm 36.8 „
Zwischen 2 und 1 aq.	24	vor Serie IX = 133 Summe = 862	IX	53°.6	38.3 mm	54.2 mm	36.0 mm
	35	vor Serie X = 156 Summe = 1018	X	53°.0	32.1 mm	52.4 mm	34.6 mm
	15	vor Serie XI = 35 Summe = 1053	XI	53°.0	4.4 mm	54.2 mm	—

Der Wasserbestimmung nach besitzt das Salz 38.3 % Wasser (der theor. Procentgehalt ist 36.1 %). Der Apparat wurde mit 3.825 gr des Salzes beschickt, welche also 1.400 gr Wasser enthalten.

Die Einrichtung der Tabellen ist die nämliche wie bei dem vorigen Versuche. Aus den Zahlen der beiden ersten Spalten der Tabelle I wurde die Curve *C* Fig. 2) abgeleitet. Wahrscheinlich haben diese Tensionen

nicht ihre Maximalwerthe erreicht, weil nicht nur die Tensionen der zweiten, sondern auch die der dritten, vierten und fünften alle um mehr als einen Millimeter grösser sind als die Tensionen der ersten Serie. Aus einer Vergleichung der sechsten, siebenten und achten Spalte der Tabelle IV ersieht man, dass die Spannung zuerst in Serie VI abzunehmen anfängt; und dass von Serie VI bis Serie IX die gemessenen Spannungen den aus der später zu erwähnenden Curve *D* abgeleiteten näher kommen als denen der Curve *C*. Curve *D* gehört einem Salz mit 3 aq. an.

Leider ist es hier nicht möglich, eine Curve der Tensionen bei derselben Temperatur und veränderlichen Zersetzungszustande zu construiren, da mehrere Serien nur eine Beobachtung enthalten. Dennoch können diese durch die schematische Curve *C'* Fig. 3 dargestellt werden, welche unter der Annahme gezeichnet ist, dass die Tension bei 50° (gefunden aus *C*) bis zur sechsten Serie gleich 42 ^{mm} bleibt und dann 28.3 ^{mm} wird (gefunden aus *D*), welchen Werth sie bis auf den Moment behält, wo 1018 ^{mg} entfernt sind.

Der Gewichtsverlust des Fläschchens während des Versuches war 1078 ^{mg} und die Gesammtmenge des ausgepumpten Wasserdampfes = 1053 ^{mg}.

Versuch III. $U_2(SO_4)_3 + 3$ aq.

Dieser Versuch liefert ein Beispiel, wie meine Methode auch gute Resultate geben kann, wenn dem Salze viel Wasser anhängt.

Die Wasserbestimmung bei 110° gab den Procentgehalt 9.7 °/₀, corresp. mit 3 aq., oder im Ganzen mit 4 aq., weil das letzte Molecül erst bei viel höherer Temperatur entweicht. Die theoretische Quantität wird verschieden angegeben.

Das Gewicht des Salzes betrug 2.724 ^{gr}, worin also 352 ^{mg} Wasser. Ohne Zweifel gehört wenigstens der achte Theil, und wahrscheinlich sogar der vierte Theil des Wassers

Tabelle I. Tabelle II.

Erste Serie			Zweite Serie		
Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve *D*	Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve *D*
24°.1	7.7 mm	2.4 mm	15°.7	4.9 mm	—
30°.2	11.3 „	6.3 „	33°.6	12.8 „	8.7 mm
37°.1	16.7 „	11.4 „	41°.5	19.2 „	15.6 „
46°.1	29.0 „	21.7 „	45°.4	23.5 „	20.7 „
50°.8	32.7 „	29.9 „	49°.6	28.9 „	27.6 „

Tabelle IV.

Anwesendes Wasser in Molecülen aq.	Zahl der Pumpenschläge.	Ausgepumptes Wasser in mg	Serie	Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve *D*
—	 4 2	Anhaftendes Wasser [1]) = —88 Ausgep. v. S. I = 68 „ v. S. II = 10 Summe = —10	—	—	—	—
Zwischen 3 und 2 aq.	6	vor Serie III = 50 Summe = +40	III	52°.0 50°.8	30.8 mm 29.2 „	32.3 mm 29.8 „
Zwischen 2 und 1 aq.	6	vor Serie IV = 49 Summe = 89	IV	52°.1 50°.6	30.2 mm 27.7 „	32.6 mm 28.2 „
	8	vor Serie V = 56 Summe = 145	V	52°.1	30.3 mm	32.6 mm
	7	vor Serie VI = 28 Summe = 173	VI	51°.5 49°.7	15.6 mm 15.1 „	31.2 mm 27.7 „
Zwischen 1 und 0 aq.	6	vor Serie VII = 18 Summe = 191	VII	51°.7 50°.1	15.5 mm 14.5 „	31.7 mm 28.5 „
	4	vor Serie VIII = 7 Summe = 198	VIII	52°.8 50°.6	3.6 mm 4.5 „	34.1 mm 29.5 „

1) Das anhaftende Wasser wird als negativ betrachtet, weil sonst die erste und die dritte Spalte nicht correspondiren.

nicht zum Krystalle, wenn man nähmlich mit Berzelius und Peligot im Ganzen nur 3 Mol. aq. annimmt.

Aus dem Verlaufe der Curve D''' (Fig. 2) kann man sofort auf die Anwesenheit anhaftenden Wassers schliessen, dessen Einfluss bei niederen Temperaturen viel grösser ist als bei den höheren. — Ich hätte eine grössere Quantität Wassers auspumpen und von Neuem eine erste Serie von Beobachtungen machen müssen, um eine bessere Curve construiren zu könnnen.

In Ermangelung derselben war ich später genöthigt, die Curve D (Fig. 2) mit Hülfe einer neuen trocknen Quantität zu construiren. Die Zahlen der dritten Spalte der Tabelle I sind dieser Curve entnommen.

In der zweiten Tabelle beziehen sich die beiden ersten Spalten wieder auf die ursprüngliche Salzmenge; die Vergleichung der beiden letzten Spalten zeigt, dass noch anhaftendes Wasser vorhanden ist.

Aus der Tabelle IV sieht man, dass bei Serie III die Tensionen denen gleich kommen, welche aus der Curve D gefunden sind. Dieses stimmt durchaus mit den Angaben der dritten Spalte dieser Tabelle, denn hieraus folgt, dass Serie III die erste ist, wo kein anhaftendes Wasser übrig geblieben ist. — Auf die nämliche Art wie bei Strontiumchlorid wurde die Curve D' (Fig. 3) construirt.

Der Gewichtsverlust des Fläschchens betrug 0.290^{gr} und das Gesammtgewicht des ausgepumpten Wasserdampfes betrug $0.198^{gr} + 0.088^{gr} = 0.286^{gr}$.

Versuch IV. $BaCl_2 + 2\,aq.$

Bei diesem Versuche war die Wasserbestimmung unterlassen worden. Das Fläschchen enthielt 8.143^{gr} des Salzes, worin 1.197^{gr} Wasser, wenn man den theoretischen Procentgehalt in Betracht zieht.

Zur Construction der Curve E (Fig. 2) wurden zu den Beobachtungen der ersten Serie andere, mit einer andern

Tabelle I. Tabelle II. Tabelle III.

Erste Serie			Zweite Serie			α und β Reihe	
Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve E	Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve E	α	β
25⁰.7	2.9 mm	2.1 mm	18⁰.4	2.6 mm	—	2.9 mm	2.8 mm
29⁰.2	4.0 „	4.1 „	29⁰.0	3.9 „	3.0 mm	bei 25⁰.7	bei 25⁰.8
*50⁰.9	29.2 „	28.9 „	43⁰.9	14.1 „	16.5 „	—	—
*51⁰.9	32.5 „	31.2 „	52⁰.8	33.8 „	33.4 „	3.9 mm	3.9 mm
53⁰.1	34.1 „	34.2 „				bei 29⁰.2	bei 29⁰.3
*53⁰.1	34.2 „	34.2 „				—	—
*54⁰.0	36.9 „	36.6 „				2.6 mm	1.8 mm
*55⁰.5	41.8 „	41.6 „				bei 18⁰.4	bei 18⁰.1

Tabelle IV.

Anwesendes Wasser in Molecülen aq.	Zahl der Pumpenschläge	Ausgepumptes Wasser in mg	Serie	Temp.	Tension gemessen	Tension gefunden aus Curve E
Zwischen 2 und 1 aq.	2 2	Ausgep. vor S. I = 16 „ „ S. II = 11 Summe = 27	—	—	—	—
	6	vor Serie III = 36 Summe = 63	III	52⁰.8	35.5 mm	33.4 mm
	9	vor Serie IV = 62 Summe = 125	IV	53⁰.6	37.7 mm	35.5 mm
	12	vor Serie V = 80 Summe = 205	V	56⁰.7	45.5 mm	45.5 mm
	7	vor Serie VI = 48 Summe = 253	VI	53⁰.7	38.8 mm	35.7 mm
	15	vor Serie VII = 193 Summe = 446	VII	52⁰.7	34.3 mm	33.1 mm

Quantität Salz angestellte zugezogen, so dass wenigstens in der Nähe von 50⁰ die Curve grössere Genauigkeit bietet.

Die Curve E' (Fig. 3), welche die Relation zwischen

Tension und Zersetzungszustand veranschaulicht, ist nur schematisch, gleich wie es beim Kupfersulfat der Fall war.

Schluss.

1. Der blosse Anblick der Curven Fig. 2 ergiebt, dass wenigstens bis 60° der Verlauf der Spannungen der krystallwasserhaltigen Salze derselbe ist, wie der des reinen Wassers, die Curven *B*, *C* und *D* laufen alle parallel der Regnault'schen Spannungscurve *A* für Wasserdampf.

2. Die Curven Fig. 3 führen zu dem Schluss, dass *die Dissociationsspannung keine Function des Zersetzungszustandes* ist. Freilich ändert sich die Spannung bei einer bestimmten Temperatur, wenn dem Salze das Wasser allmählich entzogen wird, aber diese Aenderung ist plötzlich. Es dürfte daher möglich sein, dass es für die untersuchten Salze verschiedene Gleichgewichtszustände mit ihrem Krystallwasser giebt.

So darf man annehmen, dass Strontiumchlorid sich wenigstens mit zwei verschiedenen Quantitäten Wasser verbinden kann, mit 6 und mit $1^1/_2$ Mol. aq., denn die kleinen Tensionen in den Serien VI und VII können nicht dem Umstande zugeschrieben werden, dass keine hinreichende Menge Wasser anwesend war, um den leeren Raum (etwa 80^{cc}) mit Dampf bis auf eine Spannung von 52^{mm} zu füllen. — Diese Annahme stimmt überein mit der Thatsache, dass dieses Salz bei gewöhnlicher Temperatur an der Luft alles Wasser mit Ausnahme der letzten $1^1/_2$ Moleküle verliert. — Vielleicht bestehen drei Verbindungen mit 6, 5 und $1^1/_2$ Mol. aq. Es ist ja möglich, dass der erste Theil der Curve *B'* (Fig. 3) nur dem Salze mit 5 aq. angehört, da vor der ersten Serie schon mehr als ein Fünftel des theoretischen Wassergehaltes verschwunden war.

Ebenso zwingt uns die Curve *C'* (Fig. 3) zu der Annahme eines zweiten Kupfersulfats $CuSO_4 + 3$ aq.

Die Curve *D'* macht die Existenz eines Salzes $U_2(SO_4)_3 + 1^1/_2$ aq. wahrscheinlich.

Meine Untersuchungen bestätigen also die Resultate von Debray, ebenso wie die auf die Bestimmung der Spannungen bei grossem Salzüberschuss beschränkten Experimente Wiedemann's. Alle diese Versuche sind im Widerspruch mit der Pfaundler'schen Theorie und finden nicht mehr eine Stütze in der mathematischen Entwickelung Horstmann's.

Prof. Buys Ballot, der schon im Jahre 1849 den Grundgedanken der Dissociationstheorie aussprach, zu der Pfaundler ganz unabhängig gelangte, erkennt an, dass die Annahme von Zufälligkeiten nicht hinreicht, um alle Dissociationserscheinungen zu erklären. Er zeigt durch folgendes Beispiel, wie die Unabhängigkeit der Dissociationstensionen von dem Zersetzungszustande eine unmittelbare Folge vom Princip von der Erhaltung der Kraft sei. Wenn eine Menge Kalkspath bei einer bestimmten Temperatur in einem leeren Raume, dem Wärme weder entnommen noch zugefügt werden kann, die Maximaltension erreicht hat, kann durch Hinzufügung von kaustischem Kalk die Gelegenheit für die Begegnung von Kohlensäuremolecülen mit Kalkmolecülen vergrössert werden. Wenn *nur* die Zufälligkeiten hier im Spiele wären, würden mehr Molecüle Kohlensäure sich mit Kalk verbinden, und die Spannung würde abnehmen. Allein das kann nicht geschehen bei constanter Temperatur, denn beim Entstehen dieser Salzmolecüle würde Wärme frei werden, und diese muss entweder die Temperatur des Systems erhöhen oder wieder eine gleiche Zahl Salzmolecüle zersetzen.

3. Die folgenden Thatsachen führen zu einem freilich noch gewagten Satze, welcher nur als eine erste Annäherung betrachtet werden soll. Die Curven (Fig. 3) folgen sich nach der Zahl der Krystallwassermolecüle;

während die Curven Wiedemann's, welche sich alle auf Salze mit 7 aq. beziehen, einander schneiden und dicht neben einander liegen. Die Tension von Strontiumchlorid und Uransulfat stimmen überein, während beide Salze nur $1^1/_2$ Mol. aq. besitzen (s. die Tabelle IV des ersten und dritten Versuches). Ebenso scheinen die Tensionen von Kupfersulfat und Uransulfat, wenn beide 3 Mol. aq. enthalten, übereinzustimmen. Diese Erscheinungen würden ihre Erklärung in der Hypothese finden können, dass die Dissociationsspannungen krystallwasserhaltiger Salze nur von der Temperatur und der Zahl Krystallwassermolecüle abhängen und nicht von der Natur des Salzes.

Freilich bedürften diese Schlussfolgerungen noch einer weiteren Bestätigung.

Utrecht 1874/75.

IV. *Ueber die Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung von Luft und Wasserstoff; von A. Winkelmann.*

---

§. 1.

Die frühere Bestimmung der Temperaturcoefficienten der Wärmeleitung der Gase beruhte auf der Voraussetzung, dass die Gase Luft und Wasserstoff dieselbe Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Temperatur zeigen. Diese Voraussetzung entsprach den Theorien von Clausius und Maxwell, da hiernach das Verhältniss der Wärmeleitung zweier permanenter Gase constant und keine Function der Temperatur ist. Für die experimentelle Bestimmung wurde die Annahme des erwähnten Gesetzes dadurch von Vortheil, dass mit Hülfe desselben die gesuchten Werthe

ohne Kenntniss des Wasserwerthes und der Dimensionen der verwandten Apparate berechnet werden konnten.

Das Princip dieser Berechnung erscheint indess durch die neueren Untersuchungen von A. v. Obermayer[1]) über die Aenderung der Reibungscoefficienten der Gase mit der Temperatur erschüttert, da dort für die Temperaturcoefficienten der Reibung für Wasserstoff und Luft nicht gleiche, sondern verschiedene Werthe gefunden sind. Es hat sich ergeben, dass der Reibungscoefficient des Wasserstoffs langsamer, als jener der Luft, mit der Temperatur wächst. Wenn nun auch durch Constatirung dieser Thatsache es noch nicht als erwiesen zu betrachten ist, dass ebenso die Temperaturcoefficienten der Wärmeleitung der beiden Gase verschiedene Werthe besitzen, so war dies doch als wahrscheinlich anzunehmen, und daher der Wunsch nahe gelegt, die Versuche über die Wärmeleitung der Gase nach dieser Richtung zu ergänzen.

Wird die Wärmeleitung von Luft und Wasserstoff bei 0° mit l_0 und w_0 bezeichnet, und bei 100° mit l_{100} und w_{100}, so war das Ziel der früheren Untersuchung die Bestimmung des Quotienten:

(1) $$\frac{w_{100} - l_{100}}{w_0 - l_0} = A.$$

Für diesen Quotienten ergab sich als Mittelwerth aus den Versuchen[2]) der Werth:

$$A = 1.277.$$

Nimmt man an, dass die Wärmeleitung von Wasserstoff und Luft in gleicher Weise mit der Temperatur wächst, so dass:

$$\frac{w_{100}}{w_0} = \frac{l_{100}}{l_0} = 1 + 100 \,.\, \beta$$

ist, so erhält man in dem Werthe

(2) $$\frac{A - 1}{100} = \beta$$

1) Wiener Ber. LXXIII. 2. Abth.

2) Pogg. Ann. CLIX. p. 181.

unmittelbar den Temperaturcoefficienten β der Wärmeleitung.

Es würde sich nun zunächst fragen, welche Bedeutung die Grösse A, die nach der Gleichung (1) berechnet ist, und ebenso die Grösse β nach Gleichung (2) hat, wenn die beiden Gase verschiedene Temperaturcoefficienten besitzen.

Es sei:

$$\frac{w_{100}}{w_0} = 1 + 100 \,.\, \beta_w\,; \quad \frac{l_{100}}{l_0} = 1 + 100 \,.\, \beta_l\,.$$

Man erhält durch diese Werthe:

$$A = \frac{(1 + 100 \,.\, \beta_w)\, w_0 - (1 + 100 \,.\, \beta_l) \,.\, l_0}{w_0 - l_0}.$$

Führt man das Verhältniss der Wärmeleitung von Wasserstoff zu Luft bei 0° ein, und setzt:

$$\frac{w_0}{l_0} = n,$$

so erhält man:

$$\frac{A-1}{100} = \beta = \beta_w + \frac{\beta_w - \beta_l}{n-1}.$$

Daher:

$$(3) \qquad \begin{cases} \beta_w = \beta - \dfrac{\delta}{n-1} \\[2ex] \beta_l = \beta - \dfrac{\delta \,.\, n}{n-1} \end{cases}$$

wo δ gleich der Differenz der Temperaturcoefficienten ist, also:

$$\delta = \beta_w - \beta_l.$$

Aus den Gleichungen (3) sieht man, dass die Coefficienten β_w und β_l entweder beide kleiner, oder beide grösser als β sind; es stellt also die frühere Bestimmung der Temperaturcoefficienten nicht einen Mittelwerth zwischen den Coefficienten von Luft und Wasserstoff dar. Besitzt Wasserstoff einen grösseren Temperaturcoefficienten als Luft, so würden die früheren Bestimmungen einen zu grossen Werth für die Temperaturcoefficienten beider

Gase geliefert haben. Würde hingegen der Temperaturcoefficient der Luft grösser als jener des Wasserstoffs sein, so hätte die frühere Berechnung zu kleine Werthe für beide Gase ergeben.

Nach A. v. Obermayer tritt bei der Reibung der zweite Fall ein, indem dort:

$$\delta = \beta_w - \beta_l = -0.00025$$

zu setzen ist.

Unter der Annahme, dass dasselbe in gleichem Maasse bei der Wärmeleitung stattfindet, erhält man:

für Wasserstoff $\beta_w = 0.00277 + \frac{0.00025}{5.33} = 0.00282,$

für Luft $\beta_l = 0.00277 + \frac{0.00025 \,.\, 6.33}{5.33} = 0.00307.$

Der Unterschied dieser beiden Werthe gegenüber dem Werthe 0.00277 ist nur klein und fällt für Wasserstoff innerhalb der Beobachtungsfehler; für Luft ist derselbe vielleicht hinreichend, um durch eine directe Bestimmung geprüft zu werden.

§. 2.

Ohne die Annahme, dass die beiden Gase Luft und Wasserstoff denselben Temperaturcoefficienten besitzen, ist die Untersuchung derselben nur möglich, wenn gewisse Constanten der Apparate bekannt sind. Ich habe mich daher entschlossen, die Apparate I und III, welche zu den früheren Versuchen gedient hatten, zu zertrümmern, um die nothwendigen Grössen zu erhalten. Ehe ich die einzelnen Resultate mittheile, möge zuerst die Art der Berechnung folgen, welche zeigt, dass ausser den Abkühlungsconstanten nur die Wasserwerthe der beiden Apparate und das Verhältniss der Wärmeleitung des Wasserstoffs und der Luft bei der unteren Temperatur $\tau = 7.6^0$ in die Formel eingehen.

Für einen kugelförmigen Apparat erhält man folgende Gleichung zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit eines Gases:

$$W \,.\, V = k \frac{4\pi \,.\, R \,.\, r}{R - r} + 4\pi r^2 \,.\, \sigma.$$

Es bedeutet:

W den Wasserwerth der inneren Kugel,
V die Abkühlungsconstante,
R den inneren Radius der äusseren Kugel,
r den äusseren Radius der inneren Kugel,
σ die Strahlungsconstante für die Einheiten der Fläche, der Zeit und der Temperaturdifferenz.

Die Grösse:

$$\frac{4\pi \,.\, R \,.\, r}{R - r}$$

werde für den Apparat I mit A', und für den Apparat III mit A''' bezeichnet. Ferner seien beim Apparat I folgende Bezeichnungen eingeführt:

die Grösse $4\pi r^2 \sigma$ sei bei der Temperatur τ^0 gleich a'_τ
" " " " " " " T^0 " $a'_\tau \,.\, \varepsilon$
die Abkühlungsconstante für Luft bei τ^0 sei $V'_{l,\tau}$
der Wasserwerth bei τ^0 sei . . . . . . W'_τ.

Bezeichnet man endlich die Wärmeleitungsconstante der Luft mit l, jene des Wasserstoffs mit w, so hat man folfolgende Gleichungen:

Apparat I.

(1) $$W'_\tau \,.\, V'_{l,\tau} = l_\tau \,.\, A' + a'_\tau$$

(2) $$W'_\tau \,.\, V'_{w,\tau} = w_\tau \,.\, A' + a'_\tau$$

(3) $$W'_T \,.\, V'_{l,T} = l_T \,.\, A' + a'_\tau \,.\, \varepsilon$$

(4) $$W'_T \,.\, V'_{w,T} = w_T \,.\, A' + a'_\tau \,.\, \varepsilon$$

Die entsprechenden Gleichungen für den Apparat III mögen mit den Nummern 5 bis 8 bezeichnet sein.

Man erhält aus den Gleichungen (1) und (5):

(9) $$l_\tau = \frac{W'_\tau \,.\, V'_{l,\tau} \,.\, a'''_\tau - W'''_\tau \,.\, V'''_{l,\tau} \,.\, a'_\tau}{A' a'''_\tau - A''' a'_\tau},$$

ferner aus (3) und (7)

$$l_T = \frac{W'_T \,.\, V'_{l,T} \,.\, a'''_\tau - W'''_T \,.\, V'''_{l,T} \,.\, a'_\tau}{A' a'''_\tau - A''' a'_\tau}.$$

Die gesuchte Grösse $l_T : l_\tau$ ist daher:

$$(10) \qquad \frac{l_T}{l_\tau} = \frac{W'_T \,.\, V'_{l,T} - W'''_T \,.\, V'''_{l,T} \,.\, \frac{a'_\tau}{a'''_\tau}}{W'_\tau \,.\, V'_{l,\tau} - W'''_\tau \,.\, V'''_{l,\tau} \,.\, \frac{a'_\tau}{a'''_\tau}}.$$

Der Quotient ist bekannt, sobald der Werth $\frac{a'_\tau}{a'''_\tau}$ ermittelt ist.

Stellt man entsprechend der Gleichung (9), aus den Gleichungen (2) und (6) den Werth für w_τ auf, so findet man aus dieser und der Gleichung (9) die Grösse:

$$(11) \qquad \frac{a'_\tau}{a'''_\tau} = \frac{W'_\tau}{W'''_\tau} \,.\, \frac{V'_{w,\tau} - V'_{l,\tau} \,.\, \frac{w_\tau}{l_\tau}}{V'''_{w,\tau} - V'''_{l,\tau} \,.\, \frac{w_\tau}{l_\tau}}.$$

Es ist nach der früheren Bestimmung $\frac{w_\tau}{l_\tau} = 6.33$.

In ganz ähnlicher Weise wie für Luft durch Gleichung (10) lässt sich auch für Wasserstoff das Verhältniss der Leitungsfähigkeiten für zwei verschiedene Temperaturen bestimmen.

Die im Obigen dargelegte Berechnung bietet gegenüber jener, bei der die Dimensionen der verwandten Apparate als bekannt vorausgesetzt werden, nicht nur den Vortheil, dass die Ungenauigkeit, welche in der Bestimmung dieser Dimensionen enthalten ist, vermieden wird, sondern noch einen zweiten von grösserer Bedeutung. Es ist nämlich bei der mitgetheilten Berechnung nicht die Annahme gemacht, dass die Strahlungsconstante pro Flächeneinheit bei beiden Apparaten identisch ist, eine Annahme, die, wie die früheren Versuche zeigen, wegen der wenn auch nur in geringem Maasse stattfindenden Glasleitung in Wirklichkeit nicht erfüllt ist[1]), die aber bei der anderen Art der Berechnung unerlässlich ist.

1) Die Summe der Strahlung und Glasleitung ist nämlich in einen Ausdruck zusammengefasst.

§. 3.

Die Bestimmung der Wasserwerthe der inneren Kugeln der beiden Apparate geschah durch Wägung der Quecksilbermengen und der Gewichte des Glases der beiden Kugeln.

Der Apparat I enthält 435,497 Gr. Quecksilber bei der Temperatur 7.6°; das Gewicht des Glases ist 9,815 Gr. Der Apparat III enthält 109.29 Gr. Quecksilber bei der Temperatur 7.6°; das Gewicht des Glases ist 2.295 Gr.

Führt man als specifische Wärme des Quecksilbers bei 7.6° die Zahl 0.0333, bei 108° die Zahl 0.0327 ein, und für die specifische Wärme des Glases bei beiden Temperaturen die Zahl 0.177, so hat man folgende Grössen als Wasserwerthe.

$W'_\tau = 16.238$	$W'''_\tau = 4.045$
$W'_T = 15.758$ [1]	$W'''_T = 3.925$ [1]

Um die Berechnungen durchzuführen, müssen die Abkühlungsconstanten auf diese Temperaturen τ und T reducirt werden.[2]

Für $\tau = 7.6°$ und $T = 108°$, erhält man folgende Werthe:

Luft	Wasserstoff
$V'_{l,\tau} \,.\, \log e = 0.0004331$	$V'_{w,\tau} \,.\, \log e = 0.0019348$
$V'''_{l,\tau} \,.\, \log e = 0.0004335$	$V'''_{w,\tau} \,.\, \log e = 0.0015563$
$V'_{l,T} \,.\, \log e = 0.0007509$	$V'_{w,T} \,.\, \log e = 0.002741$
$V'''_{l,T} \,.\, \log e = 0.0008398$	$V'''_{w,T} \,.\, \log e = 0.002330$

Mittelst dieser Werthe erhält man nach Gleichung (11):

$$\frac{a'_\tau}{a'''_\tau} = 2.7263,$$

und nach Gleichung (10):

---

1) Bei diesen Zahlen ist berücksichtigt, dass das Gewicht der in dem Gefäss bei der niederen Temperatur enthaltenen Quecksilbermenge durch 1.0156 zu dividiren ist, um das Gewicht des Quecksilbers zu erhalten, welches in der höheren Temperatur die Kugel ausfüllt.

2) Pogg. Ann. CLVII. p. 517.

$$\frac{l_T}{l_\tau} = 1.2637.$$

Daraus ergiebt sich der Temperaturcoefficient β_l der Wärmeleitung der Luft:

$$\beta_l = \frac{1.2637 - 1}{108 - 1.2637 \,.\, 7.6} = 0.002680.$$

Für Wasserstoff findet man:

$$\frac{w_T}{w_\tau} = 1{,}2807. \qquad \beta_w = 0.002855.$$

Nach diesen Werthen[1]) von β_w und β_l ist der Temperaturcoefficient der Wärmeleitung des Wasserstoffs grösser, als jener der Luft und zwar um 0.000175. Für die Reibung findet nach den Versuchen von A. v. Obermayer das Gegentheil statt, indem dort der Temperaturcoefficient der Luft um 0.00025 grösser, als jener des Wasserstoffs gefunden wurde.

Der Unterschied der Temperaturcoefficienten β_w und

---

1) Berechnet man mittelst der Werthe β_l und β_w nach Gleichung (3) des §. 1 den Werth β, so erhält man:

$$\beta = 0.002888.$$

Um diesen Werth mit dem früher bestimmten (Pogg. Ann. CLIX. p. 181) vergleichen zu können, ist zu beachten, dass nach der neuen Bestimmung, wegen der Rücksichtnahme auf das Glas, die Aenderung des Wasserwerthes mit der Temperatur etwas modificirt wird. Man erhält hierdurch für die Apparate I und III den Werth:

$$\beta = 0.002919.$$

Die beiden Werthe β sind aus den gleichen Abkühlungsconstanten abgeleitet; dass dieselben nicht vollkommen identisch sind, ist darin begründet, dass zur Bestimmung des ersten Werthes 0.002888 das Verhältniss der Wärmeleitung von Wasserstoff zu Luft, $\frac{w_\tau}{l_\tau}$, benutzt ist, während der zweite Werth 0.002919 ohne die Kenntniss dieses Verhältnisses abgeleitet ist. Eine kleine Ungenauigkeit in der Bestimmung dieses Verhältnisses genügt, um den Unterschied der beiden Werthe von β zu erklären. Man sieht, dass die Werthe β_w und β_l kleiner sind als β, wie es nach §. 1 auch sein muss, da $\beta_w > \beta_l$ ist.

β_l ist, für sich betrachtet, in Procenten ausgedrückt, nicht gering; indessen werden nicht die Temperaturcoefficienten, sondern die Werthe $(1 + 100\,\beta_w)$ und $(1 + 100\,\beta_l)$ direct beobachtet. Die Differenz dieser beiden Werthe beträgt nur 1.36 Proc. für die Wärmeleitung, und 1.97 Proc. für die Reibung. Da beide Differenzen verschiedene Vorzeichen haben, so liefern die Versuche über die Wärmeleitung einen Unterschied von 3.3 Proc. gegenüber jenen über die Reibung.

§. 4.

Zur Prüfung der Frage, ob die Genauigkeit der Versuche hinreichend ist, um den erwähnten Unterschied, der sich für die Reibung und Wärmeleitung ergibt, als sicher constatirt anzusehen, ist zunächst die Bemerkung nothwendig, dass die Versuche der Wärmeleitung nicht jene Genauigkeit in den Resultaten der Temperaturcoefficienten erreichen lassen, welche bei denen der Reibung erlangt wird. Es ist dies in dem Umstande gelegen, dass bei der Wärmeleitung die Strahlung, welche etwa fünfmal so schnell als die Leitung mit der Temperatur wächst, zu eliminiren ist. Wird ferner, wie es in dieser Arbeit geschehen ist, die Annahme verworfen, dass die Temperaturcoefficienten der Wärmeleitung für Luft und Wasserstoff einander gleich sind, so wird der numerische Werth des Verhältnisses:

$$\frac{l_T}{l_t} \text{ oder } \frac{w_T}{w_t}$$

durch kleine Fehler in den beobachteten Abkühlungsconstanten noch sehr viel stärker afficirt.

Da eine kleine Unsicherheit[1]) in der Bestimmung der Wasserwerthe der beiden Apparate für das Resultat nicht von Belang ist, weil nur Quotienten derselben in die Rech-

1) Diese könnte nur in der specifischen Wärme des Glases, welche nicht direct bestimmt wurde, bestehen.

nung eingehen, so fragt es sich, welche Fehler in den Abkühlungsconstanten genügen würden, um die Differenz:

$$(1 + 100 \,.\, \beta_w) - (1 + 100 \,.\, \beta_l) = 100\,\delta$$

um 3.3 Procent zu verkleinern. Nimmt man in jeder der 4 Abkühlungsconstanten:

$$V'_{l,T}\,, \qquad V'''_{l,T}\,, \qquad V'_{w,T}\,, \qquad V'''_{w,T}$$

einen Fehler von 0.3 Proc. in der Art an, dass jeder die fragliche Differenz vermindert, so erhält man als Summe 3.3 Proc. Es würde nämlich der Werth für Luft $(1 + 100\,\beta_l)$ um 2.2 Proc. wachsen, und der Werth für Wasserstoff $(1 + 100\,\beta_w)$ um 1.1 Proc. abnehmen. Die Differenz $100\,\delta$, die nach den Beobachtungen der Wärmeleitung gleich $+ 0.0175$ ist, würde hierdurch gleich $- 0.0245$ werden, also nahezu gleich dem Werthe $- 0.0250$ sein, welchen A. v. Obermayer bei der Reibung gefunden hat.

Da ein Fehler von 0.3 Proc. als möglich zugegeben werden muss, so halte ich es durch meine Versuche nicht für bewiesen, dass die Temperaturcoefficienten der Wärmeleitung für Luft und Wasserstoff von jenen der Reibung verschieden sind. Um die Frage zu entscheiden, müssen einerseits andere Dimensionsverhältnisse bei den Apparaten verwandt und andererseits Körper zu denselben benutzt werden, welche ein kleineres Strahlungsvermögen als das Glas besitzen, um so die Wärmeleitung gegenüber der Strahlung mehr hervortreten zu lassen.

Aachen, November 1876.

V. *Ueber Bewegungserscheinungen an electrisirtem Quecksilber in Glasgefässen; von Hermann Herwig.*

§. 1.

Im 159. Bande von Pogg. Ann. p. 489 habe ich eine kurze Mittheilung über Bewegungserscheinungen an electrisirtem Quecksilber gemacht, deren Beziehung zu den capillaren Verhältnissen zwischen Quecksilber und Glas ich noch näher aufzuklären versprach. Die Beobachtungen, welche ich in dieser Richtung nunmehr gemacht und zu einem ersten Abschlusse geführt habe, erlaube ich mir in gegenwärtiger Arbeit niederzulegen.

Schon meine früheren Beobachtungen über die durch Electrisirung verminderte Capillardepression von Quecksilber in Glasröhrchen hatten ausser der Verkleinerung der Quecksilbercohäsion auch die Veränderung der Glasoberfläche durch kräftige electrische Ladungen wahrscheinlich gemacht. Mit Rücksicht auf die gleichfalls von Anfang an hierbei beobachtete stärkere Wirkung der positiven Electricität konnte man nun ferner drittens vermuthen, dass auch Quecksilberoxydationen durch electrolytische Zerlegung des Wassergehaltes der Luft oder des hygroskopisch am Glase haftenden Wassers mit im Spiele seien. Die jetzt mitzutheilenden neueren Versuche haben nun gezeigt, dass in der That alle drei genannten Ursachen hier zusammenwirken.

In Bezug auf die Mehrwirkung der positiven Electricität bei den Capillarversuchen hatte ich früher die Möglichkeit erwähnt, dass dieselbe vielleicht der höheren Potentialausbildung am positiven Pole der Holtz'schen Maschine vor jeder Entladung zwischen deren Polen ihren Ursprung verdanken könne. Diese Erklärung

hat sich indessen in dieser einfachen Auffassung nicht als ausreichend erwiesen. Um sie zu prüfen, nahm ich bei einer Anzahl von Versuchen Ladungen je zweier gleicher Capillarröhrchen von beiden Polen der Holtz'schen Maschine aus vor, ohne dass zwischen den Polen selbst Entladungen stattfanden. Die weit auseinander gestellten Pole waren durch ein angelegtes Metallstück verbunden und wurden dann, wenn die Maschine in kräftige Wirkung versetzt war, plötzlich freigelegt, wobei zugleich die Maschine möglichst bald zum Stillstand gebracht wurde. Beide Capillarröhrchen wurden so in relativ kurzem Stosse mit gleichen Electricitätsmengen geladen. Hierbei stieg das Quecksilber in beiden Röhrchen momentan, aber fast immer in dem mit dem positiven Pole verbundenen mehr.

§. 2.

Eine bessere Einsicht in die Verhältnisse gewinnt man, wenn man das Laden der Röhrchen in mehr gleichmässiger Weise dauernd fortsetzt, also am einfachsten bei fortwährendem Funkenübergange zwischen den nicht zu weit getrennten Polen der Holtz'schen Maschine[1]) den einen derselben gleichzeitig mit dem Quecksilber der Röhrchen verbindet (im weiteren mit dem capillaren Theile communicirenden Schenkel), den anderen dagegen zur Erde ableitet.

Alsdann erhält man zunächst für positive Electrisirung ausser dem S t e i g e n d e s Q u e c k s i l b e r s im capillaren Röhrentheil, welches a l l m ä h l i c h vor sich geht und im Ganzen sehr hohe Beträge erreichen kann, durchweg ein H a f t e n des Quecksilbers an der höchsten, jedesmal erreichten Stelle des Röhrchens, wo das Quecksilber einige Zeit lang stand. Zum Eintritt eines solchen Haftens genügt schon eine so kurze Electrisirung, wie sie am Ende

1) Ich bemerke, dass die einzige in meinem Cabinet vorhandene Holtz'sche Maschine ein kleines, wenig ergiebiges Exemplar ist, und dass also alle folgenden Versuche mit entsprechend mässigen Electricitätsmengen ausgeführt sind.

des · §. 1 beschrieben wurde. Endlich ist bei einigermaassen fortdauernder Electrisirung sehr leicht gleichzeitig an der Haftestelle ein schmutziger Ansatz wahrzunehmen, wie ihn eine kräftige Oxydation des Quecksilbers zeigen würde, und wie er z. B. an dem offenen Schenkel von Barometern im Laufe der Zeit auftritt. Häufig war der Ansatz in Form eines so feinen scharfen Ringes vorhanden, dass man glauben konnte, das Glas sei an der Stelle mit einem harten Instrumente geritzt; er liess sich aber stets durch Kratzen mit dünnen Platindrähten oder feinen Federstückchen grösstentheils entfernen.

Die Haftestellen sind indessen nicht blos durch eine Quecksilberoxydation bedingt, sondern ganz wesentlich an eine Veränderung des Glases gebunden. Denn einmal treten sie auch oft ohne sichtbaren Quecksilberschmutz auf und machen sich auch noch bemerkbar, wenn man das zum Electrisiren benutzte Quecksilber ausgiesst und wiederholt frisches reines Quecksilber durch die Röhre fliessen lässt. Und zweitens ist das Haften nicht mit einer bestimmten Veränderung der Capillardepression verknüpft, wie es bei einer bestimmten Oxydation der Quecksilberoberfläche zu erwarten wäre, sondern es findet gerade an der betreffenden Stelle, wo die electrische Ladung etwas dauernder vom Quecksilber auf das Glas übergetreten war, ein kräftiges Festhalten des Quecksilbers statt, unbekümmert um den Quecksilberstand in dem communicirenden weiteren Schenkel. Man kann sogar durch theilweises Entleeren des letzteren eine negative Depression, d. h. eine Erhöhung des Standes im capillaren Theile gegenüber dem weiten erzielen. Infolge dieser Glasveränderung ist nun auch anzunehmen, dass der auftretende Quecksilberschmutz nicht blos eine Sauerstoffaufnahme aus der Luft und etwaigem hygroskopisch vorhandenen Wasser von Seiten des Quecksilbers bedeutet, sondern wohl auch eine Aufnahme von Bestandtheilen des Glases.

Dieser Wirkung der positiven Electricität gegenüber besteht die der negativen für nicht zu lange Dauer der

Electrisirung durchweg darin, dass nur ein vorübergehendes weniger grosses Steigen des Quecksilbers im capillaren Röhrchen eintritt, welches beim Aufhören der Ladung schnell ganz wieder rückgängig wird, ja sogar häufig ein ganz geringes noch weiteres Hinabgehen des Quecksilbers unter den ursprünglichen Ruhestand nach sich zieht. Eine solche, nur an die Dauer der Ladung gebundene Niveauveränderung des Quecksilbers ist ein entschiedener Beweis dafür, dass die Electrisirung die Quecksilbercohäsion in einer Weise vermindert, welche die Wirkung der wohl gleichzeitig verminderten Adhäsion zwischen Quecksilber und Glas zurücktreten lässt. So war es ja nach den früheren Versuchen über die Electrisirung des Quecksilbers in flachen Schalen auch wohl zu erwarten. In diesen Fällen einer ganz vorübergehenden Wirkung der negativen Electricität findet also keine definitive Veränderung des Glases oder des Quecksilbers statt. Sinkt das Quecksilber hierbei noch unter den ursprünglichen Stand, so wird man eine Desoxydation der vorher ein wenig oxydirten Quecksilberoberfläche annehmen müssen. In einzelnen Fällen, die hiernach keiner weiteren Erklärung mehr bedürfen, sinkt das Quecksilber bei negativer Electrisirung von vornherein ein wenig.

Eine selbstverständliche Combination der Wirkung der positiven und der negativen Electricität ist es, wenn nach vorangegangener positiver Electrisirung mit dauerndem Effect derselbe durch eine nachfolgende negative Electrisirung in der Regel theilweise rückgängig gemacht wird. Nur wenn das Haften in einem positiv electrisirten Röhrchen sich bereits stark ausgebildet hatte, ändert eine nachfolgende negative Electrisirung nichts daran.

Wenn man eine negative Electrisirung übrigens sehr lange fortsetzt, so kann dasselbe eintreten, was für positive Electricität schon bei allerkürzester Wirkung sich zeigte, nämlich das Ausbilden von Haftestellen und weiterhin von einem schmutzigen Quecksilberansatze. Man muss die in der angegebenen Weise vorgenommene electrische Ladung

ja eigentlich als eine stark gespannte Strömung auffassen, die nur an den Grenzen des Quecksilbers und weiter des Röhrchens überhaupt einen sehr grossen Widerstand vorfindet. Für solche Strömungen gibt es nun aber auch theilweise Rückausgleichungen, so dass an der capillaren Quecksilberoberfläche sich auch bei negativer Ladung einiges weniges von der Wirkung der positiven Ladung zeigen kann, sogar bis zu einer gewissen Oxydirung des Quecksilbers. Im wesentlichen dürften jedoch die hier besprochenen Erscheinungen für negative Ladung einen neuen Beweis für die gleichzeitig stattfindende Zersetzung des Glases enthalten.

Ich erwähne noch, dass, wenn man durch Anlegung des ableitenden Fingers an das Capillarröhrchen die Abströmungen der Ladung erleichtert, sich durchweg die charakteristischen Wirkungen der Electricität, und zwar die gegensätzlichen für beide Electricitäten, nur noch intensiver zeigen. Bei Annäherung des Fingers ist in diesem Falle natürlich das violette electrische Licht der Luft wahrzunehmen. Bei der gewöhnlichen Art zu operiren zeigte sich dagegen gar keine Lichterscheinung (wie sie etwa für sehr starkes Ausströmen als Büschellicht möglich wäre).

§. 3.

Die bisher genannten einfachen Versuche enthalten also bereits in unverkennbarer Weise die drei Eingangs erwähnten Punkte, die hier in gemeinsamer Wirkung zur Geltung kommen und eine namentlich für positive Electrisirung beträchtliche Verminderung der Capillardepression hervorbringen, nämlich stark verminderte Quecksilbercohäsion, definitive Veränderung der Quecksilberoberfläche und definitive Veränderung des Glases. Ich habe nun noch weitere Versuche hinzugefügt, um besonders die beiden letzten Punkte näher festzustellen und aufzuklären.

Was zunächst die Oxydation einer Quecksilberoberfläche betrifft, durch welche positive Electricität austritt, so brachte ich auf horizontale Glasplatten mässig grosse

Quecksilbertropfen, die ebenso electrisirt wurden, wie bei den Versuchen des §. 2 das Quecksilber in den Capillarröhrchen. Bei Anwendung von nicht besonders getrockneten Glasplatten und eben solchem Quecksilber erhielt ich dann für positive Electrisirung durchweg dem Umfange der Tropfen entsprechend einen Ring von schmutzigem Quecksilber am Glase haftend, der nur durch kräftigstes Reiben ganz entfernt werden konnte. Negative Electrisirung zeigte das sehr viel schwerer; ebenso war es zwar nicht immer, aber doch in wiederholten Fällen schwerer zu erhalten, wenn Platte und Quecksilber vorher lebhaft erwärmt worden waren.

Der letztere Umstand gibt zweifellos die Mitwirkung des hygroskopisch haftenden Wassers zu erkennen. Dass übrigens nicht eine dadurch hervorgerufene Oxydation des Quecksilbers das einzige ist, was die Erscheinung bedingt, dürfte sich wohl am einfachsten daraus ergeben, dass bei einigen in dieser Richtung angestellten Versuchen der durch positive Electrisirung entstandene Schmutzring sich durch nachfolgende sehr lange negative Electrisirung nicht wieder entfernen liess, während eine nochmalige positive Electrisirung den Ring noch weiter ausbildete.

Solche Ringe wurden durch positive Ladung ausser auf Glasplatten auch auf Platten von Ebonit und Holz erzielt, dagegen nicht deutlich auf isolirt gelegten Eisen- oder Platinplatten, bei denen allerdings die electrische Dichtigkeit am Quecksilber eine kleinere ist. Die zitternde Bewegung der Quecksilbertropfen, wie sie den früheren Beobachtungen gemäss durch die auseinandergetriebenen Quecksilbertheilchen entstehen muss, zeigte sich übrigens auch auf solchen Metallplatten.

§. 4.

Wichtiger indessen, als der Nachweis, dass eine Quecksilberoxydation in vielen Fällen mit im Spiele sei, schien mir der umgekehrte Nachweis zu sein, dass diese Oxydation die Erscheinungen nicht allein bedinge, in welchem

Falle man es ja mit einer nur etwas abgeänderten Form der bekannten electrolytischen Quecksilberbewegungen im galvanischen Strome[1]) zu thun haben würde. Für diesen umgekehrten Nachweis sind in dem Vorigen schon mehrfache Anhaltspunkte gegeben. Ich habe jedoch eine noch bestimmtere Feststellung in dieser Hinsicht für wünschenswerth gehalten.

Um zunächst den Einfluss des hygroskopisch haftenden Wassers bei den eigentlichen Capillarversuchen zu controliren, machte ich mehrfach aus demselben Glase zwei ganz gleich beschaffene Röhrchen, deren capillarer Schenkel eine sehr grosse Länge besass. Das eine wurde noch heiss sofort mit ganz trockenem Quecksilber gefüllt und nach nochmaliger Erwärmung des Glases oben zugeschmolzen. Das andere blieb zuerst lange Zeit liegen, wurde dann mit etwas feuchtem Quecksilber gefüllt, noch ein wenig innen behaucht und nun erst zugeschmolzen. Bei beiden Röhrchen traten in nicht wesentlich verschiedener Weise die früheren Erscheinungen auf, also namentlich die Ausbildung von Haftestellen und der Quecksilberansatz bei positiver Electrisirung. Die Depressionsveränderungen waren natürlich wegen der Druckwirkung der abgesperrten Luft beschränkter, als in offenen Röhrchen, aber bei der sehr langen Ausdehnung der abgeschlossenen Luftschicht immerhin noch deutlich genug zu erkennen.

Gegenüber den Versuchen mit grösseren Quecksilbertropfen auf Glasplatten ist hier daran zu denken, dass die electrische Dichtigkeit an der capillaren Quecksilberoberfläche in den Röhrchen eine sehr viel grössere ist. Bei solch gesteigerter electrischer Dichtigkeit zeigt sich also das hygroskopische Wasser keinesfalls als ausschliesslich maassgebend.

§. 5.

Es könnte nun ausser dem am Glase und Quecksilber haftenden Wasser noch Wasserdampf der überstehenden

1) Siehe Wiedemann Galvan. 2. Auflage. I. §. 368 ff.

Luft oder auch einfach deren Sauerstoffgehalt zur Oxydation verwandt und so die ganze capillare Veränderung wieder einer solchen Oxydation zugeschrieben werden. Zur Widerlegung dieser Auffassung können erstens einige Versuche dienen, die ich an einem capillaren Eisenröhrchen (von etwas mehr als $^1/_2{}^{mm}$ lichtem Durchmesser) anstellte. Dieses Eisenröhrchen war auf den einen Schenkel eines weiteren Uförmigen Glasrohres aufgesetzt, dessen anderer Schenkel lang ausgedehnt war und in einen capillaren Glastheil endete. Das Rohr war in der unteren Partie mit Quecksilber gefüllt, welches sich einerseits bis in das Eisenröhrchen fortsetzte, andererseits an eine Schicht destillirten Wassers anschloss, die bis in den capillaren Glastheil reichte. Vorausgesetzt, dass das capillare Niveau des Wassers selbst keine Aenderung durch electrische Ladung erfahre, konnte so aus den dort etwa auftretenden Niveauveränderungen auf den Einfluss geschlossen werden, welchen die Ladung dem Quecksilber in capillarem Eisenröhrchen gegenüber ausübte. Die genannte Voraussetzung durfte aber bei der auf der Wasserseite bedeutend längeren Ausdehnung des Apparates und bei der schlechten Leitungsfähigkeit des Wassers (der electrisirende Draht führte direct an das Eisenröhrchen) um so mehr gemacht werden, als ein blos mit Wasser gefülltes gewöhnliches Capillarröhrchen von Glas in derselben Weise, wie früher die mit Quecksilber gefüllten Röhrchen, electrisirt keine sicheren Anzeichen einer Beeinflussung zu erkennen gab.

Es zeigte sich nun an dem zusammengesetzten Apparate überhaupt keine Niveauveränderung des Quecksilbers, weder bei positiver, noch bei negativer Ladung. Von den verschiedenen Umständen, die nach dem früher Gesagten ganz allgemein die capillaren Veränderungen bedingen können, kommen hier drei von vornherein in Wegfall, da man 1) bei der metallischen Leitung der Capillarröhre sowohl, wie der eingeschlossenen Flüssigkeit, keine grössere Verminderung der Cohäsion der letzteren, als ihrer

Adhäsion gegen die Röhrenwände voraussetzen wird, da 2) eine definitive Veränderung der metallischen Wände ausgeschlossen werden muss, und da endlich 3) auch kein erhebliches hygroskopisches Wasser mitwirken wird. Man muss also schliessen, dass auch der letzte Umstand, für den allein die volle Möglichkeit hier, wie früher, vorliegen würde, nämlich eine Oxydation des Quecksilbers durch die überstehende Luft, in diesem Falle keine bemerkbare Rolle spielt.

Allerdings muss berücksichtigt werden, dass bei solchen Versuchen die electrische Dichtigkeit an der capillaren Quecksilberoberfläche eine geringe ist, wenn diese Oberfläche in irgend erheblicher Tiefe unter dem Ende des Eisenröhrchens steht, und zwar um so mehr, je tiefer die Quecksilberstellung ist. Das gibt eine nur im Ueberschlag durchzuführende Berechnung der Dichtigkeit, unter der Voraussetzung, dass man in irgend einem Zeitpunkte ein constantes Potential an der ganzen Eisen- plus Quecksilbermasse habe, leicht zu erkennen. Ich habe aber aus diesem Anlasse nicht nur überhaupt mit kleinen Distanzen zwischen Quecksilberoberfläche und Röhrenende operirt, sondern bei einer Reihe von Versuchen auch das Quecksilber bis gerade an das Röhrenende gebracht, ohne ein anderes Resultat zu erzielen, als das angegebene. In gläsernen Röhrchen erhält man, wenn das Quecksilber gerade am Röhrenende steht, bei electrischer Ladung sofort ein Ausfliessen desselben.

§. 6.

Eine zweite noch instructivere Versuchsreihe, um die keineswegs ausschliessliche Bedeutung einer Quecksilberoxydation, auch unter Berücksichtigung der angrenzenden Luft, festzustellen, habe ich in folgender Art vorgenommen. Ich zog eine lange weite Glasröhre, die einerseits durch einen Glashahn luftdicht verschliessbar war, an der anderen Seite capillar aus und liess dann noch umgebogen ein mit einem weiteren Bauche versehenes Stück sitzen.

Die Röhre wurde nun in entsprechend geneigter Lage mit diesem Stücke in vorher kräftig erhitztes Quecksilber getaucht und von der anderen Seite her bei geöffnetem Glashahn längere Zeit ein Strom von Wasserstoffgas hindurchgeleitet, welches zunächst durch eine lange Schicht concentrirter Schwefelsäure streichend getrocknet war. Durch Absperren des Hahnes und gelinde Erwärmung des eingetretenen Gases konnte man so sich schliesslich eine mit trockenem Wasserstoff gefüllte Röhre verschaffen, deren unterer Verschluss von Quecksilber gebildet wurde, welches gleichfalls nur mit trockenem Wasserstoff geschwängert war und bis in den capillaren Röhrentheil reichte.

Ich habe zwei solcher Röhren hergestellt und eine Anzahl Electrisirungsversuche bei verschiedenen Quecksilberständen (durch Nachfüllen von Quecksilber in den offenen Theil) durchgeführt. Dieselben ergaben ausser einiger Verminderung der capillaren Depression (die bei dem ziemlich grossen Volumen des abgesperrten Wasserstoffs noch möglich war) nach längerem Electrisiren namentlich für positive Ladung Haftestellen und Corrodirung, resp. Quecksilberansatz am Glase, also wieder die alten Erscheinungen. Hier war also von einer Oxydation keine Rede, sondern es lag unleugbar eine Veränderung des Glases vor. Allerdings war, um auch den Quecksilberansatz zu erzielen, eine ganz entschieden längere Wirkung erforderlich, als wenn man in gewöhnlicher Art mit nicht besonders getrockneten Capillarröhren und in Gegenwart von Luft operirt hätte.

§. 7.

Am allerklarsten wurde indessen die Rolle, welche das Glas bei den Erscheinungen spielt, durch eine dritte Versuchsreihe, die ich mit sorgfältig ausgekochten Barometern durchführte. Wenn man das Quecksilber derselben in der §. 2. beschriebenen, durchweg angewandten Weise electrisirt, so findet ein Ausströmen der Ladung

in das Vacuum und auf das umgebende Glas statt, wodurch in letzterem ungleichnamige Electricität angezogen und gleichnamige aussen zum Ausströmen veranlasst wird.[1]) Dabei spielen im Innern des Vacuums geladene Quecksilbertheilchen eine grosse Rolle, wie das gleichzeitige Auftreten von Licht in der Röhre zeigt, welches glühendem Quecksilberdampfe angehört. Auf das Deutlichste erhält man die Erscheinungen, wenn man der aussen zurückgetriebenen gleichnamigen Electricität die Ableitung durch den Finger oder durch einen Draht ermöglicht. Alsdann zeigen sich alle gleich zu besprechenden Erscheinungen, namentlich auch die charakteristischen Lichterscheinungen, viel schöner. In Bezug auf die so hervorgerufenen Lichterscheinungen der Barometerröhren darf ich übrigens daran erinnern, dass für das Studium des electrischen Lichtes schon vor fast 20 Jahren Hr. Gassiot[2]) evacuirte Röhren ohne hineingehende Drähte, sondern nur mit äusseren Stanniolbelegungen angewandt hat.

Die an den Barometern gemachten Beobachtungen sind nun folgende:

1) Da die engste benutzte Barometerröhre noch einen Durchmesser von circa 5 mm hatte, so war ein ausgesprochenes Steigen des Quecksilbers, wie in den capillaren Röhrchen, nicht zu erwarten. Der entsprechende Effect kam daher in bleibenden Kuppenabflachungen und in einem gewissen Kleben des Quecksilbers an den Glaswänden zum Vorschein. Das beides ergab sowohl negative wie positive Electrisirung. Nur kräftiges Erschüttern vermochte wieder bessere Kuppenverhältnisse herzustellen. In der deutlichsten Weise hat sich ein paar mal die Bedeutung der Haftestellen des Glases ergeben dort, wo länger die electrisirte Quecksilberoberfläche gestanden hatte. Es war nämlich in diesen Fällen zwischen zwei Beobachtungstagen der Barometerstand stark gesunken, bis zu

1) Siehe Riess in Pogg. Ann. Jubelbd. p. 381.
2) Man sehe Plücker in Pogg. Ann. CVII. p. 177.

9^{mm}, und doch hatte sich das Quecksilber in der electrisirten Röhre gehalten und war nur durch heftigstes Erschüttern herunterzubringen; bei dem tieferen Stande zeigte es sich alsdann wieder durchaus beweglich.

2) Nach sehr langer (abwechselnd positiver und negativer) Wirkung war auch in Barometerröhren eine Corrodirung des Glases, resp. ein schmutziger Quecksilberansatz am Glase zu erzielen.

Diese beiden Punkte setzen es also ausser Zweifel, dass das Glas durch die vom Quecksilber aus übertretenden electrischen Ladungen angegriffen wird. Für electrische Ladungen der sogenannten Wasserhämmer, die in ähnlicher Art mit der Holtz'schen Maschine hergestellt wurden, hat übrigens schon Hr. Lommel[1]) gefunden, dass sie das Natron des Glases zur Lösung bringen.

3) Während in dem Bisherigen die Versuche nur wenig über den Unterschied einer positiven und negativen Electrisirung aussagen konnten, gibt das folgende einen solchen Unterschied in der bemerkenswerthesten Weise an. Für die Dauer des Electrisirens einer aussen abgeleiteten Barometerröhre zeigt sich nämlich bei positiver Ladung eine äusserst lebhafte Siedebewegung an der Quecksilberkuppe und fliegen dabei häufig hellleuchtende glühende Quecksilbertheilchen zu der überstehenden benachbarten Glaswand hin. Bei negativer Ladung tritt dieser Effect ganz entschieden schwächer auf. Das verdampfte Quecksilber sammelt sich häufig in Tröpfchen, und zwar mitunter bis zu erheblicher Entfernung von der Kuppe, an den Glaswänden wieder an. Nach längerem Gebrauch einer Röhre, wodurch also verhältnissmässig viel Bestandtheile des Glases vom Quecksilber aufgenommen sind, schwächt sich diese Wirkung allmählich ab.

Man hat hier also zuvörderst den augenfälligsten Beweis für die starke Verminderung der Quecksilbercohäsion durch electrische Ladungen vor sich, die sogar zu der

1) Pogg. Ann. CXLI. p. 464.

lebhaftesten Dampfbildung führt.[1]) Und ferner ist hier wiederum dieselbe hauptsächlich von der positiven Electricität ausgehende Verdampfungswirkung dem Quecksilber gegenüber beobachtet, die ich bei ganz anderer Gelegenheit schon einmal fand, als ich nämlich das nach Art des Voltabogens erfolgende Durchfliessen schwacher galvanischer Ströme durch erhitzten Quecksilberdampf constatirte.[2]) Die gegenwärtigen Versuche sind also wohl geeignet, auf die damaligen Versuche, welche die bedeutsame Frage nach der Leitungsfähigkeit von Metalldämpfen für galvanische Ströme betrafen, ein weiteres Licht zu werfen.

Im Zusammenhange mit der reichlicheren Dampfbildung für positive Ladung steht es nun jedenfalls, dass wiederholt in den Barometerröhren während einer positiven Electrisirung sich eine Tendenz zum Fallen des Quecksilbers, d. h. zur Volumvergrösserung des Vacuums zeigte. Nach Aufhören der Electrisirung wurde das wieder rückgängig gemacht. Ich habe ja auch früher bei der galvanischen Leitung von Quecksilberdämpfen das Anstreben solcher Volumvergrösserungen des Dampfraumes beobachtet.[3])

Die eigentliche Erklärung dieses polaren Gegensatzes bietet übrigens keine Schwierigkeit mehr, wenn man die Annahme auch hier macht, welche ich in einem kürzlich veröffentlichten Aufsatze[4]) als im allgemeinen höchst wahrscheinlich hervorgehoben habe und für fundamental bedeutungsvoll halte. Nach derselben soll an allen Unterbrechungsstellen einer eigentlichen Leitung eine leichtere Beweglichkeit der negativen Electricität bestehen. Die positive Electricität sammelt sich somit in dem augenblicklich behandelten Falle an der Quecksilberoberfläche bis zu einem grösseren Potentialwerthe an und zerreisst deshalb

---

1) Man sehe auch den Versuch Faraday's in dessen Exp. Unters. üb. Electr. 1597. Pogg. Ann. XLVIII. p. 453.

2) Pogg. Ann. CLI. p. 371.

3) l. c. p. 372.

4) Pogg. Ann. CLIX. p. 568.

beim endlichen Austritte die Quecksilbermasse in viel lebhafterer Weise (analog der vorwiegend positiven Zerstäubung im Voltabogen).

4) Zuletzt sind als sehr bezeichnend für die Verhältnisse die Lichterscheinungen in den aussen abgeleiteten Barometerröhren zu erwähnen. Leitet man am oberen Ende der Röhren ab, so zeigt sich bei positiver Electrisirung unter lebhafter Quecksilberverdampfung ein durch das ganze Innere des Vacuums gleichmässig ausgebildetes blaugrünes Licht, welches spectroskopisch untersucht sich als Quecksilberlicht mit vielen charakteristischen Linien ausweist. Ausserdem ist unten am Glase gerade über der Quecksilberkuppe ein gelbgrünes Fluorescenzlicht des Glases zu sehen, welches im Spectroskope als ziemlich continuirliches Licht vom Rothen bis ins Blaue sich über das Quecksilberspectrum legt. Für negative Electrisirung mit geringerer Quecksilberverdampfung ist das blaugrüne Quecksilberlicht im Innern des Vacuums weniger regelmässig cylindrisch ausgebildet. Dagegen tritt das gelbgrüne Fluorescenzlicht in ungemeiner Helligkeit von der oberen Ableitungsstelle aus durch einen grösseren Theil der Röhre hindurch, oft bis zur Hälfte dieselbe einnehmend, auf. Unten über der Quecksilberkuppe kommt es kaum zum Vorschein. Dass in beiden Fällen das blaugrüne Licht wirklich dem Quecksilber angehört, wurde durch directe Vergleichung mit einem anderen barometerähnlichen Rohre constatirt, in welches oben ein Platindraht eingeschmolzen war und wodurch man den nicht mehr in Funkenentladung zwischen den Polen der Maschine übergehenden Strom derselben einfach ganz ableitete.[1]) Beachtenswerth ist hierbei, dass für diesen leicht abgeleiteten Strom die Siedebewegung des Quecksilbers eine geringere ist, als bei den eigentlichen Barometern; es steht das im Einklang mit der in der vorigen Nummer gegebenen Erklärung.

1) Auf diese Weise hat schon Humphry Davy (Gilb. Ann. LXXII. p. 363) das Quecksilberlicht in einer Barometerröhre beobachtet, aber natürlich nicht spectroskopisch analysirt.

Ausser dem Quecksilberlicht und dem mehr continuirlichen Fluorescenzlicht des Glases wurde, wenn die Quecksilberkuppe an neuen Glasstellen anlag, namentlich bei negativer Ladung in der unteren dem Quecksilber angrenzenden Partie sehr deutlich die Natriumlinie beobachtet. Bei längerem Gebrauche derselben Glasstelle schwächte sich dieselbe allmählich ab. Auch der ganze polare Unterschied im Lichte trat etwas weniger ausgeprägt hervor, ohne indessen je aufzuhören, durchaus deutlich zu sein, wenn eine Barometerröhre sehr lange benutzt war und damit dem Früheren gemäss auch die Quecksilberverdampfung eine weniger intensive geworden war.

Das Auftreten der Natriumlinie ist zunächst ein schlagender Beweis für die stattfindende Zersetzung des Glases.

Der übrige Gegensatz im Lichte für die beiden Electricitätsarten erklärt sich selbst zuvörderst aus dem Satze von der leichteren Beweglichkeit der negativen Electricität. Diese Electricität tritt ohne Schwierigkeit aus dem Quecksilber auf das Glas und an vorhandene Quecksilberdampftheilchen und ist ohne weiteres in grösster Intensität den Ableitungsstellen gegenüber geführt. Das lebhafte Fluorescenzlicht des Glases daselbst ist durch die Intensität der Ladung an diesen Stellen bedingt. Die positive Electricität dagegen tritt viel schwerer aus der Quecksilberkuppe hervor und zeigt sich deshalb in grosser Intensität auf dem Glase nur in der Nähe der Kuppe, so dass dort das Fluorescenzlicht, jedoch in schwächerer Ausbildung, entsteht.

Auf der anderen Seite ist es aber auch durch diese gegensätzlichen Lichterscheinungen in der deutlichsten Weise erklärt, warum bei den Electrisirungen von Quecksilber in Glasröhren die positive Electricität das Glas an den Grenzen des Quecksilbers am meisten angreift. Man hat also für die Capillarerscheinungen von Seiten der Glaszersetzung denselben Unterschied beider Electricitätsarten

im Spiele, wie von Seiten der etwa noch stattfindenden Quecksilberoxydation. Das ist für die Erklärung aller früheren Versuche von entscheidender Bedeutung.

Die beiden letzten Nummern haben auf das bestimmteste dargelegt, wie sehr der Leitungscharakter von Quecksilberdampf zugegeben werden muss. Insofern können die gegenwärtigen Erfahrungen nur als eine Bestätigung der oben bereits erwähnten, welche ich für galvanische Ströme früher machte,[1]) angesehen werden. An dieser Stelle möchte ich übrigens zu einer noch weiteren Bestätigung einige Versuche anführen, die ich nach Art meiner ersten Beobachtungen über Bewegungserscheinungen an electrisirten Quecksilberoberflächen machte. Ich brachte nämlich mit Quecksilber gefüllte flache Schalen während des Electrisirens durch Erhitzung allmählich zum Sieden. Die früher beschriebenen Ringerscheinungen zeigten sich dann fortdauernd, bis das erste Sieden begann. Sobald dieses aber stattfand, hörten die Ringerscheinungen auf und ging gleichzeitig keine Entladung zwischen den nur mässig getrennten Polen der Holtz'schen Maschine mehr vor sich, sondern wurde von den aufsteigenden Quecksilberdämpfen die ganze Electricität ohne weiteres abgeleitet. Der ganze Effect, auch namentlich das Aufhören der Ringerscheinungen, war derselbe, als wenn man in eine Quecksilberschale bei gewöhnlicher Temperatur einen ableitenden Draht senkt.

§. 8.

Ich komme schliesslich zu einer Abtheilung von Versuchen, die den Zweck hatten, die Stellung der vorliegenden Beobachtungen zu den bekannten, bereits im Anfange des §. 4 erwähnten Bewegungserscheinungen zu präcisiren, welche man durch electrolytische Wirkung eines galvanischen Stromes am Quecksilber erhalten kann. Diese schon alten Erfahrungen sind ganz kürzlich noch-

1) Pogg. Ann. CLI. p. 350.

mals von Hrn. Sabine[1]) bestätigt und noch eingehender erklärt worden.

Der einfachste für den gegenwärtigen Zweck heranzuziehende Versuch dieser Art würde der sein, dass in einer engen horizontalen Glasröhre Quecksilber zwischen beiderseits angrenzendem saurem Wasser eingeschlossen zum negativen Pole wandert, wenn ein galvanischer Strom hindurchgeleitet wird. Dem entsprechend habe ich sehr viele Versuche in folgender Art gemacht. In einem horizontal liegenden capillaren Röhrchen von Glas befand sich ein Quecksilberfaden, jedoch ohne angrenzendes Wasser; eine gewisse Strecke von ihm entfernt endete der die Electricitätszuführung vermittelnde Platindraht. Die Electrisirung geschah in gewohnter Weise mit der Holtz'schen Maschine unter gleichzeitiger Ableitung eines Poles derselben.

Hierbei wurde für negative Ladung das Quecksilber lebhaft vom Platindraht angezogen; für positive Ladung fand meistens, aber nicht immer, Abstossung statt, die jedoch durchweg viel weniger lebhaft war, als die umgekehrte Anziehung. Das alles ist in vergleichender Art bei ganz gleichen, jedesmal neuen Röhrchen constatirt. Dem Sinne nach findet also dasselbe statt, wie bei den ausschliesslich für electrolytisch gehaltenen Quecksilberbewegungen, aber mit dem beachtenswerthen Unterschiede in der Stärke der Wirkung für entgegengesetzte Electricitäten.

Eine Erklärung des vorliegenden Falles ist durch das Frühere ohne weiteres gegeben. Man hat hier, wo an beiden Enden des Quecksilbers gleiche Querschnitte vorliegen, von den allgemein wirkenden Umständen nur mehr die definitiven Veränderungen des Quecksilbers und des Glases an beiden Enden zu berücksichtigen. Für die Glasveränderungen aber ist daran zu denken, dass jedenfalls eine sehr kräftige electrische Strömung zwischen dem Ende

1) Phil. mag. (5) II. p. 488.

des Platindrahtes und dem zugewandten Quecksilberende stattfindet. Dieselbe ist im Dunkeln durchweg durch eine auf der genannten Strecke auftretende electrische Lichterscheinung (im Wesentlichen violettes Luftlicht) manifestirt, die aber, dem im §. 7 Gesagten entsprechend, nur bei negativer Ladung sicher den ganzen fraglichen Röhrentheil ausfüllt, während sie bei positiver Ladung sich mehr auf die Nähe des Platindrahtes beschränkt. Das abgewandte Quecksilberende bekommt dagegen nur für die intensivsten Ladungen gelegentlich schwache Lichterscheinungen.

Alles zusammengenommen hat man also bei negativer Ladung an der dem Drahte zugewandten Quecksilberseite das stärkste Angreifen des Glases und ebenso die Oxydation des Quecksilbers vor sich. Bei positiver Ladung findet die Quecksilberoxydation auf der abgewandten Seite statt, während keinenfalls mit Bestimmtheit dort der stärkste Angriff auf das Glas erfolgt. In Bezug auf das letztere ist vielleicht nach allem Gesagten überhaupt kein grosser Unterschied zwischen beiden Quecksilberenden anzunehmen, da wenigstens der Umstand, dass die Lichterscheinung bei positiver Ladung in der Regel nicht bis an das Quecksilber reicht, auch die zugewandte Seite wohl nicht als besonders bevorzugt erscheinen lässt. Dieser Unsicherheit gemäss fällt auch der Bewegungseffect bei positiver Ladung mit einer geringeren Sicherheit aus, als bei negativer Ladung, welche ihn in ihrem Sinne mit grösster Bestimmtheit zeigt.

Zur Erläuterung und Bestätigung des Gesagten führe ich noch folgendes an, was sich bei diesen Versuchen ergeben hat:

1) Es gehören zu den Bewegungserscheinungen mehr capillare Röhren; in weiten Röhren konnte ich nichts beobachten.

2) Wenn die Röhren jedoch zu eng sind, so kann der Erfolg wiederum beeinträchtigt werden durch zu schnelle

Ausbildung von Haftestellen und Quecksilberansatz, die in vielen Fällen an beiden Quecksilberenden auftrat.

3) Durch blosse electrostatische Fernewirkungen lassen sich die Bewegungen nicht erklären. Um das nachzuweisen, habe ich in besonderer Art von einer Electrisirungsmethode Gebrauch gemacht, die ich überhaupt mehrfach anwandte. Dieselbe besteht darin, dass der electrisirende Draht nicht in die Röhre hineingesteckt, sondern schraubenförmig um die Röhre herumgewickelt wird (übrigens ebenso, wie bei den gewöhnlichen Versuchen, entfernt von dem Quecksilberfaden). Es findet hier durch Influenz gerade, wie bei den aussen abgeleiteten Barometern, eine mit dem zugeführten Electricitätsstrom gleichnamige Strömung im Innern der Röhre statt, und man erhält also dieselben Erscheinungen, wie wenn man den Draht in die Röhren steckt. Für den augenblicklich besprochenen Zweck wurde die umgewickelte Drahtschraube von so grossem Querschnitt genommen, dass sich noch eine weitere concentrische Glasröhre um die capillare Röhre herum innerhalb der Schraube anbringen liess. In diesem Falle, wo die gleichnamige Electricitätsströmung wesentlich auf der inneren Fläche der weiteren Röhre vor sich geht, waren keine Quecksilberbewegungen in der capillaren Röhre zu beobachten. Legte man dagegen dieselbe Schraube direct um die capillare Röhre, so dass Berührung in einigen Punkten stattfand, so zeigten sich wieder die gewohnten Bewegungserscheinungen. Dieselben sind also an die längs des Glases und des Quecksilbers vor sich gehenden Ladungen, resp. Strömungen gebunden, die in diesem zweiten Falle natürlich auch im Inneren der capillaren Röhre verliefen.

4) Ganz kurze Quecksilberfäden zeigen die Bewegungserscheinungen weniger lebhaft, als längere.

Nach all diesem wirken in den horizontalen Capillarröhrchen also dieselben Ursachen für die Quecksilberbewegungen ein, wie in den früher besprochenen verticalen

Capillarröhren. Es ist namentlich auch hier eine Veränderung des Glases im Spiele.

Ich habe auch einige male in derselben Art die Bewegungen von Quecksilberfäden, die beiderseits an Wasserschichten grenzten, in horizontalen Capillarröhren untersucht. Dieselben sind durchaus nicht immer lebhafter, als die Bewegungen blosser Quecksilberfäden, sondern im Ganzen etwa von ähnlicher Stärke. Günstig wirkt die Gegenwart von Wasserschichten ein durch gesteigerte Oxydationsmöglichkeit und durch eine gewisse Verhinderung der zu schnellen Ausbildung von Haftestellen. Dagegen ist die grössere Reibung namentlich bei längeren Wasserschichten für die Beweglichkeit ungünstig. Uebrigens zeigte sich im Ganzen auch bei diesen mit Wasserschichten ausgeführten Versuchen die negative Anziehung lebhafter, als die positive Abstossung.

Schon vor längerer Zeit hat Hr. Daniel[1]) bei Wiederholung der mehrfach erwähnten Versuche über electrolytische Quecksilberbewegungen im galvanischen Strome auch solche Versuche mit hoch gespannten Inductionsströmen angestellt und dabei eine entschiedene Mehrwirkung gefunden gegenüber den für die Erzeugung derselben Inductionsströme benutzten primären galvanischen Strömen. Das ist ein deutlicher Beweis, dass bei Strömungen hoher Spannung die Electrolyse des Wassers nicht die einzige Ursache der Bewegungen ist. Die Kritik, welche den galvanischen Versuchen des Hrn. Daniel ihren richtigen Platz anwies, hat diesen letzteren Punkt unbeachtet gelassen.[2])

Ich erkenne nun vollkommen an, dass meine mit starken electrischen Ladungen ausgeführten Versuche ganz andere Verhältnisse darbieten, als die Versuche mit galvanischen Strömen. Indessen dürfte man hier doch vielleicht an gewisse Uebergänge des einen Gebietes von Er-

1) C. R. LXIV. p. 599.

2) Man sehe Quincke in Pogg. Ann. CXXXI. p. 150; Wiedemann Galv. 2. Aufl. I. §. 370.

scheinungen zu dem anderen denken. Ich habe ja auch dieselben Quecksilberverdampfungen, die sich jetzt in stark geladenen Barometern zeigten, früher für schwache galvanische Ströme gefunden, allerdings, wenn bei letzteren das Quecksilber hoch erhitzt war.

Endlich ist noch eines Versuches von Hrn. Poggendorff[1]) zu erwähnen, welcher zwar nicht unter die Capillarversuche gehört, aber zu den in §. 7 behandelten Verhältnissen in gewisser Beziehung zu stehen scheint. Hr. Poggendorff fand in einer geräumigen evacuirten Glasröhre mit beiderseits eingeschmolzenen Platindrähten eine lebhafte Bewegung einer eingeschlossenen Quecksilbermasse zum positiven Pole hin, wenn der Strom einer Holtz'schen Maschine durch die Röhre geführt wurde. Die Bewegungsrichtung des Quecksilbers ist hier also die umgekehrte, als bei meinen vorhin beschriebenen Capillarversuchen. Als wahrscheinliche Erklärung der Erscheinung nimmt Hr. Poggendorff an, dass das Quecksilber durch Contact mit dem Glase negativ electrisch gemacht, einfach vom positiven Pole angezogen und vom negativen abgestossen werde. Wenn diese Erklärung ganz ausreichend wäre, so dürfte es vielleicht befremdlich erscheinen, dass in meinen capillaren Horizontalröhren, wo die Contactelectricität jedenfalls viel dichter auftrat und wo doch auch eine hohe Beweglichkeit der Quecksilberfäden vorhanden war, gar kein Einfluss dieser Art zu sehen war.

Ich möchte dem gegenüber auf die Möglichkeit hinweisen, dass hier der durch die electrische Ladung gebildete Quecksilberdampf, wie ihn meine Barometer zeigten, eine Rolle spielen könnte. Auf eine solche Verdampfung deuteten bei den Versuchen Hrn. Poggendorff's vielleicht auch die oscillatorischen Bewegungen hin, welche sich an der Quecksilberoberfläche wahrnehmen liessen. Findet dieselbe statt, so muss sie dem oben Gesagten gemäss an dem dem negativen Pole zugewandten Quecksilberende intensiver sein, als an dem anderen Ende, da ersteres

1) Pogg. Ann. CXXXI p. 635.

natürlich durchweg positiv und letzteres negativ geladen sein wird, wie es ja auch die von Hrn. Poggendorff beobachteten electrischen Lichterscheinungen in der Röhre deutlich genug anzeigen. Dadurch würde sich also wesentlich nach dem Raume der Röhre hin, welcher zwischen Quecksilber und negativer Electrode liegt, eine Dampfansammlung vor dem Quecksilber ergeben. Während dann der positive Platindraht ziemlich ungehindert das ihm zugewandte negative Quecksilberende anziehen könnte, würde auf der anderen Quecksilberseite der sich bildende Dampf nicht nur die Anziehung des negativen Platindrahtes verhindern, sondern auch nach rückwärts drückend auf das flüssige Quecksilber im entgegengesetzten Sinne einen Bewegungsimpuls ausüben können, wie ja auch in meinen Barometerröhren Andeutungen solcher Druckwirkungen bei positiver Ladung gegeben waren. Die Bewegungserscheinung hätte danach eine gewisse Aehnlichkeit mit der des electrischen Spitzenrades.[1])

Es würde hiermit zugleich die Bedeutung, welche der Grad der Evacuirung der Röhre für das Gelingen des Versuches hat, ohne weiteres gegeben sein, da auch in den Barometern die Zulassung einer minimalen Menge von Luft oder auch von Wasserstoff die Siedebewegung erheblich abschwächt.

§. 9.

Zum Schlusse erlaube ich mir die wichtigsten durch die vorliegende Untersuchung theils gefundenen, theils bestätigten Punkte nochmals kurz folgendermaassen zusammenzufassen.

1) Starke electrische Ladungen vermindern derartig mehr die Quecksilbercohäsion, als die Adhäsion zwischen Quecksilber und Glas, dass die capillare Depression des Quecksilbers in Glasröhren hierdurch verkleinert wird.

2) Bei starken, namentlich positiven Ladungen von Quecksilber in Glasgefässen, die an der Luft stehen, resp.

1) Man sehe Riess: Reibungselectricität II. p. 153.

bei dem gleichzeitig stattfindenden Austritt positiver Electricität in die Umgebungen findet eine Oxydation des Quecksilbers statt, insbesondere auch durch hygroskopisch haftendes Wasser. Der Austritt negativer Electricität kann desoxydirend wirken.

3) Durch den Uebertritt starker, namentlich positiver electrischer Ladungen aus Quecksilber auf Glas wird das Glas zersetzt.

4) Die drei vorigen Punkte bedingen, zusammen wirkend, die beobachtete Verminderung der Quecksilberdepression in capillaren Glasröhrchen durch starke, namentlich positive Ladungen.

5) Aus stark geladenen Conductoren tritt die negative Electricität bei kleinerem Potential aus, als die positive.

6) Electrische Ladungen von Quecksilberflächen streben eine Verdampfung des Quecksilbers an und zwar thun das ganz vorwiegend positive Ladungen.

7) Der Quecksilberdampf ist ein relativ sehr guter Leiter der Electricität.

Darmstadt, den 5. Januar 1877.

VI. *Ueber Abweichungen vom Ohm'schen Gesetz in metallisch leitenden Körpern; von Ferdinand Braun.*

In einem früheren Aufsatze (Pogg. Ann. CLIII. p. 556) habe ich Mittheilung gemacht über eine Reihe von Erscheinungen, welche ich vorzugsweise an metallisch leitenden Schwefelmetallen gefunden hatte und in ihrer Gesammtheit dahin zusammenfassen konnte, dass der galvanische Widerstand dieser Körper im allgemeinen abhängig erscheine von Richtung, Intensität und Dauer des Stromes.

Ich sagte damals, „dass die Versuche wahrscheinlich noch unter sehr complicirten Bedingungen gewonnen sind“ und setzte an einer anderen Stelle (l. c. p. 560) hinzu: „Will man die Beobachtungen erklären durch eine Eigenthümlichkeit der Contacte (Uebergangswiderstand), so fehlen uns bis jetzt Untersuchungen hierüber“. Ich sprach auf Grund der Versuche ferner aus: „Durch thermoelectrische Erregungen sind die Erscheinungen direct sicher nicht bedingt.“

Meine Versuche sind von Hrn. Dufet (C. R. LXXXI. p. 628) wiederholt worden. Merkwürdigerweise hat dieser Beobachter die von mir beschriebenen Erscheinungen nicht erhalten. Nachdem er die auch von mir hervorgehobene Schwierigkeit, zuverlässige Contacte zu erhalten, angeführt hat, geht er über zur Beschreibung von Versuchen, welche er in der Weise anstellte, dass er frisch blankgeputzte Flächen der Krystalle mit (den auch von mir angewandten) Quecksilbercontacten versah; er fand dann bei constant gehaltener Temperatur (eine Bedingung, auf welche ich stets geachtet habe) ein durchweg normales Verhalten und schliesst daher seine Abhandlung mit den Worten, dass der Widerstand der Schwefelmetalle weder abhängig sei von der Intensität, noch von der Richtung, noch von der Dauer des Stromes. Dass dieses Resultat unter Umständen, namentlich wenn man kleine Contacte anzuwenden vermeidet, herauskommen kann, war mir bei Mittheilung meiner Versuche sowohl durch eigene Erfahrung bekannt (ich habe selbst l. c. p. 561 einen derartigen Fall ausdrücklich da erwähnt, wo es sich um den Gegensatz zum anomalen Verhalten handelte), als durch die viel früheren, von mir citirten Versuche von Hittorf. Dass Hr. Dufet die von mir beschriebenen Erscheinungen überhaupt nicht sollte erhalten haben, scheint mir kaum denkbar; ich kann nur annehmen, dass er die Versuche, bei welchen sie eintraten, sämmtlich als in den Bedingungen fehlerhaft angelegt betrachtet und daher nicht weiter berücksichtigt hat. Zur Aufklärung der Frage, warum

nun unter Umständen und zwar, wie ich schon früher betont hatte und nochmals betonen muss, im Allgemeinen, d. h. in den meisten Fällen, trotzdem das anomale Verhalten eintritt, haben daher die Versuche des Hrn. Dufet keinen Beitrag geliefert.

Seit meiner ersten Publication über diesen Gegenstand haben auch andere Beobachter unter anderen Bedingungen und an anderem Materiale Aehnliches gefunden. Ungefähr gleichzeitig (noch vor dem Erscheinen meiner Mittheilung) hat Alfred Schuster in einem (scheinbar) ganz metallisch geschlossenen Kreise eine „unilaterale" Leitung beschrieben; Adams hat bei Selen eine Abnahme des Widerstandes mit zunehmender Stromintensität erhalten; dieses Resultat ist durch W. Siemens bestätigt worden. In dem durchgängigsten Parallelismus zu meinen Resultaten stehen endlich diejenigen, welche der letztgenannte Forscher an Selen erhielt: eine Abhängigkeit des Widerstandes von Intensität, Dauer und Richtung des Stromes. Auch in meinen Versuchen zeigte sich dieselbe Complication der Resultate, „sehr veränderliche und schwer im voraus zu bestimmende Erscheinungen" (Monatsber. d. Berl. Akad. 1876. p. 108), so dass ich oft an den Erscheinungen selbst irre wurde und die Ursache derselben immer wieder Versuchsfehlern zuschrieb, so viele Gründe auch dagegen vorlagen. Ja, leider werden mit noch mehr geänderten Bedingungen die Resultate noch complicirter, als sie schon bei den Siemens'schen Versuchen waren. Was nämlich die Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromesrichtung betrifft, so findet Siemens, dass sie nur eintritt, wenn beide Electroden sehr verschiedene Grösse haben. Wo dann unipolare Leitung sich zeigt, ist dieselbe dadurch bestimmt, dass der Strom leichter von einer kleinen zu einer grossen Fläche fliesst als in der umgekehrten Richtung. Nicht einmal ein solches Gesetz konnte ich durchgängig finden, obschon ich von den ersten Versuchen an meine Aufmerksamkeit diesem Punkte zuwendete. Freilich muss ich gleich hier erwähnen, dass der Siemens'sche

Satz selbst für Selen, ein noch ziemlich gleichartiges Material, nur mit gewissen Einschränkungen gültig ist.

1. Die anomalen Erscheinungen treten im allgemeinen am leichtesten auf, wenn wenigstens eine Electrode klein ist. Ich habe deshalb meistens als eine Electrode einen Draht benutzt, welcher durch eine in eine Büchse eingeschlossene Spiralfeder gegen den Krystall gepresst wurde. Der Druck wurde je nach der Festigkeit des Materiales bis zu 1 Kilo genommen. In anderen Versuchen dagegen wurde auch Quecksilbercontact gewählt; in noch anderen die Fläche mit einer dünnen galvanoplastisch niedergeschlagenen Schicht von Kupfer bedeckt und diese mit Quecksilber überschichtet.

2. Die Erscheinungen sind jedenfalls meistens, wenn nicht immer, bedingt durch die Uebergangsstelle. An derselben findet sich ein sehr beträchtlicher, mit der Stromstärke veränderlicher Widerstand. Dies ist zu schliessen aus Folgendem:

a. Ein Verschieben des einen Contactes gegen den anderen ändert meist sehr wenig den Widerstand (vgl. auch Hittorf, Pogg. Ann. LXXXIV. p. 8).

b. Krystalle, grosse Würfel aus Bleiglanz und Schwefelkies, wurden an zwei sich gegenüberliegenden Flächen mit grossen Quecksilbernäpfen versehen; auf die obere Fläche wurde eine blank geputzte Nadel aufgepresst. Liess man den Strom von einer Quecksilberfläche zur Spitze gehen und verband in einem zweiten Versuche die beiden Quecksilbernäpfe durch einen Draht, so dass der Strom jetzt von beiden Flächen zur Spitze ging, so änderte sich der Widerstand nur sehr wenig, während er ungefähr auf die Hälfte hätte sinken müssen, wenn das Innere des Krystalles selbst wesentlich in Betracht käme.

c. Bei sehr kleinen Stromintensitäten zeigt sich kein anomales Verhalten; der Widerstand ist, wenn auch beträchtlich, unabhängig von Intensität und Richtung.

d. Auf diese Erfahrung stützt sich die folgende Methode: In den Stromkreis, welcher einen mit Quecksilber-

näpfen von etwa 25 □ Mm. Berührungsfläche versehenen Schwefelkies enthielt (welcher die anomalen Erscheinungen bei einem Widerstand von etwa 1.5 S. E. sehr deutlich zeigte), war ein gerade ausgespannter Neusilberdraht eingeschaltet. Von ihm wurde ein Zweigstrom abgenommen, welcher die eine Rolle einer Wiedemann'schen Bussole durchlief. Ebenso wurde von dem Kies ein Zweigstrom abgenommen durch zwei aufgesetzte Nadeln; der letztere durchlief in zum ersten entgegengesetzter Richtung die zweite Rolle der Bussole von grossem Widerstand (420 S. E.). Blieb bei Stromesschluss der Multiplicatorspiegel auf Null stehen, so musste er auch bei geänderter electromotorischer Kraft stets diese Stellung behalten (unabhängig von Schwankungen der Intensität oder continuirlicher Aenderung des Widerstandes des Kieses), wenn der Widerstand der Strecke des Kieses, von welcher abgeleitet wurde, unabhängig war von Intensität und Richtung. Als die beiden Nadeln auf der Fläche des Kieses aufstanden, war dies in der That nahezu der Fall; mit geänderter Stromesrichtung änderte sich zwar noch der Ausschlag, aber wenig; sehr beträchtlich dagegen, als die Ableitung nicht von zwei Punkten des Krystalles ausging, sondern eine Ableitestelle in den Quecksilbernapf verlegt war. Also diese einzelne Uebergangsstelle zwischen Kies und Quecksilber ändert ihren Widerstand mit der Stromesrichtung und Intensität.

3. Man könnte nun glauben, die anomalen Erscheinungen würden bedingt durch Luftschichten, welche den Stromesübergang vermitteln, eine Ansicht, auf welche ich selbst oft genug trotz der vielen Gründe, welche gegen sie vorlagen, zurückkam, wenn ich nichts als scheinbar willkürlich wechselnde Erscheinungen sah. Dagegen spricht aber:

a. Werden Metalle aneinander gelegt, also die Contactnadel z. B. auf eine Eisenplatte gesetzt, so zeigen sich solche Erscheinungen nicht, auch wenn der Druck sehr gering ist. Selbst Glasröhren von 280 Mm. Länge und 5.4 Mm. Weite, welche, mit Zink- oder Kupferfeile gefüllt,

einen Widerstand von 3000 bis 20000 S. E. besassen, zeigten nichts Anomales. Dasselbe war bei kürzeren Glasröhren der Fall, welche nach stärkerem Zusammenpressen der Feile einen sehr geringen Widerstand besassen. Stark oxydirte Metallflächen scheinen aber unter Umständen sich ähnlich wie die Schwefelmetalle und Braunstein zu verhalten.

b. Gewisse Stoffe verhielten sich in meinen Versuchen stets normal, z. B. ein sehr grosses Stück Schwefelkies, welches bei glänzender Oberfläche zwischen aufgepressten Nadeln untersucht 3000 bis 7000 S. E., zwischen grossen Quecksilbercontacten 120 S. E. Widerstand besass. Stücke von ganz braun angelaufenem Arsenikkies zeigten kleine Widerstände (6 bis 10 S. E.), welche aber unabhängig von Richtung und Intensität waren; ebenso verhielt sich weicher Graphit und gegossenes Schwefeleisen normal, sowohl mit Quecksilber- als mit Nadelcontacten.

c. Zwei bestäubte Quecksilbertropfen, welche nebeneinander gelegt sich in einer Länge von 14 Mm. berührten, zeigten nach einiger Zeit einen constanten Widerstand von 475 S. E., welcher unabhängig von der Stromesrichtung war.

d. Selen zeigt (wenigstens bei einer Modification) dieselben Erscheinungen, selbst wenn die Electroden eingeschmolzen sind.

e. In Bleiglanz wurden Electroden aus Eisendraht eingeschmolzen; es zeigte sich, wenn auch geringe, so doch sichere Unipolarität. Der Bleiglanz, welcher geschmolzen worden ist, scheint besser zu leiten und weniger leicht die anomalen Erscheinungen zu zeigen, auch wenn man Spitzen aufsetzt.

f. Wird auf eine Stange krystallinisches Selen eine Spitze aufgesetzt und ein Strom hindurchgeleitet, so ändert sich beim Belichten der Widerstand sehr erheblich, obschon bei der Dünne der in Betracht kommenden Schicht nach den gewöhnlichen Gesetzen die Aenderung verschwindend klein sein müsste.

g. Auch wenn man z. B. von Bleiglanz kleine Stückchen absplittert und auf die frische Oberfläche die Contactnadel aufsetzt, zeigen sich die anomalen Erscheinungen; ebenso, wenn die Flächen dichterer Körper z. B. von Schwefelkies mit Terpentinöl eingerieben werden.

h. Da die Erscheinungen, je nach dem Leitungsvermögen des betreffenden Stoffes, für einige Körper bei relativ grossen Stromintensitäten (bez. Stromdichten) eintreten, für andere schon bei (oft mehrere Millionmal) geringeren Dichtigkeiten, bei welchen die ersteren Stoffe sich ganz normal verhalten, so müsste man den Luftschichten bei derselben Stromdichtigkeit, das eine mal Eigenschaften zuerkennen, welche man ihnen das andere mal abspricht. Ihr Widerstand gegen den Strom müsste sich ändern in demselben Sinne, in dem sich der Widerstand des von ihnen bedeckten Körpers ändert.

i. Da ich endlich, wenn auch nur an einem einzigen Krystalle (vgl. Nr. 5), eine Zunahme des Widerstandes mit steigender Stromstärke gefunden habe, so müsste man sogar den Luftschichten, je nach dem betreffenden Körper, welchen sie bedecken, entgegengesetzte Eigenschaften beilegen.

Dass auch bei nachweislich vollkommen metallischem Contact die Erscheinungen genau ebenso auftreten, werde ich in einer weiteren Mittheilung über einige Details zeigen. Damit halte ich diesen Einwurf (eines mangelhaften Contactes) gegen die Versuche — welchen ich mir selbst oft gemacht habe — nunmehr für definitiv beseitigt.

4. Dieses eine qualitative Gesetz scheint für die Schwefelmetalle und Braunstein gültig zu sein: Die Verschiedenheit des Widerstandes mit der Stromesrichtung ist nicht so aufzufassen, als ob je nach der Richtung eine constante Widerstandsdifferenz vorläge. Vielmehr erklärt sich dieselbe daraus, dass der Widerstand für beide Richtungen sich mit der Stromintensität ändert, für beide jedoch im allgemeinen in verschiedenem Maasse. Daher kann es kommen, dass der Widerstand von der Intensität abhängig ist,

ohne dass sich Verschiedenheit des Widerstandes mit der Stromrichtung zeigt. Bei den binären metallisch leitenden Stoffen (bei Selen, wie es scheint, nicht) scheint es aber, als ob unipolare Leitung umgekehrt immer auf eine Abhängigkeit des Widerstandes von der Intensität schliessen lasse. In weitaus den meisten Fällen nimmt die Verschiedenheit der Widerstände mit der Stromstärke zu; für kleine Stromstärken verschwindet sie.

Wenn die Erscheinungen im allgemeinen Function der Stromdichte zu sein scheinen, so sollte man glauben, dass dieselben nahezu unabhängig von der Grösse der Electrodenflächen würden, weil der Widerstand proportional der Grösse derselben abnähme, die Stromstärke also entsprechend zunähme. Aber selbst wenn die übrigen Widerstände nahezu gegen den Uebergangswiderstand verschwinden, so nimmt doch der Uebergangswiderstand nicht einfach proportional der Grösse der Electrodenfläche ab, sondern, wie es scheint, anfangs sehr rasch, später langsamer, ähnlich wie auch bei Gasen der Uebergangswiderstand nicht einfach der Stromdichte proportional ist (vgl. Pogg. Ann. CLIV. p. 500).

5. Ein durchgängiges Gesetz, etwa dass stets von der Spitze zur Fläche der Strom leichter fliesst, habe ich nicht gefunden. Es kann also mit wachsender Stromstärke (da für kleine Intensitäten der Widerstand in beiden Richtungen gleich ist) bald der Widerstand an der Eintrittsstelle rascher abnehmen als an der Austrittsstelle, bald kann es umgekehrt sein. Bei einem sehr festen, glänzenden Schwefelkieskrystall z. B. (von Rio auf Elba) ging meistens der Strom leichter von der Spitze zur Fläche; nur auf einem Theil einer kleinen Fläche (etwa 4 □ Mm. gross), welche in etwas anderer Richtung spiegelte, wie die übrige Würfelfläche, und sich deutlich etwas von derselben abhob, ging der Strom in der entgegengesetzten Richtung leichter. Dies zeigte sich während einiger Wochen ganz constant; später nochmals untersucht (und ebenso wie früher vorher mit Kolkothar geputzt) verhielt

sich die Fläche wie die übrigen. Thermoelectrisch verhielt sich dieselbe schon früher wie die übrigen Punkte und habe ich überhaupt niemals einen Zusammenhang verschiedenen Verhaltens in Bezug auf Unipolarität mit einem verschiedenen thermoelectrischen Verhalten bemerken können. Es fällt damit auch die Möglichkeit hinweg, die verschiedene Erwärmung, welche theils aus der Ursache des Peltier'schen Phänomens, theils aus der dem Quadrate der Intensität proportionalen Stromesarbeit entspringt, zur Erklärung hinzuzuziehen. Die letztere, wiewohl selbst meist verschwindend klein (noch nicht 1° C., nachdem der Strom in besonders auf eine Messung der Erwärmung hinzielenden Versuchen absichtlich lange geschlossen war), überwog bei kleinen Contactflächen fast immer in den Fällen, welche überhaupt noch eine der Beobachtung zugängliche Wirkung ergaben, die erstere. Dies beweist, in wie dünnen Oberflächenschichten die ganze anomale Erscheinung ihren Ursprung haben muss; sie zeigt gleichzeitig, wie erheblich in denselben der Widerstand ist. Künstliche constante Erwärmung der Contactfläche änderte die unipolare Leitung, wenn schon welche da war, jedenfalls so wenig, dass nach allem nicht daran gedacht werden kann in der Erwärmung (oder Abkühlung) der Uebergangsstelle durch den Strom die Ursache der anomalen Erscheinungen zu suchen. Doch will ich hier, um etwaigen Einwürfen vorzubeugen, folgenden Versuch nicht unerwähnt lassen: An ein Prisma von gegossenem Kupferkies wurden grosse Contactflächen angepresst; es zeigte dann bei überall constanter Temperatur keine unipolare Leitung. Als aber die eine Contactfläche auf der constanten Temperatur von nahezu 100° C., die andere auf Zimmertemperatur gehalten wurde, wurden sehr starke Ströme in verschiedenen Richtungen mit etwas verschiedener Intensität durchgelassen. Nach Abkühlung auf gleiche Temperatur trat wieder das frühere normale Verhalten ein. Indess möchte ich diese Erscheinung ihrem Wesen nach nicht für gleichartig halten mit der unipo-

laren Leitung bei überall gleicher Temperatur und ihre Erklärung auf anderem Boden suchen. Braunstein und einige metallische Thermoelemente zeigten bei gleichen Temperaturdifferenzen nicht das Verhalten des Kupferkieses.

Durch die oben erwähnte Verschiedenheit, welche einander ganz nahe gelegene Punkte derselben Fläche darbieten können, wird es begreiflich, dass kleine Schwankungen im Contact unter Umständen das Versuchsresultat erheblich ändern, unter Umständen selbst den Sinn desselben umkehren können; es wird ferner begreiflich, weshalb oft grosse Flächen die Erscheinung nicht zeigen.

Wie complicirt endlich der Einfluss der Electrodengrösse ist, geht aus den Beobachtungen über Selen hervor. Wenn ein Platinblech in krystallinisches Selen eingeschmolzen war und eine Spitze als andere Electrode auf dasselbe gestellt wurde, ging der Strom leichter von der Fläche zur Spitze, entgegen den Beobachtungen von Siemens, wonach der Strom gewissermaassen schwieriger aus dem Selen aus- als eintritt, wenn beide Electroden eingeschmolzen sind. Von dem letzteren Verhalten hatte ich mich gleichfalls für das mir vorliegende Selen überzeugt. Die Vermuthung, dass also doch Gasschichten zwischen Spitze und Selen eine Rolle spielten, lag nahe. Es zeigte sich aber bei weiterer Untersuchung Folgendes: Waren in das Selen ein Blech und eine Electrode von mittlerer Grösse (ein Kreis von etwa 3 Mm. Durchmesser), ferner ein sehr dünner Platindraht (0.1 Mm. Durchmesser), welcher durch die Glaswand etwa 1.5 Mm. hindurchragte und endlich eine aus demselben Platindraht gefertigte Wollaston'sche Electrode eingeschmolzen, so ging der Strom zwischen den Electroden von mittlerer Grösse leichter von der kleineren zur grösseren, in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen von Siemens; dagegen ging er umgekehrt leichter von der Fläche zu der sehr kleinen Spitze, welche der durchgeschmolzene oder der Wollaston'sche Draht bot. Durch Verkleinerung der Anode kann also die Unipola-

rität ihren Sinn wechseln. Dies zeigte sich sowohl bei gleicher electromotorischer Kraft, also verschiedener Intensität, als auch bei gleicher Intensität (weshalb bei dem Uebergang zwischen den sehr kleinen Flächen bis zu 12 Grove benutzt wurden). Auch zwischen den kleinen Flächen ging der Strom nicht in beiden Richtungen ganz gleich gut; im einen Fall jedoch ging er leichter von der kleineren Fläche, welche die Wollaston'sche Electrode bot, zu dem durch die Wand geschmolzenen Drahte, in anderen Versuchen, nachdem das Selen von neuem auf 210° C. längere Zeit erhitzt war, umgekehrt.

Endlich kann auch der Widerstand sogar mit der Stromstärke wachsen. Ein Bleiglanzkrystall, welcher sehr compact war, an der Oberfläche keine Blätterdurchgänge zeigte und dessen Flächen theilweise etwas wellig gekrümmt waren, zeigte diese Eigenthümlichkeit durchgängig an einer Fläche. Von den Flächen, welche Graphitglanz besassen, wurde nach Reinigung durch Sandpapier und Polirroth die eine (eine Würfelfläche) mit einem Quecksilbernapf versehen; das Quecksilber hatte 5 × 7 □Mm. Contactfläche. Ein blank polirter Kupferdraht wurde auf verschiedene Punkte einer zweiten, horizontal gelegten Oktaederfläche durch die erwähnte Spiralfeder gepresst und vom Quecksilbernapf zu diesem Draht ein Strom geleitet. An sieben verschiedenen Punkten, welche so untersucht wurden, zeigte sich übereinstimmend grössere Intensität, wenn der Strom von der Fläche zur Spitze floss, als auf dem umgekehrten Wege; die Ausschläge verhielten sich in einem Stromkreise von 0.35 Grove bei 40 bis 80 S. E. Widerstand in den verschiedenen Punkten wie 406 : 392, 290 : 237, 377 : 301, 312 : 273, 300 : 241, 348 : 288, 394 : 333; die Intensität war für jeden Punkt recht constant. Der Widerstand nahm mit wachsender Stromstärke für beide Richtungen zu, wie folgende Zahlen zeigen:

Electr. Kraft	Würfel- zur Oktaederfläche		Umgekehrt	
	i	w	i	w
0.05 Grove	63.8	38 S. E.	63.8	38 S. E.
0.30 „	355	41.9	339.5	43.8
0.35 „	406.3	42.7	392	43.6
0.75 „	(816)	45.5	(798)	47.5

Die Punkte, welche soeben mit dem durch einen Kupferdraht hergestellten Contact untersucht worden waren, wurden nun durch einen kleinen Quecksilbernapf umfasst, der 8 × 4 □Mm. Contactfläche bot. Nach Einfüllen von Quecksilber zeigte sich der Widerstand etwa um das 80-fache kleiner, aber bei einer Stromesrichtung noch sehr stark von der Intensität abhängig. Dies Verhalten blieb ungeändert, als beide Contactflächen erst galvanoplastisch mit einem dünnen Kupferüberzug versehen und auf diesen, nach sorgfältigem Trocknen, Quecksilber gegossen wurde. In der einen Richtung (Würfel- zur Oktaederfläche) verdoppelte sich der Widerstand beim Fortschreiten von 0.03 Grove zu 0.5 Grove; in der anderen Richtung war er fast constant. Was aber das sonderbarste ist: der Strom floss jetzt umgekehrt leichter von der Oktaederfläche zur Würfelfläche, während er vorher, bei kleiner Contactfläche an der ersteren, leichter in der anderen Richtung gegangen war.

Da sich nach einigen Tagen der Kupferüberzug der einen Fläche fast vollständig im Quecksilber aufgelöst hatte, so wurden die Flächen von Neuem galvanoplastisch verkupfert und fast genau die früheren Zahlen gefunden. So verhielt sich der Bleiglanz ungefähr 2 Monate lang; bei einer späteren nochmaligen Prüfung, nach Abnahme des einen Quecksilbernapfes, zeigte er merkwürdigerweise mit dem aufgepressten Contact untersucht verschiedenes Verhalten an verschiedenen Punkten, nach gründlicher Reinigung der Fläche mit Sandpapier und Polirroth dagegen wieder das frühere gleichmässige.

6. Die Abhängigkeit des Widerstandes von der Dauer des Stromes zeigt sich gleichfalls sehr verschieden bei verschiedenen Stücken; im allgemeinen tritt sie unter denselben Bedingungen am stärksten auf, unter welchen auch die übrigen anomalen Erscheinungen am deutlichsten sind, nämlich bei kleiner Contactfläche.

Wechselt man mit Strömen von gleicher electromotorischer Kraft ab, in der Weise, dass man den Strom erst einige Zeit in der einen Richtung gehen lässt und ihn dann umlegt, so bleibt in der Regel die durch den ersten Strom bewirkte Widerstandsänderung anfangs auch für die andere Richtung bestehen; wenigstens bleibt die Differenz der Stromintensitäten, falls sie nicht sehr gross ist gegen die Stromstärke selbst, dieselbe, wenn auch die absolute Grösse der Stromstärke kleiner oder grösser geworden ist. Lässt man stärkere Ströme einige Zeit hindurch fliessen und geht dann plötzlich zu schwächeren über, so ist auch im Anfang noch die durch den stärkeren Strom bewirkte Widerstandsänderung vorhanden, allmählich, bei einigen Körpern rasch, bei anderen langsamer, geht aber der Widerstand wieder in den der jetzigen keineren Intensität entsprechenden Werth über. Dabei kann es kommen, dass bei der grösseren Stromstärke der Widerstand mit der Zeit zunahm (was, wie ich schon in meiner ersten Mittheilung erwähnte, im allgemeinen bei einer Stromesrichtung eintritt), beim Zurückgehen auf die kleinere Intensität aber *doch kleiner ist, als er vorher bei derselben Intensität* war; z. B. gaben 0.3 Grove bei Braunstein die Intensität 149.2; 1 Grove gab, als der Multiplicator durch eine Nebenschliessung auf kleinere Empfindlichkeit gebracht war, 92^{sc}, welche langsam auf 89^{sc} fielen; trotzdem gab die erste electromotorische Kraft, gleich nach Aufheben des starken Stromes wieder benutzt, 155.4^{sc}, welche erst langsam wieder auf 148^{sc} zurückgingen.

7. Der Widerstand scheint endlich auch noch abhängig zu sein von der Art und Weise, wie ein Strom von variabeler Intensität abläuft, selbst dann wenn ein constanter

Strom keine unipolaren Erscheinungen zeigt. Liess man den Strom eines kleinen Inductionsapparates von passendem Widerstand der secundären Spirale durch die Körper hindurchgehen, so zeigte sich, dass der Oeffnungsstrom leichter hindurchfloss als der Schliessungsstrom, ebenso wie bei Gasen; ein in den Kreis geschalteter Multiplicator zeigte also eine Ablenkung. Contacte zwischen Metallen und selbst Röhren voll Kupferfeile zeigten keine Ventilwirkung, wohl aber krystallinisches Selen, in welches Platin- oder Eisenelectroden eingeschmolzen waren. Beachtenswerth ist, dass bei Selen, dessen Widerstand sich verhältnissmässig wenig mit der Intensität des constanten Stromes ändert, gerade ungemein starke Ventilwirkung stattfindet.

8. Liess man, während ein alternirender Inductionsstrom die Schwefelmetalle durchlief, gleichzeitig einen constanten Strom hindurchfliessen, so zeigte sich der Regel nach, dass der Widerstand für den constanten Strom geringer war, solange der Inductionsapparat spielte. Nur der erwähnte Bleiglanz zeigte an Stellen, welche für den constanten Strom Widerstandsvermehrung mit wachsender Stromstärke zeigten, auch eine Widerstandsvermehrung durch das Spiel des Inductionsstromes. Sein Verhalten war an einzelnen Punkten ganz constant, an anderen schlug es aber leicht in das gegentheilige um, stets aber in der Weise, dass wenn der Widerstand mit gleichzeitigem Durchgang des Inductionsstromes abnahm, er auch für den constanten Strom abnahm mit steigender Intensität desselben. Braunstein zeigte ein sehr constantes Verhalten, der Widerstand für den constanten Strom war nach Aufhören des inducirten Stromes sofort wieder der frühere. Röhren voll Metallfeile zeigten gleichfalls Widerstandsänderungen durch den Inductionsstrom, aber auch für den constanten Strom sehr veränderlichen, rasch schwankenden Widerstand. Der durch den Inductionsstrom geänderte Widerstand blieb auch für den constanten Strom bestehen, war also durch Contactänderung veranlasst. Bunsen'sche Kohle

zeigte bisweilen Ventilwirkung, bisweilen nicht; im letzteren Falle aber doch eine geringe Abnahme des Widerstandes für den constanten Strom, wenn der Inductionsstrom gleichzeitig hindurchging. Das schon früher erwähnte Stück weicher Graphit verhielt sich auch hier, obschon die Contacte wie dort (vgl. Nr. 3. b) angelegt waren, wie metallischer Widerstand.

Bei der Auswahl der im Vorhergehenden mitgetheilten Thatsachen war ich darauf bedacht, soweit als möglich entweder nach allgemeineren Gesichtspunkten zusammenzufassen oder solche Versuche auszuwählen, welche meiner Ansicht nach am ehesten auf diesem schwer zu übersehenden Gebiete weiter führen können. Die Analogie der Erscheinungen mit denjenigen, welche Gase in ihrem Verhalten gegen den Strom bieten, ist so auffallend, dass es eines besonderen Hinweises nicht bedarf. Ich gedenke im Anschluss an diese allgemeinere Uebersicht einige Details in einem weiteren Aufsatze zu geben, um wenigstens an einem oder zwei Stücken das Verhalten unter den verschiedensten Bedingungen zu erläutern. Ausführlichere Mittheilungen erscheinen so lange ohne Interesse, als es nicht gelingt, durchgängige Regelmässigkeiten zu finden. Als eine solche kann ich aber den Nachweis, dass unter gewissen Bedingungen die anomalen Erscheinungen ausbleiben, nicht betrachten und ich kann daher Versuchen, bei welchen nicht die Bedingungen in ähnlicher Mannichfaltigkeit abgeändert wurden, wie bei den mitgetheilten, eine Berechtigung zu allgemeinen Schlussfolgerungen nicht zugestehen.

Gegen eine Auffassung endlich, welche die von mir beschriebenen Versuche in durchgängigen Parallelismus mit den von Hrn. Du Moncel mitgetheilten Beobachtungen (sur la conductibilité électrique des corps mediocrement conducteurs; C. R. 1875) stellt, wie dies der Berichterstatter für Naumann-Fittica's Jahresbericht über

die Fortschritte der Chemie zu thun scheint, muss ich entschieden Protest erheben. Es lag nicht in meiner Absicht, einen Bericht über Erscheinungen, welche ihren Ursprung im Feuchtigkeitsgehalt der Körper und dann vielleicht, bei ungleicher Electrodengrösse, in einer mit verschiedener Stromrichtung verschiedenen Polarisation haben, den Lesern dieses Journales vorzulegen.

VII. *Zur Theorie der unipolaren Induction und der Plücker'schen Versuche; von Eduard Riecke.*

(Aus den Göttinger Nachrichten, 1876, Nr. 13, vom Hrn. Verfasser mitgetheilt.

Die unipolare Induction und die damit zusammenhängenden Plücker'schen Versuche sind in der letzten Zeit mehrfach Gegenstand der Erörterung geworden; Neumann hat diesen Versuchen eine solche Deutung gegeben, dass die Hypothese von der Existenz nur einer einzigen Art electrischer Theilchen, wie sie von Edlund vertreten wird, mit denselben völlig unvereinbar erschien, während auf der anderen Seite Edlund in denselben Versuchen gerade eine Stütze für jene Anschauung zu finden glaubte.

Diese sich widersprechende Auffassung einer und derselben Gruppe von Erscheinungen liess vermuthen, dass die gegenwärtig angenommene Theorie derselben eine Lücke enthalte, und ich habe es daher nicht für überflüssig gehalten, eine Theorie der angeführten Erscheinungen zu entwickeln, von der ich wünsche, dass sie zur Aufklärung der Missverständnisse einiges beitragen möge. Als Fundament für diese Theorie benutze ich, ebenso wie Wilhelm Weber in der im Jahre 1839 veröffentlichten Arbeit über die unipolare Induction, der ersten und einzigen, in welcher eine genaue quantitative experimentelle Untersuchung dieser Erscheinung ausgeführt ist, das Grund-

gesetz der Magnetinduction, und es ist daher die im Folgenden gegebene Theorie in ihrem einen Theile vollständig identisch mit der Weber'schen Theorie; auf der anderen Seite ergiebt sich aber, dass in dieser letzteren Theorie eine Art von Kräften nicht berücksichtigt worden ist, welche bei den Plücker'schen Versuchen die allein wirksame ist. Es wird sich zeigen, dass die im Folgenden entwickelte Theorie mit den beobachteten Erscheinungen qualitativ in vollkommener Uebereinstimmung sich befindet, wodurch die Meinung Edlund's widerlegt wird, dass die Plücker'schen Versuche zur Entscheidung der Alternative zu Gunsten seiner Hypothese von der Existenz nur einer einzigen Art electrischer Theilchen etwas beitragen können. Andererseits ist aber auch die Auffassung Neumann's einer genaueren Begründung bedürftig, über welche am Schlusse des vorliegenden Aufsatzes einige Andeutungen gegeben werden sollen.

I. Induction eines bewegten Magnetpols auf einen ruhenden linearen Leiter.

Ist μ die Masse des gegebenen magnetischen Punktes, sind a, b, c seine Coordinaten mit Bezug auf irgend ein rechtwinkliges Coordinatensystem, $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{w}$ seine Geschwindigkeitscomponenten, so ist die von demselben in dem betrachteten Momente seiner Bewegung an irgend einer Stelle x, y, z hervorgerufene electromotorische Kraft gegeben durch die Componenten:

$$\Xi = A\mu \frac{\mathfrak{w}(y-b) - \mathfrak{v}(z-c)}{r^3}$$

$$H = A\mu \frac{\mathfrak{u}(z-c) - \mathfrak{w}(x-a)}{r^3}$$

$$Z = A\mu \frac{\mathfrak{v}(x-a) - \mathfrak{u}(y-b)}{r^3}.$$

Diese unmittelbar aus dem Grundgesetz der Magnetinduction sich ergebenden Ausdrücke lassen sich auf zwei verschiedenen Wegen weiter transformiren; die eine Trans-

formation, welche zuerst angewandt werden soll, ist von Vortheil, wenn es sich um die Wirkung eines bewegten Magnetpols auf einen geschlossenen Leiterkreis handelt; während mit Hülfe der zweiten Transformation die bei der Rotation eines gleichförmig magnetisirten Eisencylinders um seine magnetische Axe auftretenden Kräfte in besonders einfacher Weise sich darstellen lassen.

Befindet sich zunächst an der Stelle xyz ein lineares Leiterelement ds, dessen Projectionen auf die drei Coordinatenaxen bezeichnet werden mögen durch dx, dy, dz, so ist die in diesem Element durch den bewegten magnetischen Punkt inducirte electromotorische Kraft gegeben durch:

$$\begin{aligned} &\Xi dx + H dy + Z dz \\ &= \mathfrak{u}\, A\mu \frac{(z-c)\,dy - (y-b)\,dz}{r^3} \\ &+ \mathfrak{v}\, A\mu \frac{(x-a)\,dz - (z-c)\,dx}{r^3} \\ &+ \mathfrak{w}\, A\mu \frac{(y-b)\,dx - (x-a)\,dy}{r^3}. \end{aligned}$$

Denken wir uns andererseits dasselbe Leiterelement ds von einem Strom von der Stärke 1 durchflossen, so lassen sich die Componenten der electromagnetischen Wirkung, welche von demselben ausgeübt wird auf den magnetischen Punkt μ, darstellen durch die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} A &= -A\mu \frac{(z-c)\,dy - (y-b)\,dz}{r^3} \\ B &= -A\mu \frac{(x-a)\,dz - (z-c)\,dx}{r^3} \\ \Gamma &= -A\mu \frac{(y-b)\,dx - (x-a)\,dy}{r^3}. \end{aligned}$$

Mit Hülfe dieser Werthe ergibt sich dann für die auf das Element ds ausgeübte electromotorische Kraft der Ausdruck:

$$\Xi dx + H dy + Z dz = -A\mathfrak{u} - B\mathfrak{v} - \Gamma\mathfrak{w}.$$

Setzen wir:

$$\mathfrak{u} = \frac{da}{dt}, \quad \mathfrak{v} = \frac{db}{dt}, \quad \mathfrak{w} = \frac{dc}{dt}$$

so ergibt sich für die während der Zeit dt ausgeübte electromotorische Kraft:

$$(\Xi dx + H dy + Z dz)\, dt$$
$$= - A\, da - B\, db - \Gamma dc.$$

Gehört das Element ds einem geschlossenen Leiterringe an, so wird die gesammte electromotorische Kraft, welche in diesem ganzen Ringe während der kleinen Zeit dt durch die Bewegung des Magnetpols inducirt wird, gegeben sein durch:

$$\{ \Sigma (\Xi dx + H dy + Z dz \}\, dt$$
$$= - \Sigma A\, da - \Sigma B\, db - \Sigma \Gamma dc.$$

Die auf der rechten Seite dieser Formel stehenden Summen ΣA, ΣB und $\Sigma \Gamma$ sind aber nichts anderes, als die Componenten der electromagnetischen Wirkung, welche von dem von einem Strom von der Stärke 1 durchflossenen Leiterringe ausgeübt werden auf den magnetischen Punkt μ. Diese Componenten lassen sich aber darstellen durch die negativen Differentialquotienten eines von dem Leiterring auf den magnetischen Punkt ausgeübten Potentiales V, so dass wir erhalten:

$$\{ \Sigma (\Xi dx + H dy + Z dz \}\, dt$$
$$= \frac{dV}{da} da + \frac{dV}{db} db + \frac{dV}{dc} dc$$
$$= dV.$$

Es ist also die von dem magnetischen Pol bei seiner Bewegung inducirte electromotorische Kraft gleich dem Zuwachs, welchen das Potential V bei dieser Bewegung erleidet.

Es ergibt sich hieraus der Satz, von welchem Weber bei der Begründung der Theorie der unipolaren Induction

ausgeht und welcher hier nur der Vollständigkeit wegen abgeleitet worden ist:

Wenn ein Magnetpol in einer geschlossenen Curve sich bewegt, so ist die während eines Umlaufs in einem ruhenden geschlossenen Drahtring inducirte electromotorische Kraft gleich Null, wenn die Bahn des magnetischen Punktes jenen Drahtring nicht umschlingt, dagegen gleich:

$$-4\pi\mu A,$$

wenn der magnetische Punkt die Fläche des Drahtrings bei einem Umlauf einmal durchbricht; hierbei ist vorausgesetzt, dass diese Durchbrechung in der Richtung der positiven Flächennormale erfolgt.

Die zweite der angeführten Transformationen der für die Componenten der electromotorischen Kraft gegebenen Ausdrücke ergibt sich in folgender Weise: Setzen wir wieder die Componenten der Geschwindigkeit des magnetischen Punktes:

$$\mathfrak{u} = \frac{da}{dt}, \quad \mathfrak{v} = \frac{db}{dt}, \quad \mathfrak{w} = \frac{dc}{dt},$$

so ergibt sich für die während der Zeit dt ausgeübten Componenten der electromotorischen Kraft:

$$\Xi\, dt = A\mu \frac{(y-b)\, dc - (z-c) db}{r^3}$$

$$H\, dt = A\mu \frac{(z-c)\, da - (x-a)\, dc}{r^3}$$

$$Z\, dt = A\mu \frac{(x-a)\, db - (y-b)\, da}{r^3}.$$

Denken wir uns das von dem Pole μ in der Zeit dt durchlaufene Wegelement durchflossen von einem Strome von der Stärke 1, und bezeichnen wir die Componenten der Kraft, welche von diesem Stromelement ausgeübt würde auf ein an der Stelle xyz befindliches magnetisches Theilchen $+1$, durch A, B, C, so finden, wie man leicht sieht, die Beziehungen statt:

$$\Xi\, dt = -\mu A, \quad H\, dt = -\mu B, \quad Z\, dt = -\mu C.$$

In dem Fall der unipolaren Induction, sowie überhaupt in jedem Fall, in welchem der inducirende Magnet in einem der Axe nach magnetisirten Rotationskörper besteht, der um diese Axe in Rotation versetzt wird, wird nun immer eine ganze Reihe magnetischer Punkte sich so bestimmen lassen, dass sie bei ihrer Bewegung sich längs eines und desselben um die Axe beschriebenen Kreises verschieben. Wir werden überdies bei gleichförmiger Magnetisirung annehmen können, dass der in den einzelnen Polen concentrirte Magnetismus in allen Punkten ein und desselben Kreises derselbe sei, sowie dass diese Pole auf der Peripherie des Kreises gleichförmig vertheilt seien. Unter diesen Voraussetzungen können wir uns aber die Zeit dt stets so gewählt denken, dass das von einem Punkte während dieser Zeit durchlaufene Linienelement gleich dem Abstande zweier benachbarter dem Kreise angehörender Polpunkte ist. Es soll unter dieser Voraussetzung die electromotorische Kraft bestimmt werden, welche von allen auf dem betrachteten Kreis vertheilten magnetischen Polen zusammengenommen in der Zeit dt auf den Punkt xyz ausgeübt wird. Die Componenten dieser electromotorischen Kraft sind:

$$\Sigma \Xi dt = -\mu \Sigma A, \qquad \Sigma H dt = -\mu \Sigma B,$$
$$\Sigma Z dt = -\mu \Sigma C.$$

ΣA, ΣB, ΣC sind offenbar nichts anderes, als die Componenten derjenigen Kraft, welche von allen Elementen des betrachteten Kreises zusammengenommen auf einen an der Stelle xyz befindlichen magnetischen Punkt $+1$ ausgeübt wird, wenn wir uns den Kreis in der Richtung der Drehung durchflossen denken von einem Strome von der Stärke $+1$. Diese Componenten lassen sich aber darstellen durch die negativen Differentialquotienten des Potentiales Ω, welches unter den angenommenen Verhältnissen von dem Kreise auf den Punkt xyz ausgeübt wird. Wir erhalten somit:

8*

$$\Sigma \Xi dt = \mu \frac{d\Omega}{dx}, \quad \Sigma H dt = \mu \frac{d\Omega}{dy},$$

$$\Sigma Z dt = \mu \frac{d\Omega}{dz}.$$

Für die electromotorische Kraft, welche auf irgend einen linearen Leiter s während der Zeit dt ausgeübt wird, ergibt sich der Werth:

$$\mu \int \frac{d\Omega}{ds} \,.\, ds = \mu \{ \Omega_1 - \Omega_0 \},$$

wenn Ω_1 den Werth des Potentiales Ω im Endpunkte des Leiters, Ω_0 den Werth im Anfangspunkte desselben bezeichnet.

Es ergeben sich hieraus die folgenden Sätze:

1. Ein um seine Axe rotirender cylindrischer Magnet übt auf einen festliegenden linearen Leiter eine electromotorische Kraft aus, welche allein abhängt von der Lage der Endpunkte dieses Leiters.

2. Ein um seine Axe rotirender cylindrischer Magnet übt auf eine festliegende geschlossene Leiterbahn keine electromotorische Wirkung aus.

3. Wenn ein Kreis, auf dessen Peripherie die magnetische Masse m gleichförmig vertheilt ist, um eine durch seinen Mittelpunkt gegen seine Ebene senkrecht hindurchgehende Axe in Rotation versetzt wird, so ist die gesammte electromotorische Kraft, welche bei einer Umdrehung in einer geschlossenen, den Leiter einmal umschlingenden Leiterbahn inducirt wird, gleich:

$$-4\pi m A.$$

Hierbei ist vorausgesetzt, dass auf dem linearen Leiter eine Grundrichtung in der Weise markirt sei, dass dieselbe bei der Durchdringung der Kreisfläche mit der positiven Normale der letzteren zusammenfällt.

II. Induction eines ruhenden Magnetpols auf einen rotirenden Leiter.

Bezeichnen wir durch a, b, c wie im Vorhergehenden die Coordinaten des magnetischen Punktes μ, durch x, y, z die Coordinaten des Punktes, für welchen die electromotorische Kraft bestimmt werden soll, durch u, v, w die Componenten der Geschwindigkeit dieses Punktes, so ergeben sich für die in irgend einem Momente inducirte electromotorische Kraft die Componenten:

$$\Xi = A\mu \frac{(z-c)\,v - (y-b)\,w}{r^3}$$

$$H = A\mu \frac{(x-a)\,w - (z-c)\,u}{r^3}$$

$$Z = A\mu \frac{(y-b)\,u - (x-a)\,v}{r^3}.$$

Sind ferner α, β, γ die Richtungscosinusse der Rotationsaxe, ist ω die Winkelgeschwindigkeit, so haben wir für u, v, w die Werthe zu setzen:

$$u = \omega(\gamma y - \beta z), \quad v = \omega(\alpha z - \gamma x),$$
$$w = \omega(\beta x - \alpha y).$$

Substituiren wir diese Werthe, so ergeben sich für die Componenten Ξ, H, Z die Ausdrücke:

$$\Xi = \frac{A\mu\omega}{r^3} \cdot \left\{ \begin{array}{c} \alpha[x(x-a) + y(y-b) + z(z-c)] \\ -x[\alpha(x-a) + \beta(y-b) + \gamma(z-c)] \end{array} \right\}$$

. . . .

Hiernach ergibt sich:

1. Für die Componente der electromotorischen Kraft parallel der Rotationsaxe:

$$A = \frac{A\mu\omega}{r^3}$$

$$\cdot \left\{ \begin{array}{c} [x(x-a) + y(y-b) + z(z-c)] \\ -(\alpha x + \beta y + \gamma z)[\alpha(x-a) + \beta(y-b) + \gamma(z-c)] \end{array} \right\}.$$

2. Die Componente nach der Richtung der Bewegung des Leiterpunktes $x y z$ ist gleich Null.

3. Die Componente in der Richtung des nach dem Punkte $x y z$ hinführenden, zur Rotationsaxe senkrechten Radius Vectors ϱ ist:

$$\Gamma = -\frac{A\mu\omega\varrho}{r^3}\left\{\alpha(x-a)+\beta(y-b)+\gamma(z-c)\right\}.$$

Es ergeben sich hieraus die Sätze:

1. Die electromotorische Kraft verschwindet, wenn der Punkt $x y z$ auf der Rotationsaxe liegt.

2. Die der Rotationsaxe parallele Componente der electromotorischen Kraft verschwindet, wenn der Leiterpunkt xyz mit dem magnetischen Pol auf einer Parallelen zur Rotationsaxe liegt.

3. Die Componente in der Richtung des Radius Vectors verschwindet, wenn der Punkt xyz mit dem magnetischen Pol in einer und derselben zur Rotationsaxe senkrechten Ebene liegt.

4. Zwei auf einer durch den Punkt $x y z$ hindurchgehenden geraden Linie symmetrisch gegen denselben gelegene, gleich starke Pole üben gleiche, aber entgegengesetzte electromotorische Kräfte auf den Punkt xyz aus.

Es mögen die vorhergehenden Formeln schliesslich angewandt werden auf den speciellen Fall, dass der inducirende Pol auf der Rotationsaxe gelegen ist. Wir wollen gleichzeitig das Coordinatensystem so legen, dass die x Axe desselben mit der Rotationsaxe zusammenfällt. Unter diesen Voraussetzungen ergeben sich für die Componenten der auf den Punkt $x y z$ ausgeübten electromotorischen Kraft die Werthe:

$$\Xi = \frac{A\mu\omega(y^2+z^2)}{r^3} = A\mu\omega\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x-a}{r}\right)$$

$$H = -\frac{A\mu\omega y(x-a)}{r^3} = A\mu\omega\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{x-a}{r}\right)$$

$$Z = -\frac{A\mu\omega z(x-a)}{r^3} = A\mu\omega\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{x-a}{r}\right).$$

Ziehen wir durch den Punkt xyz ein Linien-Element ds, dessen Projectionen auf die drei Coordinatenaxen dx, dy, dz sein mögen, so ergibt sich für die auf dieses Element ausgeübte electromotorische Kraft der Werth:

$$\Xi dx + H dy + Z dz = A\mu\omega d\left(\frac{x-a}{r}\right).$$

Die auf irgend eine Linie von endlicher Länge ausgeübte electromotorische Kraft wird somit gleich:

$$A\mu\omega\left\{\frac{x_1-a}{r_1} - \frac{x_0-a}{r_0}\right\},$$

wenn x_1 und x_0 die Coordinaten des End- und Anfangspunktes der Linie sind, r_1 und r_0 die Entfernungen dieser Punkte von dem magnetischen Punkt μ.

Es ergeben sich hieraus die Sätze:

1. Wenn eine Linie um eine durch den magnetischen Pol μ hindurchgehende Axe rotirt, so ist die auf dieselbe ausgeübte electromotorische Kraft allein abhängig von der Lage ihrer Endpunkte.

2. Die auf einen geschlossenen, um die Axe rotirenden Leiterring ausgeübte electromotorische Kraft ist gleich Null.

3. Wenn ein geschlossener Leiter aus zwei Stücken A und B besteht, so ist die auf den vorwärts rotirenden Theil A ausgeübte electromotorische Kraft ebenso gross wie die auf den Theil B ausgeübte, wenn dieser mit gleicher Geschwindigkeit rückwärts rotirt.

III. Die Plücker'schen Versuche.

Die Theorie dieser Versuche ergibt sich mit grösster Leichtigkeit aus den vorhergehenden Sätzen, wenn man

noch den Grundsatz zu Hülfe nimmt, dass die durch die Bewegung inducirte electromotorische Kraft sich jederzeit zusammensetzt aus zwei Theilen, der von dem bewegten Magnet in dem ruhend gedachten Leiter inducirten Kraft, und der durch den ruhend gedachten Magnet in dem bewegten Leiter inducirten Kraft.

Aus diesem Grundsatze ergibt sich zunächst die Bemerkung, dass die Drehung des Magnets bei den Plücker'schen Versuchen ohne Einfluss ist, dass die ganze Wirkung hervorgebracht wird durch die Drehung des Kupfercylinders. Die Grösse der in diesem letzteren inducirten electromotorischen Kraft ergibt sich in folgender Weise. Den Magnet ersetzen wir durch seine beiden Pole, deren Magnetismus durch $+\mu$ und $-\mu$ bezeichnet werden möge; dieselben liegen auf der x Axe des Coordinatensystems in dem Abstand a auf beiden Seiten des Anfangspunktes; die x Coordinaten der Ableitungsstellen A und B des Kupfercylinders seien x_1 und x_0; der Halbmesser des Kupfercylinders sei ϱ, die Entfernungen des Punktes A von den Polen des Magnets seien r_1 und s_1, die Abstände des Punktes B seien r_0 und s_0; die electromotorische Kraft, welche längs einer jeden auf dem Mantel des Cylinders die Punkte A und B verbindenden Linie inducirt wird, ist gegeben durch:

$$A\mu\omega\left\{\frac{x_1-a}{r_1}-\frac{x_1+a}{s_1}-\frac{x_0-a}{r_0}+\frac{x_0+a}{s_0}\right\}.$$

Da die Widerstände aller jener Linien gegen den Widerstand der übrigen Leitung zu vernachlässigen sind, so ist dies gleichzeitig der Ausdruck der ganzen in dem Cylinder inducirten Kraft.

Für x_0 gleich Null, d. h. wenn der eine Ableitungspunkt in der Mitte zwischen den beiden Polen des Magnets liegt, wird die electromotorische Kraft:

$$A\mu\omega\left\{\frac{2a}{r_0}-\frac{x_1+a}{s_1}+\frac{x_1-a}{r_1}\right\}$$

und nähert sich bei wachsendem x_1 dem Grenzwerth:

$$A \mu \omega \frac{2a}{r_0}.$$

Ist

$$x_1 = a + l, \quad x_0 = a - l,$$

d. h. liegt der Nordpol μ in der Mitte zwischen den beiden Ableitungsstellen, so ergibt sich für die electromotorische Kraft:

$$A \mu \omega \left\{ \frac{2l}{r} - \frac{2a + l}{s_1} + \frac{2a - l}{s_0} \right\};$$

dieselbe erreicht ein Maximum, wenn:

$$\frac{2}{r^3} = \frac{1}{s_1^3} + \frac{1}{s_0^3}.$$

Einer ganz analogen Untersuchung lassen sich diejenigen Versuche unterwerfen, bei welchen die electromotorische Kraft inducirt wird in einer Kreisscheibe, welche um die durch ihren Mittelpunkt senkrecht hindurchgehende Axe des Magnets in Rotation versetzt wird.

Wenn wir die Bezeichnungen des Vorhergehenden beibehalten, so ergibt sich für die inducirte electromotorische Kraft der Ausdruck:

$$A \mu \omega \left\{ \frac{x - a}{r_1} - \frac{x + a}{s_1} - \frac{x - a}{r_0} + \frac{x + a}{s_0} \right\},$$

wobei nur zu bemerken ist, dass in dem vorliegenden Fall den beiden Ableitungsstellen A und B dasselbe x, dagegen verschiedenes ϱ, nämlich ϱ_1 und ϱ_0 zukommt.

Die electromotorische Kraft hängt, wie man sieht, wesentlich ab von dem Ausdruck:

$$E = \frac{x - a}{r} - \frac{x + a}{s},$$

welcher seinerseits lediglich eine Function von ϱ sein wird, so lange die Scheibe dieselbe Entfernung vom Mittelpunkte des Magnets behält.

Wenn $x > a$ ist, so hat E für $\varrho = 0$ und $\varrho = \infty$ den Werth Null und erreicht für einen zwischen diesen Grenzen liegenden Werth von ϱ ein Maximum. Die irgend

zwei Ableitungspunkten A und B entsprechende electromotorische Kraft ist gleich:

$$E_1 - E_0$$

wenn E_1 den Werth des Ausdruckes E in dem Punkte A bezeichnet, E_0 den Werth desselben in dem Punkte B.

Wenn $x < a$, so ist für $\varrho = 0$:

$$E = -2,$$

für $\varrho = \infty$:

$$E = 0.$$

Wird die Scheibe in ihrem Mittelpunkte abgeleitet, so ist die inducirte electromotorische Kraft:

$$A\mu\omega\left\{2 - \frac{a-x}{r_1} + \frac{a+x}{s_1}\right\},$$

ein Ausdruck, der bei gleichbleibendem Radius der Scheibe ein Maximum erreicht, wenn dieselbe sich in der Mitte zwischen den beiden Polen befindet.

IV. Die unipolare Induction Wilhelm Weber's.

Die unipolare Induction unterscheidet sich von den im Vorhergehenden betrachteten Fällen dadurch, dass der rotirende Magnet selber den beweglichen Theil der geschlossenen Leiterbahn bildet. Als electromorische Linien treten alle möglichen Linien auf, welche im Inneren des Magnets die beiden Ableitungsstellen A und B verbinden; die längs einer jeden solchen Linie entwickelte electromotorische Kraft setzt sich wieder in jedem Augenblicke zusammen aus zwei Bestandtheilen, deren einer repräsentirt wird durch die von dem ruhend gedachten Magnetismus in den bewegten Leiterelementen inducirte Kraft, der andere durch die Kraft, welche die rotirenden magnetischen Theilchen in den ruhend gedachten Leiterelementen induciren.

Was den ersten Theil der electromotorischen Kraft anbelangt, so werden wir zur Berechnung desselben von den im Vorhergehenden abgeleiteten Formeln Gebrauch

machen können, wenn wir annehmen, dass auch für die electromotorische Wirkung, welche der Magnet auf ein in seinem eigenen Inneren befindliches Leiterelement ausübt, die Ersetzung der unbekannten Vertheilung des Magnetismus im Innern durch zwei mit dieser äquivalente Pole gestattet ist. Zur weiteren Begründung dieser Annahme könnte der Satz benutzt werden, dass die electromotorischen Kräfte, welche von zwei gleichartigen, aber entgegengesetzt zu dem betrachteten Leiterelement liegenden magnetischen Theilchen herrühren, sich zerstören; allein es leuchtet ein, dass eine solche Begründung keinen Anspruch auf strenge Gültigkeit machen kann, da jener Satz sich nicht auf moleculare Entfernungen, wie sie hier in Betracht kommen, bezieht.

Für den zweiten Theil der electromotorischen Kraft ergeben sich ganz dieselben Gesetze, welche schon von Weber aufgestellt worden sind, denn dieser zweite Theil ist nichts anderes, als jene unipolare Wirkung, welche Weber zum Fundament seiner Betrachtung gemacht hat. Allerdings ist mit Bezug auf diese Gesetze zu bemerken, dass sie hergeleitet sind auf Grund der Vorstellung von der Existenz zweier magnetischer Flüssigkeiten, und zwar unter Verhältnissen, bei welchen es von vornherein sehr zweifelhaft erscheint, ob die Ersetzung der wirklich stattfindenden Vorgänge durch jene idealen Fluida irgend welche Berechtigung besitzt. Wenn die Messungen Weber's es wahrscheinlich machen, dass jene Ersetzung auch für die unipolare Induction gestattet ist, so wird doch dadurch der Nachweis nicht überflüssig gemacht, dass dieselben Gesetze, welche von Weber auf Grund der idealen Vorstellung der magnetischen Flüssigkeiten abgeleitet worden sind, sich auch dann ergeben, wenn wir an Stelle der magnetischen Molecüle Ampère'sche Molecularströme setzen, von deren realer Existenz wir gegenwärtig mit einer ungleich grösseren Berechtigung sprechen dürfen, als von der der magnetischen Flüssigkeiten; es würde dann an Stelle der unipolaren Induction die Durchbrechung der Leiter-

bahn durch die Bahn des Ampère'schen Molecularstromes treten. Die Lösung dieser Aufgabe soll indess für eine andere Mittheilung vorbehalten werden, welche sich gleichzeitig auch mit dem von Neumann besprochenen Fall unipolarer Induction beschäftigen wird. Indess möge mit Bezug auf diesen Fall schon jetzt Folgendes bemerkt werden. Wenn ein kreisförmiger Leitungsdraht um seine Axe in Rotation versetzt wird, während er von einem galvanischen Strom durchflossen ist, so ist klar, dass die Geschwindigkeiten, mit welchen sich die beiden electrischen Flüssigkeiten in der kreisförmigen Bahn bewegen, auch in dem Fall ungleiche sein werden, wenn sie von Hause aus gleich gross gewesen sind. Die Kräfte, welche in dem von Neumann angezogenen Falle auftreten, fallen also unter eine allgemeinere Klasse von Kräften, nämlich unter diejenigen Kräfte, welche ausgeübt werden von einem geschlossenen Leitungsdrahte, in welchem die beiden Electricitäten sich mit ungleicher Geschwindigkeit bewegen. Für diesen Fall wurde (Götting. Nachr. 1873 p. 536) nachgewiesen, dass der geschlossene Leiter auf einen electrischen Massenpunkt ein Potential ausübt, welches gegeben ist durch:

$$A^2 . c . i \int_s \frac{ds}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial s} \cdot \frac{\partial r}{\partial s} \cdot$$

Hier bezeichnet c den halben Unterschied der Geschwindigkeiten der beiden Electricitäten, ds ein Element des von dem Strome i durchflossenen Leiters, r die Entfernung dieses Elementes von dem Punkte, für welchen das Potential berechnet werden soll.

Wenn nun auf experimentellem Wege sich ergeben sollte, dass ein ruhender, von einem constanten Strome durchflossener kreisförmiger Leiter auf einen ihm genäherten Leiter keine vertheilende Wirkung ausübt, dass aber eine solche Wirkung vorhanden ist, sobald jener Leiter um seine geometrische Axe in Rotation versetzt wird, so würde durch dieses Resultat die zwischen den verschiede-

nen Anschauungen bestehende Alternative zu Gunsten der Weber'schen Vorstellung entschieden sein, und zwar nicht allein gegenüber der Vorstellung von Edlund, sondern auch gegenüber der von Neumann vertretenen unitarischen Anschauung, der zufolge das eine Fluidum als im Inneren des Leiters ruhend betrachtet wird.

Die Entscheidung dieses Punktes möge für eine künftige Mittheilung vorbehalten werden, und es soll zum Beschlusse der gegenwärtigen Betrachtungen nur noch auf den Unterschied aufmerksam gemacht werden, welcher zwischen der im Vorhergehenden vorgetragenen Auffassung der unipolaren Induction und derjenigen besteht, welche z. B. in Beer's Lehrbuch sich findet und welche auch sonst verbreitet sein dürfte. Wenn wir die ganze leitende Bahn zerlegen in zwei Theile A und B, von welchen der erste mit dem Magnet gleichzeitig rotirt, der zweite B ohne Unterbrechung der leitenden Verbindung sich in Ruhe befindet, so findet nach Beer die Induction statt in dem Theile B; nach dem Vorhergehenden aber findet eine Induction statt sowohl in B als in A, so zwar, dass die auf B ausgeübten electromotorischen Kräfte im Falle der Plücker'schen Versuche zerstört werden durch einen Theil derjenigen Kräfte, welche in A inducirt werden, und dass demnach die allein übrigbleibenden wirksamen Kräfte ihren Sitz gerade in dem Leitertheil A haben.

Der Gegensatz tritt noch schärfer hervor, wenn wir den Fall der unipolaren Induction in's Auge fassen und dabei nicht einen geschlossenen leitenden Kreis herstellen dadurch, dass wir zwei Punkte des Magnets durch einen Schliessungsdraht verbinden, sondern wenn wir den Magnet für sich rotiren lassen; nach Beer würde dann gar keine Wirkung eintreten; nach der vorhergehenden Theorie würde in jedem Punkt im Inneren des Magnets eine electromotorische Kraft inducirt; diese Kraft wäre gleich der Differenz derjenigen electromotorischen Kräfte, die inducirt werden von dem bewegten Magnetismus in dem ruhenden

Leiterelement und von dem ruhenden Magnetismus in dem bewegten Leiterelement, und es würde somit auf der Oberfläche des Magnets eine statische Vertheilung der Electricität eintreten, entsprechend jenen inneren electromotorischen Kräften. Dabei ergibt sich aus den Versuchen Weber's, dass im allgemeinen die Wirkung der Kräfte erster Art bedeutend überwiegen muss über die der zweiten Art. Es ist von Interesse zu bemerken, dass die Oberfläche der Erde unter der Wirkung dieser Kräfte eine negative Ladung annehmen muss, welche sie nach den Messungen von Hankel in der That besitzt.

VIII. *Die Wärmeleitung im einundeingliedrigen Kupfervitriol; von Carl Pape.*

Durch die Beobachtungen Sénarmont's ist die Verbreitungsart der Wärme in festen Körpern in den verschiedensten Fällen bekannt geworden und die Gesetzmässigkeit der Erscheinung im wesentlichen festgestellt.[1]) Danach liegen die Punkte, bis zu welchen von einer im Innern des untersuchten Körpers angenommenen Wärmequelle sich eine gleiche Temperatur fortgepflanzt hat, im allgemeinen auf der Oberfläche eines dreiaxigen Ellipsoides, das sich in den speciellen Fällen eines homogenen unkrystallinischen Körpers und regulärer Krystalle zu einer Kugel, bei viergliedrigen und sechsgliedrigen Krystallen aber zu einem Rotationsellipsoide mit der krystallographischen Hauptaxe als Rotationsaxe vereinfacht. Bei den zweiundzweigliedrigen Krystallen fallen die Axen des

---

1) Pogg. Ann. Jubelb. p. 344.

dreiaxigen Ellipsoides mit den Krystallaxen zusammen, im zweiundeingliedrigen Systeme liegt eine Axe stets in der Richtung der Symmetrieaxe, ohne dass sich indess die Lage der beiden anderen in der Symmetrieebene von vornherein bestimmen liesse; und endlich im einundeingliedrigen Systeme hat sich keinerlei Beziehung zwischen den Ellipsoidaxen und der Krystallform ergeben.

Ferner hat Sénarmont gezeigt, dass in gepressten und gedehnten homogenen unkrystallinischen Körpern die isotherme Kugelfläche sich in ein Ellipsoid verwandelt und dass beim Quarz die der Hauptaxe parallele grosse Ellipsoidaxe bei einem Drucke senkrecht zur Axe sich vergrössert, dagegen bei einem der Axe parallelen Drucke sich verkürzt.

Die Bedeutung dieser Entdeckung an und für sich für die Krystallphysik, besonders wohl auch der Umstand, dass das neue Axensystem zu den Krystallaxen sich denen der optischen Elasticität ganz gleich zu verhalten schien, wie die dadurch angedeutete Möglichkeit, mit seiner Hülfe allgemeinere Beziehungen zwischen den verschiedenen physikalischen Axensystemen zu finden, haben Andere[1]) veranlasst, die Versuche auf eine grössere Zahl von Krystallen auszudehnen und sie zu erweitern. Mit Ausnahme der Versuche Ångströms[2]), der beim Gyps eine Lageveränderung der in der Symmetrieebene liegenden Axen mit der Temperatur nachgewiesen hat, haben die weiteren Beobachtungen die Ergebnisse Sénarmont's im wesentlichen nur bestätigt, die Frage aber, ob auch bei den unregelmässigen Systemen noch Beziehungen zwischen den verschiedenen Axensystemen bestehen oder nicht, nach wie vor unentschieden gelassen. Nur das dürfte noch zu erwähnen sein, dass für den zweiundeingliedrigen Gyps bereits aus den Sénarmont'schen Versuchen die Abwesen-

---

1) Matteucci, C. R. XL., Ångström, Pogg. Ann. LXXXVI.
2) A. a. O. p. 227.

heit einfacher Beziehungen folgte, indem nach seinen Messungen die in der Symmetrieebene liegenden Wärmeleitungsaxen mit den entsprechenden Axen des von F. Neumann[1]) aufgefundenen rechtwinkligen krystallographischen Axensystemes nicht zusammenfallen. Während eine der letzteren Axen in der Symmetrieebene in dem spitzen Winkel zwischen faserigem und erdigem Bruche mit ersterem den Winkel 16° 30′ bildet, ist der Winkel zwischen der grossen Isothermenaxe und demselben Blätterdurchgange 49°.

Es dürfen diese in den Hauptpunkten nicht befriedigenden Resultate nicht befremden, wenn man bei den Untersuchungen die Krystalle des zweiundeingliedrigen und des einundeingliedrigen Systemes fast ganz vernachlässigt und höchstens an wenigen Flächen untersucht findet. Auf sie hätte das Hauptaugenmerk gerichtet sein müssen, da namentlich beim einundeingliedrigen Systeme bis dahin ausser dem wahrscheinlichen Vorhandensein einer ellipsoidischen isothermen Oberfläche nichts festgestellt war. Die geringe Uebersichtlichkeit der Erscheinung bei dem Fehlen eines naturgemässen rechtwinkligen Axensystemes, das als Anhalt hätte dienen können und die dadurch gebotene geringe Aussicht auf Erfolg mögen in Verbindung mit den mancherlei experimentellen Schwierigkeiten einen Theil der Schuld tragen. Andererseits wird der Umstand von Einfluss gewesen sein, dass man geglaubt hat, auch bei diesen Systemen die Natur der Oberfläche und die Lage ihrer Axen aus einigen wenigen Beobachtungen errathen zu können, statt beides aus einer grösseren Zahl direct zu bestimmen. Selbst nicht bei den Krystallen des viergliedrigen, sechsgliedrigen und zweiundzweigliedrigen Systemes ist aus den Beobachtungen festgestellt, dass die isotherme Oberfläche ein Ellipsoid ist, man hat aus der Aehnlichkeit der auf den Krystallflächen gebildeten iso-

1) Pogg. Ann. XXVII.

thermen Linien mit einer Ellipse und aus den sonstigen Eigenschaften dieser Krystalle dies nur als sehr wahrscheinlich geschlossen. Dieser Fehler macht sich bei den Krystallen der beiden anderen Systeme, namentlich beim einundeingliedrigen sehr störend bemerkbar, da vor allem die Lage des angenommenen Ellipsoides bekannt sein musste, bevor weitere Schlüsse möglich waren. Der Schwierigkeit dieser Aufgabe wird es hauptsächlich zuzuschreiben sein, dass brauchbare Beobachtungen an zweiundeingliedrigen Krystallen wenige, an einundeingliedrigen eigentlich gar keine vorliegen, da das Auftreten elliptischer Isothermen auf Flächen an Krystallen dieses Systemes, auf deren Nachweis man sich beschränkte, zunächst nur zeigt, dass die Wärme sich hier nach verschiedenen Richtungen mit verschiedener Geschwindigkeit verbreitet. Auch kann der Umstand von Einfluss gewesen sein, dass es hier nicht leicht ist, das erforderliche Beobachtungsmaterial in hinreichender Menge zu beschaffen. Denn um sowohl das Vorhandensein eines Ellipsoides, wie dessen Lage in diesem Falle festzustellen, bedarf es hier neben der Messung der isothermen Linien auf einer grossen Zahl von Krystallflächen, besonders noch eines anderweitigen Anhaltes für die wahrscheinliche Lage wenigstens einer Axe, und den zu gewinnen, kann nur die Beobachtung auf vielen verschiedenen Flächen Aussicht bieten.

Um einen sicheren Anhalt für die weitere Untersuchung zu erhalten und gleichzeitig zur Vervollständigung früherer Beobachtungen über verschiedene physikalische Axensysteme, ist der Versuch gemacht, die Wärmeleitungsoberfläche für den einundeingliedrigen Kupfervitriol zu bestimmen. Ein einundeingliedriger Krystall ist gewählt, einestheils weil dieses System das allgemeinste ist und in jeder Beziehung bis jetzt am wenigsten untersucht wurde, anderntheils aber auch, weil für den genannten Krystall eine grössere Zahl von rechtwinkligen Axensystemen bekannt ist, wie das krystallographische, das der Verwitte-

rung, der Ausdehnung durch die Wärme und das optische,[1]) also ein vollständigerer Vergleich möglich war.

Wenn man von vornherein geneigt sein könnte, aus dem Zusammenfallen der Axen des Verwitterungs-Ellipsoides mit den rechtwinkligen Krystallaxen des Kupfervitriols auf ein Gleiches für die Axen der Wärmeleitung zu schliessen, da man die Leitung der Wärme in festen Körpern ausschliesslich den Massentheilen zuzuschreiben pflegt, so dürfte auf ein solches Resultat hier jedoch kaum gerechnet werden, da aus der erwähnten Sénarmont'schen Bestimmung der in der Symmetrieebene liegenden Wärmeleitungsaxen schon für den Gyps hervorgeht, dass sie mit den entsprechenden rechtwinkligen krystallographischen Axen nicht zusammenfallen. Würde man dagegen die Voraussetzung fallen lassen können, dass die Fortleitung der Wärme durch die Massentheile allein bewirkt werde, so dürfte nach dem ähnlichen Verhalten der Axen der optischen Elasticität und der der Wärmeleitung im zweiundeingliedrigen Gyps eher zu erwarten sein, dass die letzteren beim einundeingliedrigen Kupfervitriol sich noch unabhängiger von den rechtwinkligen Krystallaxen erweisen, wie dieses für die ersteren nachgewiesen ist. Es war indessen die Möglichkeit einer solchen Beziehung zu den rechtwinkligen Krystallaxen, wie sie sich im zweiundeingliedrigen Systeme in dem Zusammenfallen einer Axe mit der krystallographischen Symmetrieaxe erhalten hat, hier nicht ausgeschlossen, weil man einmal die Hauptthätigkeit bei der Wärmeleitung wohl unbedingt den Massentheilen zuschreiben kann und weil andererseits gerade dem Kupfervitriol der Charakter eines zweiundeingliedrigen Krystalles nicht ganz abzusprechen ist, da er, auf das rechtwinklige Axensystem bezogen eine zweigliedrige Form besitzt,[2]) deren Flächen auch in Bezug auf die Verwitterung gleiches physikalisches Verhalten zeigen.

1) Pogg. Ann. LXXXIII., LXXXV., Ergb. VI.
2) Pogg. Ann. CXXXIII. p. 381.

Es schien hiernach die Bestimmung der isothermen Oberfläche beim Kupfervitriol und die Feststellung der Lage ihrer Axen unter allen Umständen von Interesse. Auch selbst für den Fall eines negativen Ergebnisses, insofern als sich keine der nächstliegenden Voraussetzungen bestätigen sollte, musste dasselbe von Werth bleiben, da immer die positive Thatsache irgend eines bis dahin für Krystalle des einundeingliedrigen Systemes unbekannten Verhaltens bestehen bliebe.

Zur Erzeugung der isothermen Linien auf den verschiedenen Krystallflächen, also der denselben parallelen Schnittflächen des angenommenen Wärmeleitungs-Ellipsoides hat Sénarmont aus den Krystallen dünne, den verschiedenen Flächen parallele Platten geschnitten, sie durchbohrt und von dem Bohrloche aus erwärmt, nachdem ihre Oberfläche mit einer dünnen Wachsschicht bedeckt war. Die rings um das Bohrloch als Mittelpunkt gebildete, durch die Isotherme von der Schmelztemperatur des Wachses begrenzte Schmelzfläche erwies sich auch nach dem Erkalten als sehr scharf begrenzt und konnte gemessen werden. Die Erwärmung wurde in verschiedener Weise bewirkt; entweder war durch das Bohrloch eine von Wasserdampf durchströmte dünne Metallröhre, ein galvanisch erwärmter Draht, oder ein rechtwinklig gebogener, zugespitzter Draht aus gut leitendem Metalle geführt, den eine seitwärts aufgestellte Flamme erwärmte. Dem letzteren Falle hat Sénarmont wegen der grösseren Einfachheit, wie der leichteren Regelung der Wärmezufuhr den Vorzug gegeben und in dieser Weise seine meisten Versuche ausgeführt. Alle späteren Beobachter haben sich des gleichen Verfahrens bedient und nur bald die zweite, bald die dritte Erwärmungsart vorgezogen. Im Uebrigen ist das Verfahren nur noch insofern der Natur der untersuchten Krystalle entsprechend abgeändert, dass bei wasserhaltigen, leicht verwitternden Krystallen statt der Wachsdecke eine solche aus einer früher schmelzenden Mischung aus Wachs und Fett angewendet ist, die sich sonst dem

Wachse ganz gleich verhält, namentlich ebenso scharfe Isothermen liefert. So nahe liegend eine solche Abänderung erscheint, hat sie Sénarmont doch nicht benutzt und gerade den Kupfervitriol von seinen Beobachtungen ausgeschlossen, weil die Zersetzungstemperatur desselben unter der des schmelzenden Wachses liegt.[1])

So brauchbar das Sénarmont'sche Verfahren im allgemeinen ist, so kann es doch vorkommen, dass sich seiner Anwendbarkeit beträchtliche Schwierigkeiten entgegenstellen. Dieser Fall tritt ein, wenn der zu untersuchende Krystall nicht zerschnitten werden soll, oder wenn sich aus den vorhandenen Stücken nicht die erforderliche Anzahl von Platten herstellen lässt, auch wenn der Krystall nicht die genügende Festigkeit zur sicheren Herstellung der Platten, wie des Bohrloches besitzt und beim Erwärmen leicht springt. Die letztere Eigenschaft macht sich besonders störend geltend, wenn die Isothermen auf einer grossen Zahl von Platten gemessen werden sollen, wie es beim einundeingliedrigen Systeme nöthig ist, um in der Lage der Isothermen zu den Krystallkanten einen Anhalt für die Lage der isothermen Oberfläche zu erhalten.

Zur Vermeidung aller dieser Uebelstände hat deshalb Röntgen[2]) eine Abänderung des Sénarmont'schen Verfahrens in Vorschlag gebracht, welche den Krystall unverletzt lässt. Sie besteht darin, dass die vorher behauchte Krystallfläche mit der Spitze eines stark erwärmten dicken und gut leitenden Drahtes kurze Zeit berührt und dann mit Lykopodium bestreut wird. Nach dem Abklopfen des Krystalles zeigt sich eine von Lykopodium freie, scharf begrenzte elliptische Fläche mit der Aufsatzstelle der Spitze als Mittelpunkt, entsprechend den durch die fortgeleitete Wärme vom Hauche befreiten Theilen der Krystallfläche. Eine grössere Zahl an Quarz angestellter Beobachtungen hat für das Axenverhältniss dieselben Zahlen

1) Pogg. Ann. LXXV. p. 498.
2) Pogg. Ann. CLI. p. 603; CLII. p. 367.

ergeben, welche Sénarmont gefunden hat, so dass dieses neue Verfahren sich in der That zu empfehlen scheint.

Für die beabsichtigte Untersuchung des Kupfervitriols erschien diese Art der Beobachtung besonders vortheilhaft, da sie bei der grossen Zahl der zu untersuchenden Flächen eine der Hauptschwierigkeiten der Untersuchung, die Beschaffung und Herstellung der erforderlichen zahlreichen durchbohrten Platten ebenso wohl, wie die Gefahren bei der Erwärmung derselben beseitigt hätte. Einige wenige gut ausgebildete grosse Krystalle würden genügt haben. Es ist das Verfahren deshalb auf seine Verwendbarkeit in dem vorliegenden Falle geprüft. Mit Rücksicht auf die im Vergleiche mit Quarz geringe absolute Leitungsfähigkeit des Kupfervitriols für Wärme und der deshalb erforderlichen längeren Berührung zwischen Draht und Krystall wurde zur Vermeidung des störenden Einflusses der seitwärts ausgestrahlten Wärme der untere Theil des dicken Kupferdrahtes bis auf die äusserste Spitze mit einer enganschliessenden Holzhülle umgeben. Trotz dieser Vorsicht war das Ergebniss der Versuche kein günstiges. War die Temperatur des Drahtes zu hoch, so wurde der Krystall bis in eine gewisse Tiefe zersetzt und abgeschiedenes Wasser bedeckte die Oberfläche rund um die Berührungsstelle, so dass nach dem Bestreuen mit Lykopodium eine damit gefüllte Ellipse entstand, die aber nicht regelmässig und scharf genug begrenzt war, um sie messen zu können. Bei Anwendung einer niedrigeren Temperatur konnte nach vorhergehendem Behauchen wohl ein staubfreier elliptischer Fleck erhalten werden, er war aber meistens nur klein und auch sonst zu Messungen ungeeignet.

Es scheint hiernach, dass dieses Verfahren mit günstigem Erfolge nur bei wasserfreien und gut leitenden Krystallen anwendbar ist. Jedenfalls habe ich geglaubt auf seine Anwendung bei der Untersuchung des Kupfervitriols verzichten zu müssen und bin zu der Benutzung durchbohrter Platten zurückgekehrt, ungeachtet der dadurch

bedingten mannichfachen experimentellen Schwierigkeiten. Indess ist es mir schliesslich, wenn auch erst nach vielfachen Unterbrechungen, doch gelungen, hinreichendes Beobachtungsmaterial in der erforderlichen Beschaffenheit zu erhalten.

Die benutzten Platten sind in der bekannten Weise hergestellt und durchbohrt. Sie hatten eine Dicke von 1.0 bis 1.5^{mm} und der Durchmesser des Loches betrug 0.35 bis 0.45^{mm}. Es war dafür gesorgt, dass Kanten mit benachbarten Flächen zur Orientirung erhalten blieben. Zur Erwärmung wurde ein rechtwinklig gebogener, 4.5^{mm} starker, allmählich spitz zulaufender Draht benutzt, dessen längeres dickes Ende horizontal gestellt war und durch eine Flamme erhitzt werden konnte. Um die Platte gegen die Strahlung der dickeren Drahttheile zu schützen, wurde das äusserste Ende der aufrecht stehenden Spitze durch die kleine Oeffnung eines Holzbänkchens geführt, das der Krystallplatte gleichzeitig als Stütze diente. Zur Beseitigung auch des Theiles der strahlenden Wärme, der noch durch die Oeffnung des Bänkchens dringen konnte, wurden noch mehrere fein durchbohrte dünne Pappstückchen über die Spitze unter den Krystall gelegt. Durch Vermehrung oder Verminderung ihrer Zahl war gleichzeitig die Möglichkeit gegeben, bei der nicht immer genau gleichen Weite des Loches doch stets eine allseitige Berührung zwischen Spitze und Platte herbeizuführen. Um endlich auch die obere Strahlung der freien Spitze selbst zu verhindern, war ihre Länge so bemessen, dass sie nie mehr als höchstens 1^{mm} über die Oberfläche der Platte hervorragte. Der Draht war von Messing genommen, um eine gute, aber auch nicht zu starke Wärmeleitungsfähigkeit zu haben und so weniger der Gefahr des Zersprengens der Platte durch zu rasche Zuführung von Wärme ausgesetzt zu sein. Aus diesem Grunde wurde ausserdem die Spitze sehr allmählich auf die nöthige Temperatur gebracht, was entweder durch fortschreitendes Verschieben der Flamme nach dem Knie des Drahtes hin, oder durch

Vergrösserung derselben bei unveränderter Stellung erreicht werden kann.

Als Schmelzmasse ist ein bei 52.5° C. schmelzendes Gemisch aus Wachs und Kokosöl benutzt. Dieselbe wurde in dünner Schicht aufgetragen und zur Erzeugung einer für die spätere Beobachtung günstigen mattglänzenden Oberfläche durch vorsichtiges Erwärmen zum Schmelzen gebracht. Diese Masse eignet sich ganz besonders gut, da sie sehr scharfe Isothermen liefert, deren Aussehen im wesentlichen dasselbe ist, wie es Sénarmont für Wachs beschreibt. Die unmittelbare Umgebung des Loches ist in der Regel ganz frei von Fett, dann folgt eine matte elliptische Zone, nach aussen begrenzt durch eine schwache Erhebung, darauf eine geringe Vertiefung und endlich der Hauptwall der zurückgedrängten Masse. Der Rand der matten Zone, also die Linie, an der das zurückweichende Fett sich zur Bildung des ersten Walles erhebt, ist äusserst scharf begrenzt und wurde deshalb zu den Messungen benutzt.

Die Messungen selbst sind mit einer sehr sorgfältig gearbeiteten Meyerstein'schen Theilmaschine ausgeführt, deren Verwendbarkeit für diesen Zweck durch eine genaue Prüfung der Schraube vorher festgestellt war. Von der Höhe des 1.58^{mm} betragenden Schraubenganges konnten an der mit der Schraube verbundenen Trommel von 75^{mm} Durchmesser Hunderttel direct abgelesen werden. Die Krystallplatte lag während der Messung horizontal auf einem kleinen, mit der Theilvorrichtung beweglichen Tischchen und wurde durch die Schraube unter einem senkrecht stehenden Mikroskope von etwa zehnfacher Vergrösserung fortgezogen, dessen einer Faden der Schraubenaxe und der zu messenden Isothermenaxe parallel war, während der andere senkrecht dazu stand. Mit diesem letzteren wurde die Messung ausgeführt.

Zur Bestimmung der Neigung der Isothermenaxen gegen die Kanten der Beobachtungsfläche mit benachbarten

Flächen, wie sie zur schliesslichen Verwerthung der Beobachtungen erforderlich war, wurde in derselben Weise verfahren, wie früher beim Gyps[1]), als es sich darum handelte, den Winkel zwischen der Axe einer Verwitterungsellipse auf der Fläche des Hauptblätterdurchganges und dem faserigen Bruche zu ermitteln.

Beobachtungen haben gemacht werden können an den Flächen:

r, n, m, t, h; z, p, s; w, q, o, k, v.

Die Bezeichnung ist die gleiche, wie die früher (Pogg. Ann. CXXXIII Tafel II) gewählte, und die dort gegebene Zeichnung des Krystalles, wie der Kugel- und Normalenprojection der Flächen ist auch dem Folgenden zu Grunde gelegt. Ausser den genannten Flächen konnte noch eine hier mit *y* bezeichnete Fläche (5 17 3), im Durchschnitte der Zonen *tw* und *hpq*, in den Kreis der Untersuchung gezogen werden, die sich unter den am Kupfervitriol beobachteten Flächen nirgends angegeben findet. An einer beträchtlichen Zahl grosser Krystalle haben sich sowohl ($5\ \bar{17}\ 3$), als auch ($\bar{5}\ 17\ \bar{3}$) sehr gut ausgebildet vorgefunden, und an einem Stücke in solcher Ausdehnung, dass sie für den vorliegenden Zweck verwendet werden konnte.

Für die Axenverhältnisse der beobachteten Isothermen, deren grösster Durchmesser sich bei gleicher Schärfe der Figuren zwischen den Grenzen von etwa 3 bis 7^{mm} bewegte, haben sich die in der folgenden Tabelle enthaltenen Werthe ergeben. In derselben enthält die erste Verticalreihe die Nummer des Krystalles, die zweite die beobachteten Axenverhältnisse und deren Mittelwerthe. Auf den Platten 5. und 7. sind je zwei Isothermen nebeneinander gemessen.

1) Pogg. Ann. CXXXV. p. 8.

I.	*r.*	II.	*n.*	III.	*m.*	IV.	*t.*
2.	1.052	1.	1.116	7^{a}.	1.118	4.	1.127
13.	1.041	27.	1.137	7^{b}.	1.107	26.	1.133
19.	1.058	28.	1.131		1.113	29.	1.137
	1.050		1.128			30.	1.145
							1.135

V.	*h.*	VI.	*y.*	VII.	*w.*	VIII.	*q.*
5^{a}.	1.115	16.	1.109	10.	1.065	15.	1.068
5^{b}.	1.087			12.	1.074		
25.	1.079			21.	1.090		
	1.094			22.	1.096		
					1.081		

IX.	*o.*	X.	*k.*	XI.	*v.*	XII.	*z.*
8.	1.063	14.	1.047	9.	1.035	6.	1.056
17.	1.064	20.	1.032				
	1.063	23.	1.053				
			1.044				

XIII.	*p.*	XIV.	*s.*
3.	1.119	18.	1.113

Es geht aus diesen Zahlen hervor, dass die Figuren sämmtlich nur sehr wenig in die Länge gezogen sind, also bedeutende Unterschiede des Wärmeleitungsvermögens nicht vorliegen. Am grössten ist das Verhältniss auf den Flächen *n* und *t* der Horizontalzone. Diese Zone macht sich anderweitig auch dadurch bemerklich, dass in ihr allein sich eine gewisse Gesetzmässigkeit zwischen der Richtung der Isothermenaxen und den Kanten dieser Zone, also der Axe *C* des rechtwinkligen krystallographischen Axensystemes, angedeutet findet, wie sie für die Flächen der übrigen Zonen in keiner Weise hervortritt. Man sieht, dass die Neigung der grossen Axe gegen die Kanten dieser Zone, gegen welche sie bei der gebräuchlichen (auch Pogg. Ann. CXXXIII Taf. II Fig. 1, gewählten) Stellung des Krystalles auf der vorderen Seite von unten

rechts nach oben links gerichtet ist, nach beiden Seiten um so geringer wird, je mehr sich die Flächen den Flächen *r* nähern, je grösser also ihre Neigung gegen die senkrecht zu *r* liegende krystallographische Axe *B* wird. Die sorgfältigsten Beobachtungen auf *r* selbst haben dann endlich auf dieser Fläche den vollen Parallelismus der grossen Axe mit der Krystallaxe *C* ergeben. Hieraus folgt, dass eine Axe der Wärmeleitung, die in der Folge mit *a* bezeichnet wird, mit der krystallographischen Axe *A* zusammenfällt und dass die beiden anderen *b* und *c* in der Ebene *BC* liegen. Unter Berücksichtigung der Richtung der grossen Axen auf den Flächen der Zone *rmnth* und auf den Flächen der übrigen Zonen ergiebt sich weiter, dass von der in der Ebene *BC* liegenden Axen die grösste *C* und die kleinste *b* sind und dass die letztere *b*, wenig geneigt gegen *B*, zwischen + *B* und + *C* liegt.

Es war somit zunächst überhaupt eine Beziehung zwischen der Wärmeleitung und den rechtwinkligen Krystallaxen gefunden, eigentlich gegen alle Erwartung, solange man an der bis zum zweiundeingliedrigen Systeme vorhandenen Aehnlichkeit zwischen den Erscheinungen der optischen Elasticität und der Wärmeleitung festhalten wollte, denn beim Kupfervitriol fällt keine der optischen Elasticitätsaxen mit einer der rechtwinkligen Krystallaxen zusammen.[1]) Das Ergebniss war aber auch ein anderes, als in dem Falle erwartet werden konnte, dass man allein die Wärmeleitung in den verschiedenen Systemen in Betracht zog und auf den eigenthümlichen halb zweiundeingliedrigen Charakter des Kupfervitriols Gewicht legte, denn dann hätte eine Wärmeleitungsaxe mit der Krystallaxe *B* zusammenfallen müssen, da, mit Rücksicht auf die zweigliedrige Form [151], die letztere die Symmetrieaxe sein würde.

Um möglichenfalls mehr Klarheit in dieses Verhalten des Kupfervitriols zu bringen, musste die nächste Aufgabe

---

1) Pogg. Ann. Ergb. VI.

sein, die Lage der Wärmeleitungsaxen *b* und *c* und die Natur der isothermen Oberfläche festzustellen. Auch unter der Voraussetzung, dass die letztere, wie es wahrscheinlich war, ein dreiaxiges Ellipsoid sei, reichten die vorhandenen Beobachtungen dazu nicht aus, da keine, einer der Axenebenen der Wärmeleitung parallele Fläche am Krystall vorhanden war. Wäre das der Fall gewesen, so hätte unter der Annahme eines Ellipsoides die Lage desselben nach demselben Verfahren ermittelt werden können, von welchem bei der Bestimmung des Verwitterungs-Ellipsoides des Kupfervitriols Gebrauch gemacht ist.[1])

Es blieb daher nur übrig, die erforderliche Fläche, die mit *F* bezeichnet sei, künstlich anzuschleifen und eine ihr parallele Platte herzustellen. Sie musste, da nur die Lage der einen Axenebene *bc* bekannt war, dieser parallel, also senkrecht zu *r* in der Zone *rmnth* liegen. Die Beobachtung auf derselben lieferte dann direct sowohl das Verhältniss der Axen *b* und *c*, wie auch die Neigung dieser Axen gegen die entsprechenden Krystallaxen. Um auch die letztere Bestimmung mit möglichster Sicherheit ausführen zu können, wurde mit besonderer Sorgfalt auf die Wahrung des Parallelismus zwischen der Zonenaxe und den Kanten geachtet, welche *F* mit den benachbarten Flächen *n* und *t* bildet. Aus der Vereinigung der Beobachtungen auf *F* und *r* konnte dann die dritte Axe *a* und somit das Wärmeleitungs-Ellipsoid nach Grösse und Richtung seiner Axen bestimmt werden und man konnte prüfen, ob die Annahme eines Ellipsoides mit den übrigen Beobachtungen vereinbar wäre. Die Messungen haben in drei verschiedenen Fällen, von denen zwei für verschiedene Stellen derselben Platte gelten, ergeben:

Nr. des Krystalles	Neigung c/C	Axen-verhältniss
11	17° 37′	1.167
24ᵃ.	14. 44	1.160
24ᵇ.	17. 1	1.161
Mittel	16° 27′	1.163

1) Pogg. Ann. CXXXIII. p. 387.

Bei der geringen Excentricität der Isothermen kann die Richtung ihrer Axen nicht mit der gleichen Sicherheit ermittelt werden, wie das Verhältniss derselben, auf dessen Werth eine geringe Abweichung von der Richtung nicht merklich einwirkt. Die Uebereinstimmung unter den mit grosser Sorgfalt festgestellten Winkeln muss deshalb als genügend angesehen werden, jedenfalls wird der Mittelwerth der Wahrheit sehr nahe kommen. Ausserdem würde aber auch eine Abweichung von 1 bis 2 Graden, und grösser kann sie kaum sein, bei dem geringen Unterschiede zwischen der Länge der drei Axen den schliesslichen Werth derselben nur unwesentlich beeinflussen.

Aus den Mittelwerthen der Messungen auf r und F ergeben sich die Axen der als Ellipsoid angenommenen isothermen Oberfläche:

$$a : b : c = 0.939 : 0.860 : 1,$$

von denen also die beiden letzteren in der Ebene der Krystallaxen B und C liegen und mit diesen den Winkel $16^0\,27'$ einschliessen, so zwar dass b zwischen $+B$ und $+C$ fällt.

Zur Prüfung der den bisherigen Betrachtungen zu Grunde gelegten Annahme, dass die isotherme Oberfläche ein Ellipsoid sei, sind unter nochmaliger Voraussetzung ihrer Richtigkeit aus den für Richtung und Grösse der Axen erhaltenen Werthen die Axenverhältnisse der Schmelzellipsen für die verschiedenen Flächen berechnet und mit den Beobachtungen verglichen. Die Berechnung ist in derselben Weise ausgeführt, wie in dem entsprechenden Falle bei der Bestimmung des Verwitterungs-Ellipsoides des Kupfervitriols.[1]) In der folgenden Tabelle sind die oben mitgetheilten beobachteten Zahlen mit den berechneten zusammengestellt.

1) Pogg. Ann. CXXXIII. p. 389.

Fläche	Axenverhältniss beobachtet	Axenverhältniss berechnet	Fläche	Axenverhältniss beobachtet	Axenverhältniss berechnet
r	1.050		*w*	1.081	1.062
F	1.163		*q*	1.068	1.093
m	1.113	1.091	*o*	1.063	1.090
n	1.128	1.160	*k*	1.044	1.055
t	1.135	1.149	*v*	1.035	1.053
h	1.094	1.120	*z*	1.056	1.079
y	1.109	1.082	*p*	1.119	1.091
			s	1.113	1.076

Berücksichtigt man bei dem Vergleiche der berechneten Zahlen mit den beobachteten, dass den ersteren die immerhin beschränkte Anzahl von je drei Messungen auf den Flächen *r* und *F* zu Grunde liegt, ferner dass namentlich die Winkelmessungen auf *F* mit einer gewissen Unsicherheit behaftet sind, so kann die Uebereinstimmung befriedigen, und man wird das Vorhandensein eines Wärmeleitungs-Ellipsoides als nachgewiesen und die nähere Bestimmung desselben nach Grösse und Richtung der Axen als durchgeführt ansehen können. Es kann dann auch keinem Zweifel unterliegen, dass die isotherme Oberfläche bei den anderen bisher untersuchten Krystallen der übrigen Systeme ebenfalls ein Ellipsoid ist, wofür der Beweis bisher noch fehlte.

Am Schlusse seiner Abhandlung „über die Molecular-Constanten der monoklinoedrischen Krystalle“ (Pogg. Ann. LXXXVI.) hat Ångström die Winkel zusammengestellt, welche beim Gyps von einer der beiden in der Symmetrieebene desselben liegenden Axen der verschiedenen physikalischen Axensysteme mit dem faserigen Bruche in dem spitzen Winkel zwischen diesem und dem erdigen Bruche gebildet werden. Die betreffenden Angaben, welche theils aus eigenen Beobachtungen, theils aus denen Anderer abgeleitet wurden, sind:

Mittellinie der optischen Axen	14^0
Kleinste Ausdehnung durch die Wärme . . .	12
Grösste Härte, etwa	14
Magnetische Anziehung, etwa	14
Grösstes Leitungsvermögen für Wärme . . .	50
Grösste Elasticitätsaxe in akustischer Hinsicht .	53
Kleinstes Leitungsvermögen für Electricität . .	62

Ångström knüpft an diese Zahlen die Bemerkung, dass die physikalischen Erscheinungen an Krystallen, ähnlich wie hier die Axensysteme, sich wahrscheinlich in zwei Gruppen sondern liessen, von denen die der einen nur von den Eigenschaften des Aethers, die der anderen nur von denen der Massentheile abhingen, so „dass Licht und strahlende Wärme zu den ersteren, die akustischen und thermischen Erscheinungen aber zu den letzteren gehörten."

Für eine derartige Unterscheidung sprechen die obigen Zahlen, und wir werden darin bestärkt, wenn wir in den Kreis der Betrachtung auch noch das rechtwinklige krystallographische und das mit diesem zusammenfallende Axensystem der Verwitterung ziehen, von deren beiden in der Symmetrieebene liegenden Axen die eine gegen den faserigen Bruch, ebenfalls in dem spitzen Winkel zwischen diesem und dem erdigen Bruche, unter dem kleinen Winkel von 16.5^0 geneigt ist. Dieser Winkel muss mit den entsprechenden von 12^0 und 14^0 ohne Frage in die gleiche Klasse gerechnet werden. Dann leidet aber die erwähnte Gruppirung an einem inneren Widerspruche, der ohnedies schon an den obigen Zahlen hätte hervortreten müssen, da die doch sehr wahrscheinlich allein vom Aether abhängenden gewöhnlichen Lichterscheinungen mit den ebenso wahrscheinlich nur durch die Körpertheile bedingten Erscheinungen der Krystallform, der Härte, der Ausdehnung durch die Wärme und der Verwitterung sich in einer Gruppe vereinigt finden. Dem Unterschiede der Winkel bei den letztgenannten Erscheinungen dürfen wir

kein Gewicht beilegen, denn wir sind wohl zu der Annahme berechtigt, dass sie sämmtlich in Wirklichkeit 16.5° betragen und dass die Abweichung von zweien nur eine Folge von Beobachtungsfehlern ist. Wenigstens kann dieses für die Ausdehnung durch die Wärme wohl kaum bezweifelt werden, da der betreffende Winkel aus den kleinen Aenderungen abgeleitet ist, welche die Neigung der Krystallflächen durch Erwärmung erfahren hat.

Die hervorgehobene Schwierigkeit würde fortfallen, wenn man die Erscheinungen in drei Gruppen vertheilte, nämlich in solche, die abhängen

1) nur von den Massentheilen,

2) nur vom Lichtäther,

3) von den Massentheilen und gleichzeitig vom Lichtäther.

Diese dritte Gruppe würde in durchaus keinem Widerspruche mit unseren sonstigen Erfahrungen stehen, da wir längst genöthigt gewesen sind, zur Erklärung einzelner optischer Erscheinungen, wie der Fluorescenz, der Phosphorescenz, der Dispersion und der Metallreflexion ausser dem Aether auch den Massentheilen einen Einfluss auf diese Erscheinungen zuzuschreiben. Es lassen sich daher umgekehrt auch Fälle denken, in denen die Betrachtung der Massentheile allein zur Erklärung einer Erscheinung nicht genügt und die Mitwirkung des Aethers angenommen werden muss.

In die erste Gruppe würden wir hiernach die Erscheinungen der Krystallform, der Härte, der Ausdehnung durch die Wärme und der Verwitterung zu rechnen haben, in die zweite die gewöhnlichen Erscheinungen der Lichtbewegung in vollkommen durchsichtigen Krystallen und die dritte könnte zunächst die der Wärmeleitung aufnehmen, indem es den Ergebnissen weiterer Versuche vorbehalten bliebe, wo die electrischen, magnetischen und akustischen Erscheinungen unterzubringen wären und wie eine etwaige Abweichung in den Werthen der betreffenden Winkel erklärt werden müsste. Bei den gewöhnlichen

Lichterscheinungen hat die Annahme, dass die schwachen Lichtwellen durch den Aether allein fortgepflanzt werden, kaum etwas Unwahrscheinliches und sie bildet ja auch längst einen Hauptsatz der Lehre vom Lichte; ebenso wenig dürfte die Annahme Bedenken erregen, dass an den heftigen Bewegungen der Wärme, durch welche die Massentheile in starke Schwingungen versetzt werden, die eingeschlossenen und verdichteten Aethermassen Theil nehmen und auch auf die Art derselben von Einfluss sein können.

Wenn die Erscheinungen der Lichtbrechung die Annahme bedingen, dass der Aether in den Körpern verdichtet enthalten sei, so muss der Grund dafür in der Einwirkung der Massentheile gesucht werden. Die Anordnung derselben wird dann auch von Einfluss auf die Art der Vertheilung des Aethers sein. Sieht man weiter keine Schwierigkeit darin, im regulären, viergliedrigen, zweiundzweigliedrigen und im sechsgliedrigen Systeme diese Vertheilung in Uebereinstimmung mit der der Massentheile anzunehmen, so dass hier die in der ersten und zweiten Gruppe vereinigten Erscheinungen sich auf das gleiche rechtwinklige Axensystem beziehen, so muss man die Möglichkeit zulassen, dass in den beiden übrigen Systemen mit nur theilweiser, bezw. ganz fehlender Symmetrie die Vertheilung des Aethers eine andere sein kann, dass sie sich zwar nach wie vor, ebenso wie die Anordnung der Massentheile auf ein rechtwinkliges Axensystem, wie dieses die Erfahrung lehrt, bezieht, dass dasselbe aber nicht mehr mit dem krystallographischen zusammenfällt.

Eine Aenderung des gegenseitigen Abstandes der Theile im Molecüle, wie sie eine Veränderung des Wärmezustandes bedingt, müsste im allgemeinen eine andere Vertheilung des Aethers in demselben und eine Drehung des Aetheraxensystemes zur Folge haben.

Die Beweglichkeit der optischen Elasticitätsaxen in der Ebene der optischen Axen mit der Temperatur bei

Krystallen des zweiundeingliedrigen[1]) und des einundeingliedrigen[2]) Systemes ist bekannt und deshalb die Uebereinstimmung des betreffenden Winkels von 14° in der Ångström'schen Zusammenstellung mit dem für die kleinste Ausdehnung durch die Wärme beim Gyps nur als zufällig zu bezeichnen und wird allgemein auch so aufgefasst. Das thermische Axensystem für die Ausdehnung durch die Wärme, welches mit den Krystallaxen gleichbedeutend ist, hat seiner Natur nach eine feste, von der Temperatur unabhängige Lage und deshalb können beide Erscheinungen von einander getrennt werden.

Sobald man in Uebereinstimmung mit der Erfahrung das Aetheraxensystem als mit der Temperatur veränderlich zulassen will, muss man ebenso ein mit der Temperatur veränderliches Axensystem für diejenigen Erscheinungen annehmen, auf deren Entstehung man Aether und Massentheile zusammen von Einfluss annimmt. Für eine bestimmte Temperatur muss dasselbe im Allgemeinen eine von dem rechtwinkligen Krystallaxensysteme und dem Systeme der Aetheraxen verschiedene Lage haben. Aendert sich dann die Lage des letzteren, so muss beim Festbleiben des ersteren die des resultirenden Systemes sich ändern. Dieser Fall ist beobachtet beim Gyps, für den Ångström nachgewiesen hat,[3]) dass die Wärmeleitungs-Ellipse in der Symmetrieebene bei verschiedenen Schmelztemperaturen jedesmal eine andere Lage hat. Der Winkel der grossen Axe mit dem faserigen Blätterdurchgange ist bei den Temperaturen:

$$0^\circ = 46^\circ$$
$$68^\circ = 49^\circ$$

bei der Zersetzung des Gypses = 55°.

Dass die mit der Temperatur veränderlichen Axensysteme, also die, welche unter dem Einflusse des Aethers

1) F. Neumann, Pogg. Ann. XXXV. p. 89 u. 93. Gyps.
2) Pogg. Ann. Ergb. VI. p. 57.
3) Pogg. Ann. LXXXVI.

stehend angenommen sind, im zweiundeingliedrigen Systeme nur eine beschränkte, im einundeingliedrigen Systeme dagegen, wenn wir das optische Verhalten des in dieser Richtung bis jetzt allein untersuchten Kupfervitriols in Betracht ziehen und vorläufig noch von dessen eigenthümlichem Verhalten bei der Wärmeleitung absehen, gar keine Beziehung zu dem für die Massentheile noch vorhandenen rechtwinkligen Krystallsysteme haben, ist mit dem Bestehen der letzteren sehr wohl vereinbar. Mögen die Massentheile in sich noch so unregelmässig gestaltet sein, so treten sie nach aussen bei ihrer gegenseitigen Einwirkung doch als Ganzes auf und lassen sich bei ihrer Anordnung zu einem Krystalle auf ein rechtwinkliges Axensystem beziehen, ohne dass dadurch ausgeschlossen ist, dass durch ihre Form bei ihrer Aneinanderlagerung die Bildung von gewissen, für diese Systeme charakteristischen Flächen bevorzugt wird, die den Formen ein theilweise, bezüglich vollständg unsymmetrisches Ansehen geben. Die Aethermassen aber, die doch wohl wesentlich mit in den Molecülen liegen, werden für ihre Wirkung nach aussen, für die Bildung des Aetherkrystalles, je nach der Form des Molecüles und der Vertheilung der zusammensetzenden Theile in demselben angeordnet sein, ihre rechtwinkligen Axen also im allgemeinen bei jeder Krystallform dieses Systemes eine andere Lage zu dem jedesmaligen rechtwinkligen Krystallaxensysteme haben. Man könnte in diesem gegenseitigen Verhältnisse gewissermaassen einen Ausdruck für die Anordnung der einzelnen Theile eines Molecüles in demselben sehen.

Dass durch zufällige Verhältnisse für eine gewisse Temperatur in diesen beiden Krystallsystemen ein Zusammenfallen der beiden betrachteten Axensysteme noch möglich ist, wie wir beim Gyps für eine mittlere Temperatur der Umgebung die optischen Elasticitätsaxen in der Symmetrieebene nahe zusammenfallend mit den in derselben liegenden Krystallaxen finden, würde der Allgemeinheit obiger Vorstellungen keinen Abbruch thun. Die

Möglichkeit eines solchen Verhaltens lässt sich für den Kupfervitriol ebenfalls nicht bestreiten, da vermuthlich die Axen der Wärmeleitung ihre Lage mit der Temperatur ebenso ändern werden, wie dies für die in der Ebene der optischen Axen liegenden Elasticitätsaxen nachgewiesen ist. Nur liegt der Fall hier eigenthümlicher und die Verhältnisse sind viel allgemeiner, da keine der optischen Elasticitätsaxen mit einer Krystallaxe zusammenfällt. Genauere und für grössere Temperaturunterschiede geltende Beobachtungen müssen hier entscheiden und namentlich festzustellen suchen, ob in solchem Falle, wie es erforderlich wäre, auch eine Drehung der zur Ebene der optischen Axen senkrechten Axe möglich ist. Ebenso müsste weiteren Beobachtungen vorbehalten bleiben, wie sich die Lage des Systemes der Wärmeleitungsaxen bei höherer Temperatur gestaltet.

Proskau, im März 1877.

IX. *Bemerkungen über die Polarisation des Regenbogens; von E. Lommel.*

(Von dem Hrn. Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsberichten der phys.-med. Societät zu Erlangen. Sitzung vom 19. Febr. 1877.)

In einer interessanten Mittheilung über das galvanische Verhalten des Goldes (Pogg. Ann. CLIX. p. 493) hat Hr. Schiel auch die Polarisation des Regenbogens zur Sprache gebracht, in der Meinung, wie es scheint, dass es sich um eine neue Entdeckung handle. Diese Erscheinung ist aber schon längst bekannt; die erste Mittheilung darüber machte Biot der Pariser Akademie am 11. März 1811, und Brewster beobachtete sie im Jahre 1813.

Unabhängig von beiden entdeckte Goethe[1]) die Polarisation des Regenbogens gelegentlich seiner Studien über die entoptischen Farben. Die Anschauung, welche er sich über die Natur des polarisirten Lichtes gebildet hatte, führte ihn zu der Vermuthung, dass in dem dunkeln Zwischenraum zwischen den beiden Bogen „ein in gewissem Sinne obliquirtes Licht bewirkt werde;“ er war jedoch, als er den entoptischen Apparat gegen diese Stelle richtete, „nicht so glücklich, zu einem entschiedenen Resultate zu gelangen.“ Er fährt alsdann fort: „So viel konnten wir bemerken, dass, wenn der Regenbogen selbst durch unseren entoptischen Cubus durchfiel, das weisse Kreuz erschien, und er sich also als directer Widerschein erwies.“ Diese Beobachtung muss vor dem 20. Juli 1820 gemacht sein, von welchem Tage die dem betr. Abschnitt der Farbenlehre vorausgeschickte „Ansprache“ datirt ist. Arago[2]) erblickt in der Polarisation des Regenbogens einen Beweis von der Richtigkeit der Descartes'schen Theorie; denn vermöge dieser werde das Licht in den Regentropfen unter Winkeln reflectirt, die von denen, unter welchen Wasser dasselbe vollständig polarisirt, wenig abweichen. Auf Grundlage der Fresnel'schen Reflexionstheorie ist es leicht, das Polarisationsverhältniss der „wirksamen“ Strahlen zu berechnen. In Billet's Traité d'Optique physique (Tome I. §. 260) ist diese Rechnung durchgeführt. Bezeichnet man nämlich:

$$\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} \text{ mit } \alpha, \qquad \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)} \text{ mit } \beta,$$

so sind im ersten Regenbogen:

$$A = \tfrac{1}{2}(1-\alpha)^2\alpha \quad \text{und} \quad B = \tfrac{1}{2}(1-\beta)^2\beta$$

die Ausdrücke für die Intensitäten des senkrecht und des parallel zur Einfallsebene schwingenden Lichts, für den zweiten Regenbogen dagegen hat man:

1) Zur Farbenlehre; Entoptische Farben, XXXI.

2) Ann. d. Ch. XXXIX. p. 430. — Pogg. Ann. XV. p. 537.

$$A' = \tfrac{1}{2}(1-\alpha)^2\alpha^2 \quad \text{und} \quad B' = \tfrac{1}{2}(1-\beta)^2\beta^2;$$

die Quotienten:

$$\frac{A-B}{A+B} \quad \text{und} \quad \frac{A'-B'}{A'+B'}$$

geben alsdann, wenn man statt i und r die bekannten Werthe in sie einführt, das Verhältniss des polarisirten Antheils zur gesammten Lichtmenge an. Für den ersten Regenbogen findet man 0.924, also fast vollständige Polarisation, für den zweiten 0.808, wenn $n = \frac{4}{3}$ angenommen wird.

Nach dieser Erinnerung an Längstbekanntes, welche mir nicht überflüssig zu sein scheint, erlaube ich mir noch auf einige Beziehungen hinzuweisen, welche ich noch nirgends erwähnt gefunden habe. Für den ersten Regenbogen gilt nämlich der bemerkenswerthe Satz:

Die Descartes'sche Incidenz ist diejenige, bei welcher für jede Substanz und jede Farbe, nach Fresnel's Reflexionstheorie, $\frac{1}{9}$ des zur Einfallsebene senkrecht schwingenden Lichtes reflectirt wird.

Denn die Gleichung:

$$\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} = \frac{1}{3}$$

ist mit Rücksicht auf das Brechungsgesetz $\sin i = n \sin r$ identisch mit der Gleichung:

$$2\cos i = n\cos r,$$

welche für den ersten Regenbogen die Richtung der wirksamen Strahlen bestimmt.

Für das in der Einfallsebene schwingende Licht dagegen hat man:

$$\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)} = \frac{n^2-2}{n^2+2}.$$

Für eine Substanz, deren Brechungsverhältniss $n = \sqrt{2}$ wäre, würde dieser Ausdruck verschwinden, und demnach

die Polarisation des ersten Regenbogens eine vollständige sein.

Für die Bogen höherer ($m$ter) Ordnung gelten in ähnlicher Weise die Gleichungen:

$$\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} = \frac{m}{m+2} \quad \text{und} \quad \frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)} = \frac{n^2-m-1}{n^2+m+1}.$$

Für jeden derselben lässt sich daher ein dem obigen analoger Satz aussprechen. —

Bei sämmtlichen Bogen besitzen die wirksamen Strahlen das Maximum der Polarisation; in den anderen Ablenkungsrichtungen kommen nämlich immer zwei Strahlen zusammen, deren Polarisation zusammengenommen geringer ist als diejenige des wirksamen Strahls.

Bei einem Prisma entspricht dem Minimum der Ablenkung auch das Minimum der Polarisation. Das Licht der Halo's, welche durch Brechung in Eisprismen entstanden sind, zeigt sich daher nur schwach polarisirt; nach Billet's Rechnung (a. a. O.) beträgt das Verhältniss des polarisirten Lichtes zur Gesammtlichtmenge bei dem Halo von 22° nur 0.0365, bei demjenigen von 46° aber 0.162. Während beim Regenbogen die Polarisationsebene radial gerichtet ist, hat sie bei den Halo's die tangentiale Lage, was durch Beobachtungen von Brewster[1]) und Bravais[2]) bestätigt worden ist.

X. *Zur Geschichte der Erfindung des Aräometers; von E. Gerland.*

Das älteste Aräometer ist das mit constantem Gewichte und gleichförmiger Scala. Man hat, wohl auf Musschen-

1) Sillim. J. (2) X. 499.
2) Inst. Nr. 852. p. 140.

broek's Autorität hin, lange Zeit seine Erfindung der unglücklichen Hypatia zugeschrieben, die 415 n. Chr. von den Christen in Alexandria getödtet wurde. Die Stelle bei Musschenbroek lautet: „Hygrometrum[1]) sub fine quarti seculi dicitur inventum a Hypatia, Theonis filia, ut ex Sinesii Cyrenaici Epistola XV colligitur.“ Dieser Brief aber, welchen Synesius, Bischof von Ptolemais, an seine Lehrerin Hypatia schrieb, führt so wenig auf die Behauptung Musschenbroek's, dass vielmehr die gerade entgegengesetzte daraus zu entnehmen ist. Dieses ist sein Wortlaut: *„Οὕτω[2]) πάνυ πέπραγα πονήρως, ὥστε ὑδροσκοπίου μοι δεῖ· ἐπίταξον αὐτὸ χαλκευθῆναί τε καὶ συνωνηθῆναι. Σωλήν ἐστι κυλινδρικὸς, αὐλοῦ καὶ σχῆμα καὶ μέγεθος ἔχων· οὗτος ἐπί τινος εὐθείας δέχεται τὰς κατατομὰς, αἷς τῶν ὑδάτων τὴν ῥοπὴν ἐξετάζομεν. Ἐπιπωματίζει γὰρ αὐτὸν ἐκ θατέρου κῶνος κατὰ θέσιν ἴσην ἐγκείμενος, ὡς εἶναι κοινὴν βάσιν ἀμφοῖν τοῦ κώνου τε καὶ τοῦ σωλῆνος. Αὐτὸ δὴ τοῦτό ἐστι τὸ Βαρύλλιον. Ὅταν οὖν εἰς ὕδωρ καθῇς τὸν αὐλὸν, ὀρθὸς ἐστήξει καὶ παρέξει σοι τὰς κατατομὰς ἀριθμεῖν· αἱ δὲ τῆς ῥοπῆς εἰσι γνωρίσματα.“* Petav, der 1640 die Schriften des Synesius herausgab, wollte dies auf den Chorobates des Vitruv, eine Nivellirwage deuten, obwohl Constantin bereits 70 Jahre vorher die Stelle richtig verstanden hatte. Fermat aber erklärte kurz nach dem Erscheinen von Petav's Ausgabe das Hydroskopium für das Aräometer und überzeugte auch Petav leicht von der Richtigkeit seiner Ansicht. Es kann in der That keinen Augenblick zweifelhaft sein, dass Synesius das Aräometer meint und wir werden später zu untersuchen haben, ob diese Beschreibung die älteste des Instrumentes ist, die uns das Alterthum überliefert hat. Musschenbroek aber und die, welche mit ihm die Hy-

---

1) Musschenbroek, Introductio ad philosophiam naturalem, Lugd. Bat. MDCCLVII. p. 522.

2) Joh. Christ. Wolfius, Mulierum Graecarum Fragmenta et Elogia. Göttingen MDCCXXXIX. p. 74, cf. Beckmann, Beyträge zur Geschichte der Erfindungen. Leipzig 1795. IV. p. 249 ff.

patia für die Erfinderin des Aräometers halten, müssen den 15. Brief des Synesius gar nicht gelesen haben, sonst hätten sie diese Ansicht nicht aufstellen können.

In neuerer Zeit hat man wohl einstimmig Archimedes für den Erfinder des Aräometers erklärt. Muncke[1]) hält es für ausgemacht, „dass Archimedes ein gut construirtes Aräometer von Blech mit einer in Grade getheilten Scala erfand oder mindestens gebrauchte.“ Poggendorff sagt im biographisch-literarischen Handwörterbuch[2]) unter Hypatia, dass die Erfindung der Senkwage dem Archimedes angehöre, und im Handwörterbuch der Chemie:[3]) „Gewöhnlich wird Hypatia ... als die Erfinderin derselben (Aräometer von bestimmtem Gewicht mit gleichförmiger Scala) genannt; es ist indessen erwiesen, dass schon Archimedes ... dieselben gebraucht hat.“ Marbach[4]) schliesst sich der Ansicht Muncke's an, Dove[5]) sagt noch bestimmter: Die Aräometer „sind in ihrer Form fast genau noch der Beschreibung entsprechend, welche sie nach Rhemnius Fannius Palaemon (de Ponderibus et Mensuris) von Archimedes erhalten.“ Diese übereinstimmende Ansicht gründet sich, wie die Citate ergeben, auf eine Arbeit Salverte's,[6]) die unter dem Titel: Wer hat das Aräometer erfunden? in Gilbert's Annalen aus den Annales de Chimie hinübergenommen ist. Darin wird aus Vers 104 bis 121 des erwähnten Gedichtes von Rhemnius Fannius, der unter Tiber, Caligula und Claudius gelebt habe, zu beweisen gesucht, dass das Aräometer bereits 300 Jahre vor Hypatia bekannt gewesen sei, da die angeführte Stelle

1) Gehler's physikalisches Wörterbuch. I. p. 350.

2) Poggendorff, biographisch-literarisches Handwörterbuch. I. p. 1166.

3) Handwörterbuch der reinen und angewandten Chemie, begr. von Liebig, Poggendorff und Wöhler, 2. Aufl. red. von Fehling. II. p. 174.

4) Marbach, physikalisches Lexikon. 2. Aufl. 1850. I. p. 278.

5) Dove, Maass und Messen. 2. Aufl. p. 160.

6) Ann. d. Ch. An 6. XXVII. p. 113. Gilbert's Annalen. VI. p. 125. 1800.

eine mit grosser Genauigkeit ausgeführte Beschreibung desselben enthält. „Es ist daher[1],“ fährt Salverte dann fort, „nicht wohl zu begreifen, wie Synesius, Zeitgenosse und Freund dieser Griechin, ihr die Erfindung habe zuschreiben können. Aber noch mehr, drei Zeilen nach jener Beschreibung fährt Rhemnius Fannius fort:

Nunc aliud partum ingenio trademus eodem,

und nun erzählt er die Art, wie Archimed die Menge des Goldes in König Hiero's Krone durch eine hydrostatische Probe fand. Das Aräometer scheint also eine der vielen Erfindungen Archimed's zu sein.“

Diese Hypothese Salverte's tritt uns dann bald genug als Thatsache entgegen und doch lässt sie eine genaue Betrachtung des erwähnten Gedichtes ganz und gar nicht haltbar erscheinen. Die dem angeführten vorhergehenden 123 Verse enthalten die genaue Beschreibung der römischen Gewichte, der Flüssigkeitsmaasse und des Aräometers in drei Abschnitten, die in Wernsdorf's[2]) Ausgabe mit besonderen Ueberschriften haben versehen werden können, ebenso der vierte Abschnitt, der mit dem citirten Verse beginnt. In diesen Versen wird aber weder Archimedes noch irgend eine andere Person genannt. Dies hätte aber doch mit ersterem der Fall sein müssen, wenn die von Salverte beliebte Deutung des ingenio eodem auf den berühmten Erfinder annehmbar sein sollte. Statt dessen wird desselben zuerst im Vers 127 ohne Nennung seines Namens als Syracosius magister Erwähnung gethan. Sprachlich sowohl, als auch dem Sinne nach ist es mithin ganz unstatthaft, ingenio eodem persönlich nehmen zu wollen, es ist vielmehr generell aufzufassen und würde etwa mit „geistige Bestrebungen“ zu übersetzen sein. Aus dieser Stelle folgt also durchaus nicht, dass Archimedes das Aräometer erfunden hat. Da er nun in seinen Schriften

1) a. a. O. p. 127.

2) Wernsdorf, Poetae latini minores, Altenburg 1786.

den Apparat ganz und gar nicht erwähnt, da ferner keiner der Schriftsteller des Alterthums ihn als Erfinder nennt, da endlich das Aräometer unmöglich vor seinen Arbeiten erfunden sein kann, so wird man annehmen müssen, dass dasselbe eine spätere Erfindung ist.

Ist nun das Gedicht de Ponderibus et Mensuris wirklich von Rhemnius Fannius, so muss das Aräometer zu dessen Lebzeiten, also spätestens zur Zeit des Kaisers Nero, in welche Bähr[1]) den Rhemnius setzt, bekannt gewesen sein. Nun ist es aber keineswegs ausgemacht, ob das Gedicht diesen Grammatiker zum Verfasser hat. Die Codices[2]) geben dasselbe entweder ohne Angabe des Dichters oder schreiben es dem Grammatiker Priscianus zu, welcher von 468 bis 562 oder 575[3]) in Constantinopel lebte und dessen Gedichten es sich meist angefügt findet; in einem findet sich das Gedicht dem Priscian zugeschrieben mit dem Zusatz: ex opere Rufini vel Faviniani und anstatt Faviniani hat ein anderer Favini. Zwei Codices schreiben das Gedicht dem Remus Favinus zu. Die venetianischen Ausgaben des 15. Jahrhunderts nennen keinen Verfasser, die erste Leipziger Ausgabe von 1494 den Remus Favinus und erst die zweite Leipziger Ausgabe von 1515 den oben genannten Rhemnius Fannius Palaemon. Dieser ist mithin keineswegs gut beglaubigt und Wernsdorf hat — über seine Gründe ist seine Arbeit nachzusehen — bereits 1786 zu zeigen gesucht, wie der Name erst spät dem Gedichte zugefügt ist. Die Thatsache, die Salverte für Rhemnius Urheberschaft des Gedichtes anführt, dass die Eleganz und Richtigkeit namentlich von Vers 2—5 und 98—101 des Gedichtes einen Verfasser

1) Bähr, Geschichte der römischen Literatur. 3. Aufl. I. Carlsruhe 1844.

2) Endlicher, Prisciani Grammatici de Laude imperatoris Anastasii et de Ponderibus et Mensuris Carmina. Vindobonae 1828. p. XVI.

3) Bähr a. a. O.

4) Wernsdorf a. a. O. p. 237.

aus der Zeit der guten Latinität verrathe und alle Zweifel über die Echtheit des Gedichtes hebe, wird durch andere sicher von Priscian herrührende Gedichte, namentlich seine Periegesis und sein Lobgedicht auf den Kaiser Anastasius ihrer Beweiskraft beraubt[1]) und wollte man auch mit Endlicher die Möglichkeit zugeben, dass wie die Periegesis einem Werke des Dionysius, so das Gedicht de Ponderibus et Mensuris einem älteren des Rhemnius Fannius nachgebildet ist, so würde dadurch Salverte's Beweis, der sich ja gerade auf die nach dieser Annahme dem Priscian angehörige Form stützt, durchaus nicht gekräftigt, und dass diese Annahme wenig begründet ist, haben wir gesehen. Die neueren Herausgeber des Gedichtes (Endlicher 1828, Orelli 1833, G. E. Weber 1835, H. Meyer)[2]) haben es denn auch alle dem Priscian zugeschrieben.

Es ist nun aber, was Beckmann[3]) zuerst hervorgehoben und ausgeführt, möglich, auch auf andere Art über die Frage nach dem Verfasser jenes Gedichtes zu entscheiden und gleichzeitig das Alter des Aräometers so genau, wie dies überhaupt gehen möchte, zu bestimmen. Ist nämlich das Gedicht de Ponderibus et Mensuris von Rhemnius verfasst, das Aräometer also in der Mitte des 1. Jahrhunderts bereits bekannt gewesen, so wird man erwarten dürfen, es bei Schriftstellern des 2. und 3. Jahrhunderts und namentlich bei denen, die auf die Frage des specifischen Gewichtes der Flüssigkeiten eingehen, wenigstens erwähnt zu finden. Dies ist indessen nicht der Fall. So sagt Seneca:[4]) „Quamcunque vis re mexpende et contra aquam statue, dummodo utriusque par sit modus: si aqua gravior est leviorem rem, quam ipsa est, feret, et tanto

1) Bähr a. a. O. I. p. 293.

2) Engelmann, Bibliotheca scriptorum classicorum et graecorum et latinorum, 7. Aufl. 1858. p. 594.

3) Beckmann, Beyträge zur Geschichte der Erfindungen. Leipzig 1795. IV. p. 265.

4) Senecae Philos. Nat. Quaest. Lib. III. C. 25. Opera ad opt. ed. coll. Stud. Soc. Bipontinae III. p. 250.

supra se extollet, quanto erit levior: graviora descendent. At si aquae et ejus rei quam contra pensabis par pondus erit; nec pessum ibit, nec exstabit, sed aequabitur aquae: et natabit quidem sed paene mersa, ac nulla eminens parte. Hoc est cur quaedam tigna supra aquam, paene tota efferantur: quaedam ad medium submersa sint, quaedam ad aequilibrium aeque descendant.“ Man wird wohl behaupten dürfen, dass Seneca hier das Aräometer gewiss angeführt hätte, wenn er es gekannt hätte, und ebenso, dass er es gekannt hätte, wenn sein Zeitgenosse Rhemnius es bereits so ausführlich beschreiben konnte. Das letztere gilt auch von Plinius[1]) dem Aelteren, dessen Worte: „Quidam statera judicant de salubritate frustrante diligentia, quando perrarum est, ut levior sit aliqua.“ Zu dem hier verurtheilten Zwecke benutzt Synesius bereits die Senkwage, Plinius hätte sich wohl weniger geringschätzig ausgedrückt, hätte er sie gekannt. Ja, es liegt dadurch die Vermuthung nahe, dass das Bedürfniss über die Heilsamkeit des Wassers zu urtheilen zur Erfindung des Aräometers führte. Vor das 3. Jahrhundert kann man diese aber doch nicht setzen, da Galen,[2]) der um 200 n. Chr. starb, das Instrument noch nicht kennt. Derselbe gibt als ein neu erfundenes Mittel die Güte einer Salzlauge zu prüfen an, ein Ei hineinzuwerfen und zu sehen, ob dasselbe schwimmt: „*ἀλλὰ καὶ μέτρον ἤδη τι πεποίηνται τοῦ τὴν ἅλμην εὔκρατον ὑπάρχειν εἰς τὰς ταριχείας, εἰ φαίνοιτο κατ᾽ αὐτὴν ἐπιπλέον ὠόν, ὡς ἔτι γε καταφερομένου καὶ μήπω περὶ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ἅλμης ἐννηχομένου μᾶλλον ὑδατώδης ἐστὶ καὶ γλυκεῖα.*“ Nahe genug war man damit der Erfindung des Aräometers.

Aus allen diesen Gründen ist demnach die Beschreibung des Synesius als die älteste des Aräometers, welche

1) Plini Secundi nat. hist. Libri 37. Rec. Sillig. Lib. 31. C. 23. IV. p. 437.

2) *Γαλήνου περὶ κράσεως καὶ δυνάμεως τῶν ἁπλῶν φαρμάκων.* Bibl. Δ. Opera omnia. Ed. Kühn. Vol. XI. p. 691.

uns überliefert ist, anzusehen und es wird also die Zeit seiner Erfindung nicht früher, als in das 3. oder 4. Jahrhundert zu setzen sein. Die Ausführlichkeit, mit der Synesius der gelehrten Hypatia den Apparat zu beschreiben für nöthig findet, scheint dafür zu sprechen, dass damals der Apparat noch nicht sehr bekannt war und dürfte man mit grösserer Wahrscheinlichkeit somit annehmen, dass er aus dem 4. Jahrhundert n. Chr. stammt. Dass er zuerst als in der Heilkunde gebräuchlicher Apparat zur Bestimmung der Güte des Trinkwassers diente, wozu man ihn nach Desaguiliers[1]) Zeugniss noch bis in das 18. Jahrhundert benutzte, möchte für unsere oben geäusserte Ansicht sprechen.

Somit gelangen wir zu dem Resultate: die verbreitete Ansicht, dass Archimedes das Aräometer erfunden habe, ist durch nichts beglaubigt; wahrscheinlich ist es im 4. Jahrhundert n. Chr. und zwar zunächst zu medicinischen Zwecken zuerst construirt.

Cassel, im März 1877.

XI. *Die Bedeutung der Rhomboëder- und Prismenflächen am Quarz; von H. Baumhauer.*

Bekanntlich gibt es zweierlei Quarzkrystalle[2]):

1) rechte; diese zeigen vornehmlich $+R$, $-R$ und ∞R, ferner $\frac{2P2}{4}$ nur rechts von $+R$, positive Trapezoëder unter $+R$ nur rechts, daneben seltener und untergeordnet negative Trapezoëder unter $-R$, diese aber nur links;

---

1) Desaguiliers. A course of Experimental Philosophy, in der holländischen Uebersetzung: De Natuurkunde uit ondervindingen opgemaakt. Amsterdam MDCCXXXVI. 2. Deel. p. 225.

2) S. P. Groth, physikalische Krystallographie. p. 300.

2) linke; diese zeigen namentlich $+R$, $-R$ und ∞R, ferner $\frac{2P2}{4}$ nur links von $+R$, positive Trapezoëder unter $+R$ nur links, daneben seltener und untergeordnet negative Trapezoëder unter $-R$, diese aber nur rechts.

Da nun beim Quarz die Rhomboëderflächen $+R$ und $-R$ als Grenzgestalten von Trapezoëdern (für m und $n=1$) zu betrachten sind, so liegt es nach Obigem nahe,

1) bei rechten Krystallen $+R$ als rechtes positives und $-R$ als linkes negatives Grenztrapezoëder und
2) bei linken Krystallen $+R$ als linkes positives und $-R$ als rechtes negatives Grenztrapezoëder anzusehen.

Hiermit stimmen auf's schönste die von mir durch vorsichtiges Aetzen[1]) mit geschmolzenem Kalihydrat auf den genannten Flächen des Quarzes erhaltenen Eindrücke überein. Dieselben sind nämlich, wie es der Natur trapezoëdrischer Flächen entspricht, nach rechts und links, sowie nach oben und unten unsymmetrisch gestaltet und nicht nur auf $+R$ und $-R$ eines und desselben Krystalles verschieden, sondern sie haben auch bei rechten und linken Individuen eine entgegengesetzte Lage.

Wie die Figuren 4 Tafel I zeigen, liegen die Vertiefungen auf $-R$ (in den Figuren r) ihrer grössten Ausdehnung nach ungefähr in der Richtung der Kante $-R:\infty R$; bei den rechten Krystallen ist jedoch die kürzeste Seite der dreiseitigen Eindrücke oben nach links und unten nach rechts, bei den linken Krystallen umgekehrt

1) Die Krystalle werden im Platintiegel kurze Zeit der Einwirkung von geschmolzenem Aetzkali ausgesetzt. Man muss indess sehr vorsichtig dabei sein, um eine zu weitgehende Aetzung zu verhüten. Auch ist es nothwendig, den Tiegel zu bedecken, da die Krystalle leicht zerspringen und dann geschmolzenes Kali herausschleudern können.

oben nach rechts und unten nach links gewendet. Viel weniger leicht als die Flächen von $-R$ werden diejenigen von $+R$ von Aetzkali angegriffen, die Eindrücke erscheinen hier später, in geringerer Zahl und meist weniger scharf ausgeprägt. Sie sind gleichfalls dreiseitig, ihre grösste Dimension liegt stets ungefähr in der Richtung der Combinationskante von $+R$ mit dem gewöhnlichen positiven rechten resp. linken Trapezoëder $x = \frac{6P\frac{6}{5}}{4}$.

Auch auf den Prismenflächen ∞R beobachtete ich Vertiefungen, welche aus ursprünglich sechsseitigen, durch Abrundung einer seitlichen Ecke entstanden zu sein scheinen. Dieselben sind also rechts und links unsymmetrisch, — ob die Unsymmetrie sich auch auf die obere und untere Seite erstreckt, konnte ich wegen der verhältnissmässig geringen Deutlichkeit der Eindrücke nicht mit Sicherheit entscheiden. Gewisse Zeichen scheinen dafür zu sprechen und wiederholte Versuche werden vielleicht die Beantwortung auch dieser Frage ermöglichen. Die Vertiefungen liegen bei den rechten und linken Krystallen in entgegengesetzter Richtung, wie die Figuren zeigen, und sie können (namentlich bei Annahme einer doppelten Unsymmetrie) nur zur Bestätigung der Ansicht dienen, wonach auch die Flächen von ∞R als solche verschiedener Grenztrapezoëder (für $m = \infty$ und $n = 1$) aufzufassen sind.

Vorstehende Mittheilung möge als eine Erweiterung der bekannten Leydolt'schen Arbeit und als ein neuer Beweis dafür angesehen werden, wie mannichfaltige krystallographische Fragen, deren sichere Beantwortung auf anderem Wege kaum möglich sein dürfte, durch die Untersuchung der Aetzfiguren ihre Erledigung finden können.

Lüdinghausen (Westfalen), im Mai 1876.

XII. *Nachträgliche Bemerkung zu der Abhandlung von R. Clausius.*

In Bezug auf die Folgerungen, welche sich aus dem neuen electrodynamischen Grundgesetze ergeben, kann ich nachträglich (infolge einer von H. Grassmann in Borchardt's Journal publicirten Note)[1]), noch eine erfreuliche Uebereinstimmung anführen, welche mir bisher entgangen war, weil ich die der Vergleichung unterworfene Formel nicht aus der betreffenden Originalabhandlung, die mir nicht zur Hand war, sondern aus einem Auszuge entnommen hatte, in welchem sie unrichtig wiedergegeben war. Die aus dem Grundgesetze hervorgehenden, in meiner Abhandlung unter (15) bis (17) angeführten Ausdrücke für die Componenten der zwischen zwei Stromelementen wirkenden ponderomotorischen Kraft stimmen nämlich vollkommen überein mit dem Gesetze, welches H. Grassmann schon im J. 1845 durch sehr sinnreiche Betrachtungen abgeleitet und in Pogg. Ann. LXIV. veröffentlicht hat.

Bonn, Mai 1877.

1) Ein Auszug dieser Note erscheint demnächst in den Beiblättern.
Die Red.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1877. ANNALEN № 6.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND I.

I. *Ueber die electrischen Ströme, welche bei dem Strömen der Flüssigkeiten durch Röhren entstehen; von E. Edlund.*

Wenn eine Flüssigkeit mit grösserem Leitungswiderstand durch eine Röhre gepresst wird, in welche zwei durch ein Galvanometer verbundene Drähte eingesetzt sind, so gibt das Galvanometer einen electrischen Strom an, welcher in der Röhre in derselben Richtung wie der Flüssigkeitsstrom geht. Ich werde in dem Folgenden einige Versuche anführen, die von mir angestellt worden sind, um diesen Satz zu beweisen und zugleich um die Ursache und die Gesetze dieser Ströme zu ermitteln.

§. 1. Die experimentellen Anordnungen waren mit einigen Ausnahmen dieselben, wie die bei meiner Untersuchung über die Abhängigkeit des Leitungswiderstandes von der Bewegung der Flüssigkeit.[1]) Um das Galvanometer bedeutend empfindlicher als vorher zu machen, wurde der Leitungsdraht, mit dem das Instrument bei den vorigen Versuchen umgeben war, weggenommen und durch einen anderen Draht von viel kleinerem Durchmesser ersetzt, wodurch die Zahl der Drahtwindungen wesentlich vermehrt werden konnte. Das Ablesen geschah mit Hülfe von Fernrohr und Scala auf gewöhnliche Weise, und war die Entfernung von der Scala bis zum Spiegel 4.16^{m}. Das magnetische Nadelpaar, welches fast vollkommen astatisch

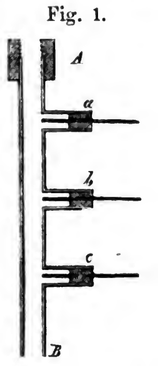
1) Bihang till K. Sv. W. Akad. Handl. III. Nr. 11. Pogg. Ann. CLVI. p. 251.

war, war an einen feinem Silberdrahte aufgehängt, dessen Torsion die Gleichgewichtslage des Nadelsystems bestimmte, und von den Veränderungen in der erdmagnetischen Declination beinahe völlig unabhängig. Eine einfache Schwingung wurde in ungefähr 28 Secunden vollendet.

Bei den Versuchen wurde ein cylindrisches, inwendig verzinntes Gefäss von dickem Kupferblech und ungefähr 25 Liter Inhalt angewandt. Die obere Seite dieses Gefässes hatte die Form einer Halbkugel und war mit drei Oeffnungen versehen. Die eine dieser Oeffnungen war mittelst eines Hahnes und eines Bleirohres mit einer Compressionspumpe verbunden. Auf die andere Oeffnung, die auch zum Füllen des Kupfergefässes mit der zu untersuchenden Flüssigkeit diente, konnte ein Manometer zur Messung des Druckes geschraubt werden. In die dritte Oeffnung war eine mit Hahn versehene Kupferröhre luftdicht eingesetzt, welche innerhalb beinahe bis auf den Boden des Kupfergefässes reichte, ausserhalb gleich oberhalb der oberen Seite des Gefässes in der Form eines Halbkreises gebogen war und danach senkrecht hinunterging. An das untere Ende dieser Röhre wurden verschiedene cylinderförmige, 6.4 bis 1.5 Mm. weite Glasröhren in senkrechter Lage festgeschraubt, durch welche die Flüssigkeit beim Oeffnen des Hahnes von dem Luftdrucke ausgepresst wurde. Am oberen Ende waren sie hierzu mit einer schraubenförmigen Metallhülse versehen. Die herausströmende Flüssigkeit wurde in einem auf dem Fussboden stehenden eichenen Gefäss aufgefangen. Vor jedem Versuche wurde die Luft in dem Gefäss oberhalb der Flüssigkeit bis zu einer oder zwei Atmosphären über den äusseren Atmosphärendruck zusammengedrückt. Damit der Druck im Gefässe während des Ausströmens der Flüssigkeit nicht zu sehr vermindert wurde, war das Kupfergefäss durch eine mit einem Hahn versehene Bleiröhre mit einem relativ grossen luftdichten Behälter von Eisenblech von ungefähr 109 Liter Inhalt vereinigt.

Die Glasröhren waren mit zwei oder mehreren Seitenröhren versehen, in welche die Poldrähte, wie Fig. 1 zeigt, hineingesetzt waren. Letztere bestanden aus reinem Golde und waren, mit Ausnahme für die beiden dünnsten Glasröhren, 2 Millimeter dick. Vor jedem Versuche war die Glasröhre mit Flüssigkeit angefüllt, welche von dem äusseren Luftdruck zurückgehalten wurde. Wenn man den Hahn öffnete, begann das Ausströmen, und es wurde der erste Ausschlag der Nadel des mit den Poldrähten verbundenen Galvanometers bestimmt. Sobald die Nadel an den Wendepunkt kam, wurde der Hahn von einem Gehülfen geschlossen; er war also jedesmal nur während 28 Secunden offen. Wurde der Hahn längere Zeit geöffnet, so dauerte der galvanische Strom an; er zeigte sich also nicht nur momentan im Anfang des Ausströmens. Bei allen folgenden Versuchen ging der beobachtete galvanische Strom in der Glasröhre ohne Ausnahme in derselben Richtung wie der Flüssigkeitsstrom. Dass derselbe keineswegs von der Reibung der Flüssigkeit, sei es gegen die Golddrähte oder die Wände der Glasröhre, oder von der Verschiedenheit im Druck, welchem die beiden Goldpole ausgesetzt waren, herrührte, oder schliesslich dass er nicht einen Theil von einem Strome ausmachte, der seinen Ursprung ausserhalb der Glasröhre, wie im Kupfergefäss oder sonst irgendwo, hatte und der mit der Flüssigkeit die Glasröhre durchlief, soll in dem Folgenden durch experimentelle Beweise dargelegt werden.

Fig. 1.



§. 2. Bevor ich zu den eigentlichen Beobachtungen übergehe, dürfte es angemessen sein, zuerst darzulegen, auf welche Weise ich versucht habe, die Resultate von der galvanischen Polarisation unabhängig zu machen. Wenn man während einer kürzeren Zeit, zum Beispiel 28 Secunden, wie es bei den folgenden Versuchen der Fall

war, einen Strom von einem Electromotor durch eine polarisirende Flüssigkeitssäule gehen lässt, so wird der Ausschlag des in die Leitung eingeschalteten Galvanometers natürlich geringer, als wenn keine Polarisation stattgefunden hätte. Wenn der Electromotor nach der genannten Zeit aus der Leitung ausgeschlossen wird, und die beiden in die Flüssigkeitssäule eingesetzten Poldrähte direct mit dem Galvanometer verbunden werden, so verursacht der Polarisationsstrom in entgegengesetzter Richtung einen Ausschlag, der sich nach und nach vermindert, bis er schliesslich beinahe Null wird. Der Polarisationsstrom hat sich dann selbst polarisirt, bis er zuletzt unmerklich geworden ist. Wenn man nach dieser Zeit den Electromotor wieder in die Leitung einschaltet und während 28 Secunden wirken lässt, so findet man, insofern der Electromotor hinreichende Kraft besitzt, dass der nun erhaltene Ausschlag geringer als der vorige wird. Die Polarisation, welche entstand, als der Electromotor zum ersten male in die Leitung eingeschaltet war, war also in der darauf folgenden Zwischenzeit, als die Leitung ohne Electromotor geschlossen war, in der That nur scheinbar verschwunden. Sobald der Electromotor zum zweiten mal in die Leitung eingeschaltet wird, so zeigt es sich, dass ein Theil dieser Polarisation wieder hervorkommt und den zweiten Ausschlag geringer als den ersten macht. Wenn man auf diese Weise mehrere male nach einander verfährt, so werden die successiven Ausschläge immer geringer, bis sie schliesslich constant werden. Aber diese successive Verminderung in den erhaltenen Ausschlägen zeigt sich nur, wenn der ursprüngliche Strom hinlängliche Stärke hat. Ist diese sehr schwach, so werden die Ausschläge schon von Anfang an constant. Dieses war immer der Fall bei den folgenden Versuchen, bei denen man also nur die während des beobachteten Ausschlages entstehende Polarisation in Betracht zu ziehen hat, weil die während der vorhergehenden Ausschläge entstandene Polarisation schon verschwunden ist.

Leitet man den Strom eines Electromotors durch die Flüssigkeitssäule, das eine mal mit und das andere mal ohne Polarisation, so misst der Unterschied zwischen den Ausschlägen in beiden Fällen die Polarisation, die in dem einen Falle während des Ausschlages selbst stattfindet. Es kann dies mit Hülfe eines Instruments geschehen, das ich bei einer früheren Gelegenheit[1]) beschrieb und welches passend Depolarisator benannt werden kann und gestattet, abwechselnd gerichtete Ströme durch das Galvanometer und die Poldrähte zu leiten.

Wird der Strom des Depolarisators durch eine zwischen den Poldrähten befindliche Flüssigkeit *C* geleitet, so würde, selbst wenn die Poldrähte polarisirt würden, dieses doch nicht auf das Galvanometer einwirken, weil die von *C* ausgehenden Polarisationsströme das Galvanometer in abwechselnden Richtungen durchlaufen würden und ihre Wirkungen auf die Magnetnadel also gleich Null werden.

Wurden die Pole einer Säule unter Einschaltung eines Galvanometers mit dem Depolarisator verbunden und zwischen die Federn desselben ein metallischer Widerstand eingeschaltet, in welchem also bei der Drehung des Depolarisators die Stromesrichtung wechselte, so ergab sich das Verhältniss der Ausschläge einmal bei Drehung des Depolarisators, sodann beim Stillstand wie 1 : 1.89.

Mit dem beschriebenen Hülfsmittel werden wir zuerst beweisen, dass die Polarisation, welche während der Schwingungszeit der Magnetnadel (28 Secunden) entsteht, bei schwächeren Strömen der Stromstärke proportional ist. Es wurde hierzu bei dem soeben beschriebenen Versuche der metallische Widerstand durch eine mit Wasser gefüllte, mit Goldelectroden versehene Röhre ersetzt. Als der Depolarisator in Rotation gesetzt wurde, gingen also

---

1) Bihang till K. W. Akad. Handl. III. Nr. 11. Pogg. Ann. CLVI. p. 273. Das Instrument ist dem Inversor Poggendorff's (Pogg. Ann. XLV. p. 385; Wied. Galv. (2) I. p. 125) sehr ähnlich.
D. Red.



galvanische Ströme von abwechselnder Richtung durch die zwischen den Goldpolen befindliche Wassersäule. Der Ausschlag hierbei, in Scalentheilen gemessen, mag u genannt werden. Wenn nun u mit 1.89 multiplicirt wird, so erhält man den Ausschlag J, welcher entstanden wäre, im Falle der Strom ohne Polarisation während der ganzen Oscillationszeit (28 Secunden) ununterbrochen gewirkt hätte. Nach diesem Versuche liess man den Depolarisator stille stehen, so dass der Strom ohne Unterbrechung durch die Wassersäule ging und die Goldelectroden polarisirte. Nennt man den hierbei erhaltenen Ausschlag u', so ist die Polarisation p gleich $1.89\,u - u'$ und das Verhältniss zwischen dieser und der Stromstärke J, wodurch sie verursacht wird, wird durch $k = \frac{p}{J} = \frac{1.89\,u - u'}{1.89\,u}$ ausgedrückt. Es werde dieses Verhältniss die Polarisationsconstante genannt.

Versuch I—III. Destillirtes Wasser in der Glasröhre, 140 ^{mm} zwischen den Poldrähten. Folgende Ausschläge wurden erhalten, wobei die Nummern die Ordnung bezeichnen, in welcher die Beobachtungen angestellt wurden:

I.				II. Stromstärke grösser				III. Stromstärke noch grösser			
Nr.	u	Nr.	u'	Nr.	u'	Nr.	u	Nr.	u'	Nr.	u
1	19.0	2	31.3	1	45.5	2	29.5	1	66.5	2	42.5
3	19.9	4	31.0	3	45.5	4	29.3	3	65.5	4	42.0
5	20.0	6	31.0	5	46.5	6	29.5	5	64.7	6	42.1
7	20.0	8	31.0	7	44.2	8	29.5	7	65.6	8	41.0
9	21.0	10	31.8	9	46.0	10	29.2	9	64.7	10	42.0
Mittel	19.98		31.22		45.54		29.4		65.4		41.92

$J = 37.76$, $p = 6.54$. $\frac{p}{J} = 0.173$.

$J = 55.57$, $p = 10.03$ $\frac{p}{J} = 0.180$.

$J = 79.23$, $p = 13.83$ $\frac{p}{J} = 0.175$.

Versuch IV—V. Das destillirte Wasser wurde mit Wasserleitungswasser vertauscht, welches bedeutend geringeren Leitungswiderstand als das vorige hatte. Die Entfernung zwischen den Polen 280 Mm. Folgende Ausschläge wurden erhalten:

IV. Stromstärke grösser.				V. Stromstärke vermindert			
Nr.	u	Nr.	u'	Nr.	u	Nr.	u'
1	43.0	2	38.5	1	23.5	2	20.5
3	43.0	4	40.0	3	24.0	4	21.8
5	44.5	6	41.4	5	23.5	6	22.0
7	45.0	8	42.0	7	24.9	8	21.2
9	45.0	10	37.5	9	24.2	10	20.0
Mittel	44.1		39.9		24.0		21.1

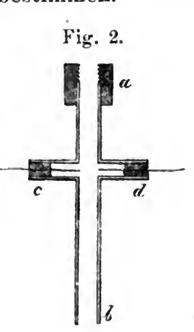
$J = 83.35$, $p = 43.45$ $\qquad$ $J = 45.36$, $p = 24.26$

$\frac{p}{J} = 0.521.$ $\qquad$ $\frac{p}{J} = 0.535.$

Da die Polarisationsconstante sowohl in den drei ersten, wie auch in den beiden letzten Reihen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler constant ist, so ist hiermit der oben angeführte Satz bewiesen. Versuche, die mit einer Mischung von Alkohol und Wasser angestellt wurden, führten zu demselben Resultate. Aber die Beobachtungen zeigen auch, dass die genannte Constante für verschiedene Flüssigkeiten verschieden ist; ohnehin gaben einige andere hier nicht angeführte Beobachtungen zu erkennen, dass dieselbe, wie leicht vorauszusehen war, in hohem Grade von dem in die Leitung eingeschalteten Widerstande abhängt. Will man die Grösse des Polarisationsstromes berechnen, muss man folglich in jedem einzelnen Falle die Polarisationsconstante bestimmen.

Wenn man den nun bewiesenen Satz bei den nachfolgenden Versuchen anwenden will, muss man zuerst untersuchen, welche Veränderung in der durch einen schwachen und kurz dauernden Strom verursachten Polarisation dadurch entsteht, dass die Flüssigkeit in eine schnelle Bewegung versetzt wird. Um dieses zu bestimmen, verfuhr man auf folgende Weise. Eine Röhre von Glas *a b* (Fig. 2) ist mit zwei ein-

Fig. 2.



ander gegenübersitzenden Seitenröhren *c* und *d* versehen, in welche Poldrähte von Gold hineingesetzt sind, so dass deren Enden bis zur inneren Seite der Hauptröhre gehen; die Entfernung zwischen den Drahtenden ist folglich dem Durchmesser dieser Röhre gleich. Nachdem diese Glasröhre auf dem oben erwähnten Kupfergefässe, welches Wasserleitungswasser enthielt, festgeschraubt worden, wurde der Hahn geöffnet und die Glasröhre mit Wasser gefüllt. Die beiden Poldrähte waren mit einem Electromotor und dem Galvanometer verbunden. Nun wurde der Ausschlag gemessen, während das Wasser in Ruhe war. Dieser Ausschlag war natürlich durch die Polarisation vermindert, welche auf den Poldrähten in der Glasröhre während der Schwingungszeit der Magnetnadel (28 Secunden) entstand. Darauf machte man einen ähnlichen Versuch, während das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 10 M. in der Secunde herausströmte. Wenn hierbei ein Theil der an den Polen angehäuften Gase von dem ausströmenden Wasser fortgerissen und folglich die Polarisation vermindert wurde, so musste der Ausschlag grösser werden. Dieses war jedoch nicht der Fall: die Ausschläge verblieben in der That gleich gross, wie folgende Versuche zeigen.

Versuch Vb.

Wasser ruhend	28.5	27.5	30.5	29.5	Mittel	28.9.
„ ausströmend	29.0	29.0	29.5	29.0	„	29.1.

Der Polarisationsstrom wird also durch das Ausströmen des Wassers nicht verändert. Und doch war derselbe in diesem Falle ganz bedeutend. Die Polarisationsconstante, auf die vorher angegebene Weise mit dem Depolarisator gemessen, betrug 0.8. Wenn keine Polarisation stattgefunden hätte, würde der Ausschlag also 145 Scalentheile geworden sein.

Das erhaltene Resultat beruht ohne Zweifel darauf, dass die angewandte Stromstärke schwach und von kurzer Dauer war. Die an den Poldrähten angehäufte Gasmenge war deshalb gering und wurde ganz und gar von der Was-

serschicht, die sich an den Poldrähten festsetzt und also an der Bewegung der übrigen Wassermenge nicht theilnimmt, geschützt. Das ausströmende Wasser scheint keine Reibung gegen die Goldpole selbst auszuüben, sondern nur gegen die dünne Wasserschicht, womit diese umgeben sind. Sicher wäre das Resultat anders ausgefallen, wenn die Ströme intensiv genug gewesen und so lange gewirkt hätten, bis die Polarisation ihr Maximum zu erreichen angefangen. Doch war eine nähere Untersuchung hiervon nicht nöthig, da solche Fälle in dem Folgenden nicht vorkommen.

Nach diesen Vorbereitungen wollen wir zu den eigentlichen Beobachtungen übergehen.

§. 3. Für diese Beobachtungen wurde theils destillirtes Wasser, theils Wasser von der Wasserleitung der Stadt, theils eine Mischung von Wasser mit 77 Volumprocent Alkohol angewandt. Es wurden 4 Glasröhren benutzt, von denen 1 und 2 je drei Seitenröhren (Fig. 1), 3 und 4 nur zwei Seitenröhren hatten. Ihre Dimensionen betrugen:

	1. Mm.	2. Mm.	3. Mm.	4. Mm.
Innerer Durchmesser . .	5.0	6.4	3.25	1.5
Länge	350	350	210	210
Abstand der Seitenröhren	140	143	140	147

Wie schon erwähnt, waren die in die Seitenröhren eingesetzten Drähte von Gold; die in Nr. 1 und Nr. 2 waren ungefähr 2 Mm. dick und die in Nr. 3 und Nr. 4 hatten einen Durchmesser von kaum 1 Mm. Wenn der Hahn zum Kupfergefäss, worin die Flüssigkeit verwahrt wurde, geschlossen war, blieb die Flüssigkeit in Folge des äusseren Atmosphärendruckes in der Glasröhre hängen, so dass dieselbe auch zwischen den successiven Beobachtungen voll war.

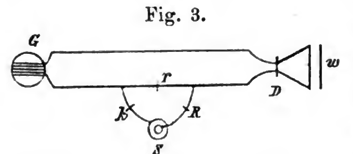
Versuch VIa und b. Destillirtes Wasser. Die Röhre Nr. 1 war an das untere Ende der Kupferröhre geschraubt.

Das Wasser strömte unter dem Drucke von 1 resp. 2 Atmosphären aus. Als der Hahn geöffnet wurde, erhielt man folgende successive Ausschläge, in Scalentheilen gerechnet:

	VI a.		VI b.	
Druck	1 Atm.		2 Atm.	
Abstand der Poldrähte	140 Mm.	280 Mm.	140 Mm.	280 Mm.
Ausschläge	9.3	10.4	17.0	17.0
	9.0	9.0	17.3	17.5
	9.5	9.1	17.7	17.4
	9.5	9.5	17.0	17.5
	9.3	9.6	17.7	18.5
	9.1	9.2	18.0	17.5
Mittel	9.28	9.47	17.45	17.57

In Folge der Polarisation auf den Poldrähten sind die erhaltenen Zahlen zu klein. Um diese Verminderung der Ausschläge berechnen zu können, muss die Polarisationsconstante für beide Abstände der Poldrähte experimentell bestimmt werden. Nach dem, was schon oben erwähnt worden, geschah dieses auf folgende Weise. Da der angewandte Electromotor, ein Daniell'sches Element, einen zu grossen Ausschlag in dem Galvanometer, wenn dieses direct in die Leitung eingeschaltet wurde, hervorbrachte, so wurde eine Stromtheilung nach Fig. 3 zu Stande gebracht. S bezeichnet ein Daniell'sches Element, R ist ein grösserer Rheostat, aus mehreren tausend Ohmaden bestehend, bei r ist ebenfalls ein passender Rheostat eingesetzt, k bedeutet einen Commutator, mit dem der Strom geöffnet und geschlossen wird, G stellt das Galvanometer vor, D den Depolarisator und w die Wasserröhre, u, u' haben die frühere Bedeutung.

Fig. 3.



Versuch VIc und d.

	VI c.		VI d.	
Abstand der Poldrähte	140 Mm.		280 Mm.	
	u	u'	u	u'
Ausschläge	30.5	48.0	16.0	25.0
	30.2	48.5	16.0	25.5
	30.2	48.5	16.0	25.6
	30.3	49.0	15.0	26.0
	30.0	48.5	16.0	25.5
Mittel	30.24	48.50	15.80	25.52
	$J = 57.15$	$p = 8.65$	$J = 29.86$	$p = 4.34$
	$\frac{p}{J} = 0.151$		$\frac{p}{J} = 0.145.$	

Da die Polarisation, wie oben gezeigt, durch die Bewegung der Flüssigkeit nicht verändert wird, so können die nun gemachten Bestimmungen der Polarisationsconstante angewandt werden, um die oben erhaltenen Beobachtungsmittel von dem Einflusse der Polarisation zu befreien.

Wenn der Ausschlag, welcher entstehen würde, im Falle keine Polarisation stattfände, x genannt wird, so hat man zur Berechnung der beiden Beobachtungsmittel im Versuche VIa und b:

$$x - 0.151\,x = 9.28;\ \text{woraus}\ x = 10.9.$$
$$x - 0.145\,x = 9.47;\ \text{woraus}\ x = 11.1.$$

Für die beiden Mittel im Versuche VIb erhält man 20.6 und 20.6, d. h. dieselbe Zahl. Hieraus kann man sogleich den Schluss ziehen, dass die Stromstärke von der Entfernung zwischen den Poldrähten unabhängig ist, welches Resultat das Folgende bestätigt.

Die Geschwindigkeit des Ausströmens wurde dadurch bestimmt, dass die während einer gewissen Zeit ausgeflossene Wassermenge gewogen wurde. Als der Druck 1 Atmosphäre war, betrug dieselbe 8.3 M. in der Secunde und bei 2 Atmosphären 11.5 M. Die beiden Geschwindigkeiten verhalten sich also zu einander wie 1 zu 1.39

oder beinahe wie die Quadratwurzeln aus den angewandten Drucken $(1 : \sqrt{2})$.

Versuch VIIa und b. Dasselbe destillirte Wasser wie bei den vorigen Versuchen. Die Glasröhre Nr. 2 wurde an die Röhre des Kupfergefässes geschraubt:

	VII a: 1 Atm.		VII b: 2 Atm.	
Abstand der Poldrähte	143 Mm	286 Mm.	143 Mm.	286 Mm.
Ausschläge	11.5	10.5	17.3	18.0
	10.2	11.0	17.0	19.5
	9.5	10.5	17.3	19.0
	8.2	10.0	16.2	18.0
	8.5	10.5	16.2	17.5
	9.7	10.4	16.0	18.2
Mittel	9.60	10.48	16.67	18.37

Folgende zwei Versuche wurden gemacht, um die Polarisationsconstante zu bestimmen. Dabei verfuhr man ebenso wie bei den Versuchen VIc und d.

Versuch VIIc und d. Die Entfernung zwischen den Polen 143 und 286 Mm. Folgende Ausschläge wurden erhalten:

	VII c:		VII d:	
Abstand der Poldrähte	143 Mm.		286 Mm.	
	u	u'	u	u'
Ausschläge	43.0	65.8	21.8	35.0
	42.8	65.2	21.0	35.0
	41.5	658.	21.8	34.5
	42.0	64.5	20.5	35.2
	42.5	65.3	21.0	35.0
Mittel	42.36	65.32	21.22	34.94
	$J = 80.06$	$p = 14.74$	$J = 40.11$	$p = 5.17$
	$\frac{p}{J} = 0.184.$		$\frac{p}{J} = 0.129.$	

Mit Anwendung dieser Bestimmungen der Polarisationsconstante erhält man folgende corrigirte Werthe der Ausschläge in den Versuchen VIIa und b:

Abstand der Pole . .	143 Mm.	286 Mm.
Druck einer Atmosphäre	11.8	12.0
„ zweier „	20.4	21.1

Auch diese Zahlen unterscheiden sich von einander so wenig, dass man daraus schliessen kann, dass die Grösse der Ausschläge von der Entfernung zwischen den Poldrähten unabhängig ist.

Die Geschwindigkeit der Ausströmung des Wassers, auf dieselbe Weise wie für die Glasröhre Nr. 1 gemessen, war bei dem Druck von 1 Atmosphäre 8.4 M. in der Secunde und für den Druck von 2 Atmosphären 11.7 M. Sie war also unbedeuteud grösser als für die Röhre Nr. 1, obgleich der Querschnitt der Röhre Nr. 2 bedeutend grösser als der der letzteren war.

Aus den Versuchen VI erhält man, dass für die Geschwindigkeit des Ausströmens von 8.3 M. in der Secunde der Ausschlag im Mittel . . . . 11.0 wird
und für eine Geschwindigkeit von 11.5 M. . . 20.6.

Aus den Versuchen VII erhält man auf dieselbe Weise
für eine Geschwindigkeit von 8.4 M. . . . . 11.9 und
„ „ „ „ 11.7 „ . . . . 20.8.

Aus den obenstehenden Beobachtungen ergiebt sich, dass die Ausschläge den Quadraten der Ausströmungsgeschwindigkeiten annähernd proportional sind. Wenn man danach berechnet, wie gross die Ausschläge in den Versuchen VI geworden wären, wenn die Ausströmungsgeschwindigkeit anstatt 8.3 und 11.5 8.4 und 11.7 M. gewesen wäre, so findet man für die erstere Geschwindigkeit den Ausschlag 11.3 und für die letztere 21.1. Diese Zahlen unterscheiden sich von den in Versuch VII gefundenen 11.9 und 20.8 so wenig, dass man sie als gleich betrachten muss. Hieraus folgt, dass für eine gleich grosse Ausströmungsgeschwindigkeit die Ausschläge von dem Durchmesser der Röhren unabhängig sind. Dieses Resultat wird durch die nachfolgenden Versuche bestätigt.

Versuch VIIIa. Dasselbe destillirte Wasser wie bei den vorhergehenden Versuchen. Die Glasröhre Nr. 3 wurde an die Röhre des Kupfergefässes geschraubt. Druck von 2 Atmosphären. Folgende Ausschläge wurden erhalten:

12.0 12.0 12.0 10.5 11.0 11.5 Mittel 11.5.

Um die Polarisationsconstante zu bestimmen, wurde danach folgender Versuch angestellt.

Versuch VIIIb.

$u =$ 18.5 17.2 17.6 18.0 17.7 Mittel 17.80.

$u' =$ 29,0 30.0 29.0 30.0 29.7 „ 29.54.

Hieraus erhält man:

$J = 33.64$; $p = 4.10$; $\frac{p}{J} = 0.122$. Der hierdurch corrigirte Werth von 11.5 wird 13.1.

Die Ausströmungsgeschwindigkeit betrug in dieser Röhre, deren Durchmesser nur 3.25 Mm. ausmachte, 8.7 M.

Wenn man nun auf die oben angegebene Weise berechnet, wie gross der Ausschlag hätte werden müssen, wenn die Ausströmungsgeschwindigkeit nur 8.4 M. gewesen wäre, so findet man die Zahl 12.2.

Die Glasröhre Nr. 2, deren Querschnitt ungefähr viermal so gross war als der in der Glasröhre Nr. 3, gab für eine Ausströmungsgeschwindigkeit von 8.4 M. den Ausschlag 11.9. Diese Zahl unterscheidet sich von 12.2 so wenig, dass sich auch hier der schon oben ausgesprochene Satz bestätigt.

Schliesslich wurden folgende Versuche mit dem destillirten Wasser gemacht.

Versuch IXa. Die Röhre Nr. 4 wurde an die Röhre des Kupfergefässes geschraubt. Druck von 2 Atmosphären. Die successiven Ausschläge waren folgende:

7.0 7.0 7.0 7.0 7.5 7.5 Mittel 7.2

Da keine Bestimmung der Polarisationsconstante gemacht wurde, so kann der Ausschlag für den Einfluss der Polarisation nicht corrigirt werden.

Versuch IXb. Ein Daniell'sches Element wurde in die Leitung des Galvanometers eingeschaltet, so dass der Strom ungetheilt durch die Wassersäule und das Galvanometer ging. Die erhaltenen Ausschläge waren folgende:

6.9 6.5 5.5 6.5 7.0 Mittel 6.48.

Weil, wie weiter unten bewiesen werden soll, der Strom, der sich im Versuche IXa bei dem Ausströmen des Wassers bildet, durch die Wassersäule zwischen den Poldrähten geht und also in derselben Bahn wie der Strom von der Säule im Versuche IXb läuft, so folgt hieraus, dass die electromotorische Kraft des ersten Stromes grösser als die eines Daniell'schen Elementes ist.

§. 4. Um einen Begriff von dem Leitungswiderstande des destillirten Wassers zu erhalten, wurde der Widerstand einer Wassersäule zwischen den 140 Mm. von einander entfernten Poldrähten der Glasröhre Nr. 1 untersucht. Die Anordnungen hierbei sieht man aus Fig. 4, in welcher *S* ein Daniell'sches Element bezeichnet, *k* ist ein Commutator, vermittelst dessen der Strom geöffnet und geschlossen wird, *d* ist der Depolarisator, *w* entweder die Wassersäule oder ein Rheostat von 100000 Ohm'schen Einheiten, *r* eine Brücke, in welche ein bekannter Widerstand eingeschaltet war, und *G* das Galvanometer.

Fig. 4.

Versuch Xa. Die genannte Wassersäule war bei *w* eingeschaltet, und in die Brücke *r* waren 1000 Widerstandseinheiten eingesetzt. Während der Depolarisator rotirte, erhielt man folgende Ausschläge:

37.0 37.5 38.0 37.5 37.0 Mittel 37.4.

Versuch Xb. Die Wassersäule wurde fortgenommen, und anstatt ihrer ein Rheostat von 100000 Ohm'schen Einheiten eingeschaltet; in die Brücke *r* wurden

40 Einheiten eingesetzt. Während der Rotation des Depolarisators erhielt man nun folgende Ausschläge:

65.0 65.5 66.0 66.0 66.5 Mittel 65.8.

Aus einer besonderen Untersuchung ergab sich, dass der Widerstand in den Umwindungen des Galvanometers 640 Einheiten ausmachte. Hierdurch kann man berechnen, dass der Leitungswiderstand der genannten destillirten Wassersäule 1824000 Ohm'sche Einheiten betrug.[1])

§. 5. Der Widerstand des Wassers aus der Wasserleitung, welches bei den unten stehenden Versuchen angewandt wurde, betrug, nach derselben Methode untersucht, 111600 Einheiten. Er war also 16.34 mal kleiner als der des destillirten Wassers.

Versuch XIa. und b. Wasserleitungswasser. Röhre Nr. 1. Entfernung zwischen den Poldrähten 280 Mm. Dabei erhielt man folgende Ausschläge:

XIa. 2 Atm.:	4.0	4.0	4.0	4.4	4.0	3.6	Mittel 4.0.
XIb. 1 Atm.:	3.2	3.0	3.5	3.5	2.8	3.1	„ 3.18.

Versuch XIc. Bestimmung der Polarisationsconstante nach der oben angegebenen Methode. Dabei erhielt man folgende Ausschläge:

$u = 37.5$ 37.0 37.5 37.8 37.5 Mittel 37.46

$u' = 40.5$ 41.0 39.7 39.5 39.5 Mittel 40.04.

Hieraus erhält man:

$$J = 70.80; \quad p = 30.76; \quad \frac{p}{J} = 0.434.$$

Wenn mit Hülfe dieser Bestimmung die erhaltenen Mittel corrigirt werden, so erhält man für den Druck

1) Bei diesen Untersuchungen hatte ich mehrmals Gelegenheit zu sehen, wie leicht der Widerstand des destillirten Wassers sich verändert durch so kleine Mengen von fremden Einmischungen, dass sie auf anderem Wege schwerlich entdeckt werden könnten. Der Widerstand des Wasserleitungswassers veränderte sich auch von einer Jahreszeit zur andern.

von 2 Atmosphären oder eine Geschwindigkeit der Ausströmung von 11.5 M. in der Secunde 7.1 und für den Druck von 1 Atmosphäre oder einer Geschwindigkeit von 8.3 M. 5.6.

Versuch XIIa. Wasserleitungswasser. Glasröhre Nr. 3. Das Wasser strömt unter dem Drucke von 2 Atmosphären aus. Die Ausschläge waren folgende:

2.0 2.0 2.5 2.0 2.5 2.3 Mittel 2.22.

Versuch XIIb. Bestimmung der Polarisationsconstante auf dieselbe Weise wie vorher. Dabei erhielt man folgende Ausschläge, wobei die Veränderung eintrat, dass u grösser als u' wurde, wogegen bei den vorhergehenden Bestimmungen das Gegentheil stattfand.

$u =$ 34.0 35.4 35.5 34.6 34.5 Mittel 34.80
$u' =$ 25.0 26.0 25.0 25.7 25.3 „ 25.4

Hieraus erhält man:

$$J = 65.77; \quad p = 40.37 \text{ und } \frac{p}{J} = 0.614.$$

Wenn mit Hülfe dieser Bestimmung das erhaltene Mittel corrigirt wird, so erhält man mit der Röhre Nr. 3 für den Druck von 2 Atmosphären oder eine Geschwindigkeit der Ausströmung von 8.7 M. in der Secunde den Ausschlag 5.8.

Nach den Versuchen XI verhalten sich die Ausschläge hier nicht annähernd wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, sondern sind den ersten Potenzen derselben beinahe proportional. Hiernach wäre in Versuch XIb der Ausschlag, wenn die Geschwindigkeit der Ausströmung, anstatt 8.3 M. in der Secunde 8.7 M gewesen wäre, gleich 5.9. Die beiden Röhren Nr. 1 und Nr. 3 geben also gleiche Ausschläge, wenn die Geschwindigkeiten der Ausströmung dieselben sind. Man findet folglich die Unabhängigkeit der Ausschläge von dem Röhrendurchmesser noch einmal bestätigt.

§. 6. Folgende Versuche wurden mit einer Mischung von Wasser und Alkohol, 77 Volumprocent vom letzteren

enthaltend, angestellt. Der Widerstand in einer Säule der Röhre Nr. 1 von 140 Mm. Länge, auf dieselbe Weise, wie in dem Vorhergehenden angegeben worden, gemessen, machte 2454000 Ohm'sche Einheiten aus. Der Widerstand der Alkoholmischung verhielt sich also zu dem des destillirten Wassers wie 1.35 zu 1.

Versuch XIIIa. Die eben genannte Alkoholmischung. Röhre Nr. 1. Entfernung zwischen den Poldrähten 140 Mm. Die Mischung strömte unter dem Drucke von 2 Atmosphären aus. Folgende Ausschläge erhielt man:

2.0 2.0 2.3 2.2 1.5 1.9 Mittel 1.98.

Versuch XIIIb. Um den Werth der Polarisationsconstante zu bestimmen, wurden folgende Beobachtungen angestellt:

$u = 42.0$ 43.0 45.0 43.0 44.5 Mittel 43.5
$u' = 70.0$ 70.5 76.0 72.0 75.0 „ 72.7.

Hieraus erhält man:

$$J = 82.22; \quad p = 9.52; \quad \frac{p}{J} = 0.116.$$

Der von dem Einflusse der Polarisation befreite Ausschlag wird folglich = 2.24.

§. 7. Nachfolgende Versuche wurden angestellt, um zu erforschen, welchen Einfluss ein grösserer oder geringerer, in die Leitung zu dem Galvanometer eingeschaltèter Widerstand auf die Grösse des Ausschlages ausüben könnte.

Zu den beiden ersten Versuchen wurde die Glasröhre Nr. 2 angewandt, in welcher die Poldrähte 143 Mm. weit voneinander entfernt waren.

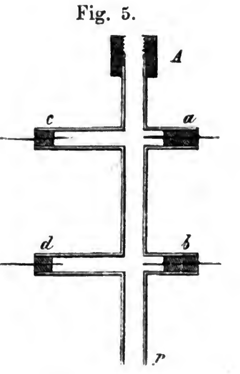
Versuch XIV. Hierbei wurde eine Mischung von destillirtem Wasser und Wasserleitungswasser angewandt. Der Widerstand der eben genannten Wassersäule, auf die vorher angegebene Weise gemessen, machte 530000 Ohmsche Eineiten aus. Als das Wasser ausströmte, wurde die Grösse des Ausschlages bestimmt, sowohl als noch kein besonderer Widerstand in die Leitung zum Galvano-

meter eingeschaltet war (A), wie auch als 100000 Einheiten in dieselbe Leitung eingesetzt wurden (B). Die Nummern bezeichnen die Ordnung, in welcher die Beobachtungen angestellt wurden. Die Resultate waren folgende:

	1.	2.	5.	6.	9.	10.	Mittel
A.	11.0	11.2	11.2	10.8	11.8	11.2	11.2
	3.	4.	7.	8	11.	12.	Mittel
B.	9.8	8.9	9.5	10.0	9.4	9.5	9.5.

Der Widerstand in den Umwindungen des Galvanometers betrug nur 640 Einheiten und kann deshalb im Verhältniss zu den grossen Widerständen in der Wassersäule und dem Rheostat vernachlässigt werden. Die Summe der Widerstände in der Wassersäule und der übrigen Leitung machte also in dem einen Falle 530000 und in dem anderen 630,000 Einheiten aus. Waren die Ausschläge den Widerständen umgekehrt proportional, so mussten die Ausschläge sich zu einander wie 1 zu 1.19 verhalten, während 11.2 : 9.5 = 1.18 ist. Demnach sind die Ausschläge der Summe der genannten Widerstände umgekehrt proportional.

Fig. 5.



Um den Unterschied der Widerstände noch mehr zu vergrössern, als es bei den vorherigen Versuchen möglich war, verfuhr man beim folgenden Versuche auf eine andere Art: Eine Glasröhre *AB*, Fig. 5, mit vier Seitenröhren *a*, *b*, *c*, *d*, von welchen die beiden ersten den beiden letzten gerade gegenübersassen, wurde an die Röhre des Kupfergefässes geschraubt. In die beiden kürzeren Seitenröhren, *a* und *b*, brachte man die Golddrähte so hinein, dass deren Enden das ausströmende Wasser berührten, wogegen die Enden der Golddrähte in den längeren Seitenröhren, *c* und *d*, in bedeutender Entfernung von dem Wasserstrome blieben.

Wurden die Leitungsdrähte des Galvanometers statt mit den Golddrähten in *a* und *b* mit denen in *c* und *d* vereinigt, so war folglich ein bedeutender Widerstand in die Leitung eingeschaltet.

Versuch XVa. Während des Ausströmens des Wassers ergab sich, als die Leitungsdrähte des Galvanometers verbunden waren mit den Goldrähten:

	1.	3.	5.	7.	9.	11.	Mittel
in *a* und *b*:	17.2	16.0	17.0	16.0	15.7	14.9	16.13
	2.	4.	6.	8.	10.	12.	Mittel
in *c* und *d*:	9.2	9.0	9.5	9.0	8.0	8.5	8.87.

Diese Resultate sind mit der Polarisation behaftet, welche bestimmt werden muss, weil sie in den beiden Fällen verschieden sein kann, da die Poldrähte nicht dieselben waren. Deshalb wurden folgende Versuche angestellt.

Versuch XVb. und c. Die Leitungsdrähte waren mit den Golddrähten in den Seitenröhren *a* und *b* oder mit *c* und *d* vereinigt. Die Bestimmung der Polarisationsconstante wurde auf die früher angegebene Weise ausgeführt.

	a und *b*		*c* und *d*	
	u	u'	u	u'
	33.0	55.0	18.5	29.2
	34.0	57.0	19.5	30.0
	34.0	55.0	19.0	30.0
	34.5	57.0	19.0	30.0
	33.7	58.3	19.0	31.5
Mittel	33.84	56.46	19.0	30.14

Hieraus erhält man für den Versuch:

$$\text{XVb:} \quad J = 63.96; \quad p = 7.5; \quad \frac{p}{J} = 0.117$$

$$\text{XVc:} \quad J = 35.91; \quad p = 5.77; \quad \frac{p}{J} = 0.161.$$

Mit Hülfe dieser Bestimmungen können die erhaltenen Mittelzahlen der Ausschläge im Versuche XVa für

den Einfluss der Polarisation corrigirt werden. Man erhält für dieselben:

als das Galvanometer mit den Poldrähten in *a*
und *b* verbunden war 18.3
und mit denen in *c* und *d* . . . . 10.6.

In den Versuchen XV b und c war ein Daniell'sches Element in die Leitung eingeschaltet, und zwar wie Fig. 3 andeutet; bei beiden Versuchen war derselbe Widerstand in die Brücke *r* eingesetzt. Da dieser Widerstand im Vergleich mit dem in der Wassersäule sehr unbedeutend war, so bezeichnen die in den Versuchen XV b und c mit dem Depolarisator gefundenen Werthe von *u* oder 33.84 und 19.0 · die relativen Werthe der Widerstände, als die Galvanometerleitungen das eine mal mit den Golddrähten in den Seitenröhren *a* und *b* und das andere mal mit denen in *c* und *d* vereinigt waren.

Das Verhältniss zwischen diesen letztgenannten Zahlen ist = 1.78, und das Verhältniss zwischen den beiden Ausschlägen 10.6 und 18.3 ist = 1.73. Diese Verhältnisse sind also innerhalb der Grenzen der unumgänglichen Beobachtungsfehler einander gleich.

Aus diesen Versuchen erhält man demnach folgendes Resultat. Wenn man in die Leitung zu dem Galvanometer verschiedene Widerstände einschaltet, so werden die Ausschläge, unter übrigens unveränderten Verhältnissen, der Summe aller Widerstände in der äusseren Leitung und in der Wassersäule zwischen den Poldrähten umgekehrt proportional.

§. 8. Wir haben nun den Ursprung dieser Ströme zu erörtern. Man würde in dieser Hinsicht folgende verschiedene Annahmen machen können:

1. Es könnte möglich sein, dass sich entweder im Kupfergefässe, aus welchem das Wasser gepresst wird, oder im Holzgefässe, in welchem das ausgeströmte Wasser aufgefangen wird, eine electromotorische Kraft befände und dass die beiden Gefässe durch den Fussboden des

Zimmers und das hölzerne Gestell, das das Kupfergefäss trägt, mit einander in leitender Verbindung ständen. Wenn das Wasser anfängt durch die Glasröhre auszuströmen, entsteht eine neue Leitung zwischen beiden Gefässen, durch welche der Strom der supponirten electromotorischen Kraft laufen könnte, und ein Theil dieses Stromes würde dann den Weg durch die Galvanometerleitung nehmen und die beobachteten Ausschläge verursachen. Nichts ist leichter als eine solche Ansicht zu widerlegen. Wenn, während der Hahn geschlossen und die Glasröhre mit Wasser gefüllt war, ein dicker Kupferdraht in das untere Ende der mit Wasser gefüllten Glasröhre gesteckt und das andere Ende desselben Drahtes in das zum Theil mit Wasser gefüllte Holzgefäss gebracht wurde, so zeigte die Galvanometernadel keine Spur von einem Strome, obgleich die Leitung zwischen den beiden Gefässen nun weit besser war, als da das Wasser aus der Glasröhre strömte. Das Verhältniss blieb dasselbe, wenn anstatt des Kupferdrahtes ein Kautschukschlauch über das Ende der Glasröhre gezogen, dann mit Wasser gefüllt und in das Holzgefäss gebracht wurde; auch nun verblieb die Magnetnadel in völliger Ruhe. Ausserdem wurde bei mehreren der angestellten Versuche ein Glasgefäss anstatt eines solchen von Holz zum Auffangen des ausgeströmten Wassers gebraucht, ohne dass sich irgend welcher Einfluss auf die Grösse der erhaltenen Ausschläge zeigte. In dem genannten Umstande kann man also die Ursache der beobachteten Ausschläge nicht suchen.

2. Da die beiden Poldrähte einem ungleich starken Drucke der ausströmenden Flüssigkeit ausgesetzt sind, der obere Poldraht nämlich stärker als der untere gedrückt wird, so könnte auch die electromotorische Kraft zwischen dem Golde und der Flüssigkeit ihrer Grösse nach von diesem Drucke abhängig sein. Es ist deutlich, dass auf diese Weise ein galvanischer Strom hervorgerufen werden müsste, der seinen Weg durch die Wassersäule zwischen den Polen und durch die Galvanometerleitung nehmen würde und

einen Ausschlag der Magnetnadel verursachte. Die Beobachtungen selbst widersprechen jedoch einer solchen Erklärung der Ausschläge. Die beiden Glasröhren Nr. 1 und Nr. 2 waren beinahe gleich lang, die Seitenröhren der einen Röhre hatten dieselben Lagen wie die der anderen und waren fast in derselben Entfernung von einander. Hieraus folgt, dass wenn das Wasser von einem gleichen Drucke im Kupfergefäss durch diese Röhren gepresst wird, die Drucke auf die beiden oberen Poldrähte der beiden Röhren einerseits, wie auch auf die unteren andererseits einander gleich sind, dass folglich auch die durch die Verschiedenheiten des Druckes entstandenen electromotorischen Kräfte in beiden Röhren gleich werden müssen. Aber nun hat die Glasröhre Nr. 2 einen Querschnitt, der 1.64 mal grösser ist als der in der Röhre Nr. 1. Der Leitungswiderstand in der letzteren ist deshalb in demselben Verhältniss grösser als der in der ersteren. Mit der Röhre Nr. 2 mussten die Ausschläge also ungefähr 60 Procent grösser als mit Nr. 1 werden. Die vorhergehenden Versuche zeigen jedoch, dass die Ausschläge gleich gross werden.

Um mich davon zu überzeugen, dass selbst viel grössere Druckverschiedenheiten als bei den vorhergehenden Versuchen nicht im Stande sind, die electromotorische Kraft zwischen einem Metalle und einer Flüssigkeit zu verändern, verfuhr ich auf folgende Weise. Zwei mit Seitenröhren versehene Glasröhren *ab* und *cd*, Fig. 6, waren an den Enden *b* und *c* flach geschliffen und konnten so mit einander zusammengeschraubt werden, wie die Figur andeutet. In die Seitenröhren waren Golddrähte eingesetzt. Zwischen die beiden flach geschliffenen Enden wurden dünne Metall- oder Holzscheiben gelegt. Auf das Röhrenende *d* wurde ein mit Wasser gefüllter Kautschukschlauch geschoben und durch Hebung desselben das

Fig. 6.

Wasser in die Röhre getrieben, bis es die Luft verdrängt hatte und mit der zwischen den Röhrenenden *b* und *c* liegenden Scheibe in Berührung gekommen war. Darauf wurden die Schrauben zugedreht, so dass beide Röhren luftdicht vereinigt wurden. Nachdem auch die obere Röhre mit Wasser gefüllt worden, schraubte man die vereinigten Röhren an die Röhre des Kupfergefässes, und die Golddrähte wurden mit den Leitungsdrähten des Galvanometers verbunden. Sobald die Gleichgewichtslage der Magnetnadel beobachtet worden, öffnete man den Hahn des Kupfergefässes, wobei der Druck in der oberen Röhre bis zu zwei Atmosphären über den Druck der äusseren hinaus stieg. Dieses Verfahren wurde mehrmals wiederholt, doch konnte eine deutliche Bewegung der Magnetnadel nicht wahrgenommen werden. Zuweilen sah man die Magnetnadel sich etwas rücken, doch waren diese kleinen Ausschläge nicht constant und lagen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler. Die Metalle, welche auf diese Weise als Scheideplatten zwischen den beiden Röhren gebraucht wurden, bestanden aus Silber, Neusilber, Eisen, Zink, Kupfer und Zinn.

Man kann der Einfachheit wegen annehmen, dass alle die untersuchten Metalle bei der Berührung mit Wasser negativ werden. Wenn dann die electromotorische Kraft zwischen Gold und Wasser mit e und die Veränderung davon, welche etwa durch Erhöhung des Druckes entstehen könnte, mit d bezeichnet wird, und wenn e' und d' entsprechende Bedeutung für eines der anderen Metalle haben, so ist die Summe aller wirksamen electromotorischen Kräfte, während die Flüssigkeit in der oberen zusammengedrückt wird:

$$e + d - (e' + d') - (e - e').$$

Die Beobachtungen geben an, dass diese Summe gleich Null ist; woraus folgt, dass $d - d' = 0$ sein muss. Es müssen also d und d' für sich Null oder beide gleich gross sein. Diese letztere Alternative ist jedoch nicht statt-

haft, weil es widersinnig wäre, anzunehmen, dass die fragliche Veränderung der electromotorischen Kraft für alle untersuchten Metalle gleich gross sein sollte, obgleich deren electromotorische Kräfte bei der Berührung mit Wasser so verschieden sind. Die Wahl zwischen beiden Alternativen entscheidet man am bestimmtesten dadurch, dass man zwischen beide Röhren eine Scheibe bringt, die bei der Berührung mit Wasser keine electromotorische Kraft hervorruft, z. B. eine Scheibe von Birken- und Fichtenholz, welche nur dadurch leiten, dass ihre Poren vom Wasser durchdrungen werden. Die Versuche zeigten, dass die Magnetnadel in Ruhe verblieb, woraus also folgte, dass *d* wirklich gleich Null ist.

Aus dem Angeführten geht hervor, dass die Verschiedenheit in dem Drucke, welchen das ausströmende Wasser auf die beiden Poldrähte ausübt, nicht die rechte Ursache zu den beobachteten Ausschlägen sein kann.

3. Die ausströmende Flüssigkeit übt eine Reibung gegen die Poldrähte aus, welche gegen den oberen Poldraht grösser ist als gegen den unteren, weil der Druck gegen den ersteren stärker ist, und die somit die Ströme erzeugen konnte. In dieser Hinsicht erinnern wir zuerst an den Versuch V b, welcher zeigt, dass der Wasserstrom, obgleich er an den Enden der Poldrähte dicht vorbeigeht, eigentlich keine Reibung gegen dieselben auszuüben scheint, sondern nur gegen die dünne Wasserschicht, mit der sie umgeben sind, und dadurch kann keine Veränderung in dem electrischen Zustande entstehen. Es ist oben experimentell bewiesen worden, dass die fraglichen Ströme der Summe der Widerstände in der Leitung des Galvanometers und in der Wassersäule zwischen den Poldrähten umgekehrt proportional sind. Dieses deutet darauf hin, dass die Ursache zu denselben schwerlich auf der Reibung beruhen kann; denn in solchem Falle müssen wohl diese Ströme sich wie diejenigen verhalten, die auf andere Weise durch Reibung hervorgerufen werden (z. B. mit einer Electrisirmaschine) und deren Wirkung auf ein Gal-

vanometer von dem Widerstande unabhängig ist. Der Versuch XVa zeigt schliesslich, dass die besagten Ströme entstehen, selbst wenn die Golddrähte in den Seitenröhren so weit zurückgezogen sind, dass der Wasserstrom unmöglich irgend welche Reibung gegen dieselben ausüben kann.

Folgender Versuch beweist direct, dass die Reibung des Wassers gegen die Poldrähte keine Ströme verursacht. Ich bediente mich einer Glasröhre von derselben Form, wie in Fig. 2, nur mit dem Unterschiede, dass die eine der gerade einander gegenübersitzenden Seitenröhren bedeutend länger als die andere war. In die kürzere Seitenröhre wurde der Golddraht so eingesetzt, dass dessen Ende das ausströmende Wasser berührte, wogegen der Golddraht der längeren Seitenröhre soweit zurückgezogen wurde, dass der Abstand zwischen dessen Endfläche und dem Wasserstrome 8 Cm. ausmachte. Dass das Wasser in dem zunächst dem Golddrahte gelegenen Theile der langen Seitenröhre nicht in Bewegung gerieth, als das Wasser aus der Hauptröhre strömte, wurde durch einige kleine dort befindliche Luftbläschen, welche völlig stille lagen, bewiesen. Der eine Poldraht war also einer starken Reibung ausgesetzt, während der andere von stillstehendem Wasser umgeben war. Wurden die Golddrähte nun mit dem Galvanometer verbunden, so bemerkte man doch keinen galvanischen Strom, während das Wasser aus der Hauptröhre unter dem Drucke von 2 Atmosphären ausströmte. Dasselbe Resultat ergab sich, als zwei Messingdrähte anstatt der goldenen angewandt wurden.

4. Schliesslich würde man vermuthen können, dass die Reibung des Wassers gegen die Wände der Glasröhre die wirkliche Ursache der untersuchten Ströme sei. Zöllner hat die interessante Beobachtung gemacht, dass, wenn zwei verschiedene Körper, von welchen der eine ein Isolator und der andere ein Halbleiter ist, sich gegen einander auf solche Weise reiben, dass dadurch eine Electricitätsvertheilung hervorgebracht wird, in dem Halbleiter

ein electrischer Strom entsteht, dessen Richtung von der Natur des Isolators und der relativen Bewegung zwischen dem Isolator und dem Halbleiter abhängig ist.[1]) Man kann nach Zöllner diese Beobachtungen unter anderm mit einer gewöhnlichen Electrisirmaschine machen, wenn man zwei Leitungsdrähte in das Reibzeug einsetzt, den einen in das vordere Ende (das Ende, welchem die rotirenden Glaspartikeln sich nähern) und den anderen in das hintere Ende desselben, und diese Drähte mit den Leitungen eines Galvanometers vereinigt. Sobald die Glasscheibe in Rotation gesetzt wird, erhält man in der Leitung einen electrischen Strom, welcher von dem hinteren Drahte durch das Galvanometer nach dem vorderen geht. Wenn die Glasscheibe stille steht, anstatt dessen aber das Reibzeug in derselben Richtung vorgeschoben wird, in welcher die Glasscheibe im vorigen Falle rotirte, so erhält man ebenfalls einen Strom im Galvanometerdrahte, aber dieser Strom geht in entgegengesetzter Richtung gegen den vorigen. Wenn die Glasscheibe mit einer Harzschicht überzogen ist, so dass diese durch die Reibung negativ und das Reibzeug positiv electrisch wird, so haben die Ströme die entgegengesetzte Richtung. Durch einen besonderen Versuch hat Zöllner gezeigt, dass die Stärke dieser Ströme der Grösse der reibenden Oberfläche des Reibzeuges proportional ist.

Wenn man das Angeführte auf das Strömen des Wassers durch die Glasröhren anwenden will, so muss man annehmen, dass das Wasser durch die Reibung gegen die Röhrenwände positiv electrisch wird. Das strömende Wasser entspricht dann dem halbleitenden Reibzeuge und die Glasröhre der Glasscheibe bei Zöllner's Versuch. Wenn die Golddrähte in den Seitenröhren *a* und *b*, Fig. 1, mit einem Galvanometer verbunden sind, so würde man also einen electrischen Strom zu erwarten haben, der von der Seitenröhre *b* durch den Galvanometerdraht nach *a*

---

1) Pogg. Ann. CLVIII. p. 497.

geht, also in derselben Richtung, welche der Strom bei meinen Versuchen hatte. Ein Theil der entwickelten Electricität müsste den Weg durch die Wassersäule selbst von *b* nach *a* nehmen und folglich nicht dazu beitragen, die Magnetnadel in Bewegung zu setzen.

Bei näherer Prüfung zeigt sich diese Erklärungsweise jedoch gänzlich unhaltbar. Zunächst ist experimentell nicht bewiesen, dass das Wasser durch Reibung gegen die Glasoberfläche positiv electrisch geworden ist. Das Glas wird von dem Wasser befeuchtet und hält eine dünne Schicht davon zurück, welche an der Bewegung der übrigen Wassermenge nicht theilnimmt. Die Reibung findet also zwischen zwei Wasserschichten statt und dadurch kann wohl keine Electricitätsentwickelung erzeugt werden. Wenigstens scheint nach dem Vorhergehenden hinsichtlich der Metalle das Verhältniss ein solches zu sein, und es ist schwierig eine Ursache zu finden, warum dasselbe nicht auch für Glas gelten sollte. Aber ohne dieser Bemerkung irgend welches Gewicht beizulegen, kann man doch aus den angestellten Versuchen ersehen, dass die vorgeschlagene Erklärungsweise nicht anwendbar ist. Zuerst müsste der Theil des Stromes, der seinen Weg von *b* nach *a* durch die Wassersäule nehmen sollte, im Vergleich mit dem Stromtheile, der durch das Galvanometer geht, verschwindend klein sein. Diese Ströme müssen nämlich zu einander im umgekehrten Verhältnisse zu den Widerständen in ihren respectiven Bahnen stehen; aber nun betrug der Widerstand der Galvanometerleitungen 640, während der Widerstand einer Säule destillirten Wassers von 140 Mm. Länge in der Glasröhre Nr. 1 sich auf 1824000 Einheiten, und für das besser leitende Wasser der Wasserleitung auf 111600 Einheiten belief. Unter allen Umständen kann man also ohne merklichen Fehler annehmen, dass der electrische Strom, welcher durch die Reibung des Wassers gegen die Wände der Glasröhre entstehen sollte, ungetheilt durch die Galvanometerleitung läuft.

Die Electricitätsentwickelung durch die Reibung in

diesem Falle müsste nach Zöllner's Versuchen der Grösse der Reibungsoberfläche zwischen dem Wasser und dem Glase proportional sein. Die electromotorische Kraft in der Glasröhre Nr. 1 müsste deshalb geringer als die in Nr. 2 werden, weil die Röhrenoberfläche der ersteren sich zu der der letzteren wie 5 zu 6.25 verhält. Die oben angeführten Versuche zeigen, dass die Stromstärke unter übrigens gleichen Verhältnissen der Summe der Widerstände in der Galvanometerleitung und in der Wassersäule zwischen den Poldrähten umgekehrt proportional ist. Dieser Widerstand in der Glasröhre Nr. 1 ist bedeutend grösser als der in Nr. 2. In der Glasröhre Nr. 1 ist also die elektromotorische Kraft geringer, der Widerstand aber grösser als in Nr. 2, und daraus würde folgen, dass der mit der ersteren Röhre erhaltene Strom bedeutend geringer wäre als der Strom, welchen man mit der letzteren erhält. Doch dieses widerspricht der gemachten Erfahrung, welche lehrt, dass die Ströme in beiden Fällen vollkommen gleich gross sind. Dasselbe Resultat ergibt sich, wenn man eine der Röhren Nr. 1 oder Nr. 2 mit Nr. 3 vergleicht.

Es kann diese Erklärung der Strombildung also nicht die rechte sein. Auch der folgende Versuch beweist deutlich, dass die untersuchten Ströme sich von einer anderen Ursache als von der Reibung herleiten müssen.

Versuch XVI. Dieser wurde mit der vorher beschriebenen Röhre, welche in der Mitte zusammengeschraubt werden konnte (Fig. 6), angestellt. Erst liess man destillirtes Wasser durch die Röhre strömen, während die flachgeschliffenen Enden zusammengeschraubt waren, ohne dass man eine Scheibe dazwischen brachte. Sie vertrat nun also die Stelle einer gewöhnlichen ganzen Röhre ohne Abbruch in der Mitte. Darauf brachte man zwischen die flachgeschliffenen Röhrenenden eine Scheibe von Ebonit, ½ Mm. dick und mit 18 Löchern von ½ Mm. Durchmesser durchbohrt. Darauf machte man denselben Versuch, indem die Ebonitscheibe durch eine Messingscheibe, eben-

falls ½ Mm. dick und mit 16 Löchern durchbohrt, deren Durchmesser ungefähr ¾ Mm. betrug, ersetzt wurde. Schliesslich wurden die ersten Versuche ohne Scheibe wiederholt. Die erhaltenen Ausschläge waren folgende:

ohne Scheibe:		mit der Messingscheibe:		mit der Ebonitscheibe:	
Nr. 1	20.0	Nr. 3	26.0	Nr. 7	23.0
„ 2	22.0	„ 4	23.0	„ 8	24.0
„ 11	17.4	„ 5	23.1	„ 9	25.0
„ 12	17.4	„ 6	23.1	„ 10	24.5
Mittel	19.2	Mittel	23.8	Mittel	24.1

Als das Wasser ausströmte, ohne dass eine Scheibe eingesetzt war, flossen 372 Cc. in der Secunde aus, und als die Messingscheibe eingesetzt war, 85 Cc. Die Geschwindigkeit war also in diesem Falle bis auf weniger als ein Viertel von dem, was sie in jenem war, heruntergegangen.

Wir wollen nun dieses Resultat zu erklären suchen, indem wir annehmen, dass die Reibung die wirkliche Ursache der erhaltenen Ströme ist.

Die vorher mitgetheilten Versuche beweisen, dass, wenn die Reibung die rechte Ursache ist, ihr Vermögen, besagte Ströme hervorzurufen, mit abnehmender Geschwindigkeit des Wassers geringer werden muss. Alle vorher angeführten Versuche stimmen darin überein. In den Versuchen mit den Ebonit- und Messingscheiben fiel die Geschwindigkeit des Wassers bis auf weniger als ein Viertel, und man kann daher berechnen, dass von den mit diesen Scheiben erhaltenen Ausschlägen nicht mehr als 4 oder 5 Scalentheile sich von der Reibung des Wassers gegen die Wände der Glasröhre herleiten konnten. Die übrigen 19 bis 20 Scalentheile müssen deshalb durch die Reibung des Wassers gegen die Scheiben entstehen. Aber oben unter 3 wurde ein Versuch angeführt, welcher bewies, dass die Reibung des Wassers gegen Messing keinen electrischen Strom hervorzurufen vermag. Die vorgeschlagene Erklä-

rungsweise führt also zu einem unauflöslichen Widerspruch.

Somit folgt, dass die Reibung des Wassers gegen die Glasröhre nicht die Ursache der beobachteten Ströme sein kann. Die Annahme, dass dieselben zufolge einer Temperaturverschiedenheit zwischen den beiden Polen einen thermoelectrischen Ursprung haben, bedarf gewiss keiner Widerlegung. Man braucht in dieser Hinsicht nur daran zu erinnern, dass dieser Temperaturunterschied nur bis zu einem unbedeutenden Bruchtheile eines Grades steigen kann, während bei manchen von den angestellten Versuchen die electromotorische Kraft grösser als die eines Daniell'schen Elementes war.

Aus dieser Untersuchung über die möglichen Ursachen der Entstehung der fraglichen Ströme muss man den Schluss ziehen, dass dieselben mit der gewöhnlichen Annahme über die Natur der Electricität, nicht erklärt werden können. Ich werde in dem letzten Paragraphen zu zeigen suchen, dass sie dagegen aus der von mir aufgestellten unitarischen Theorie hergeleitet werden können.

§. 9. In dem Vorhergehenden sind folgende Sätze, die fraglichen electrischen Ströme betreffend, experimentell bewiesen worden. I. Die Intensität dieser Ströme nimmt mit der Geschwindigkeit der Flüssigkeit zu; II. Wenn der Widerstand in der Leitung ausserhalb der Glasröhre so gering ist, dass derselbe, im Vergleich mit dem Widerstande in der zwischen den Polen eingeschalteten strömenden Flüssigkeitssäule, vernachlässigt werden kann, so ist die Stromstärke von der Länge und dem Querschnitt der Flüssigkeitssäule unabhängig, insofern die Ausflussgeschwindigkeit dieselbe ist. III. Wenn man verschiedene Widerstände in die Leitung ausserhalb der Glasröhre einschaltet, so wird die Stromstärke der Summe aller Widerstände in der äusseren Leitung und in der strömenden Wassersäule umgekehrt proportional. Aus den Sätzen II und III folgt unmittelbar IV, dass die electromotorische Kraft der Länge der zwischen den Polen eingeschalteten strömenden Flüssig-

keitssäule direct, dem Querschnitt derselben aber umgekehrt proportional ist.

Es hat sich ausserdem gezeigt, dass die electromotorische Kraft von der Beschaffenheit der Flüssigkeit abhängig ist: sie war bei dem destillirten Wasser am grössten und bei der Alkoholmischung und dem Wasserleitungswasser geringer, wobei bemerkt werden kann, dass von den beiden letztgenannten die Alkoholmischung einen grösseren und das Wasserleitungswasser einen geringeren Widerstand als das destillirte Wasser haben. Es scheint also hiernach, als hätte die electromotorische Kraft ihren grössten Werth für einen Leitungswiderstand von einer gewissen Grösse und nähme ab, wenn der Widerstand grösser oder geringer als dieser wird.

Dass die sogenannten Diaphragmenströme denselben Ursprung haben, wie die Ströme, welche in dem Vorausgehenden beschrieben worden, scheint mir nicht dem geringsten Zweifel unterworfen zu sein. Das Diaphragma besteht aus einem System von nebeneinanderliegenden Haarröhrchen, welche an Form und Grösse unter sich verschieden sein können. Wenn die Flüssigkeit durch diese Haarröhrchen gepresst wird, entsteht in jedem von ihnen eine electromotorische Kraft auf dieselbe Weise, wie es sich mit den vorherbeschriebenen Glasröhren von grösseren Dimensionen verhält. Während des Durchströmens der Flüssigkeit kann das Diaphragma also als aus einer Menge galvanischer Elemente bestehend betrachtet werden, deren positive Pole und deren negative Pole alle unter sich verbunden sind. Die electromotorische Kraft in der so gebildeten Kette ist nicht grösser als in einem Haarröhrchen, der Leitungswiderstand in dem ganzen Diaphragma aber viel geringer als in einem Röhrchen allein. Mit Hülfe eines Diaphragmas stellt man diese Erscheinung auf eine sehr complicirte Weise dar; gebraucht man dagegen zu den Versuchen eine einzige Röhre von grösserer Dimension, so hat man der Erscheinung ihre einfachste Form gegeben. Im letzteren Falle muss es

natürlich am leichtesten sein, der rechten Ursache der Erscheinung auf die Spur zu kommen.

Ohne mich auf eine nähere Erläuterung der Diaphragmenströme einzulassen, will ich nur durch ein Beispiel die Anwendbarkeit der oben gefundenen Gesetze auf die Erklärung derselben zeigen.

Wir nehmen an, dass durch ein Diaphragma, welches 1.64 Mm. dick und 25 Mm. im Durchmesser ist, 3.26 Gr. destillirtes Wasser in jeder Minute gepresst werden. Wir denken uns, dass dieses Diaphragma mit 2000 gleich grossen, runden Löchern von 0.01 Mm. Durchmesser versehen ist, die zu den Oberflächen des Diaphragmas senkrecht stehen. Die Länge dieser capillaren Röhren ist dann der Dicke des Diaphragmas oder 1.64 Mm. gleich. Es ist leicht zu berechnen, dass die Geschwindigkeit des Wassers in den Capillarröhren 346 Mm. in der Secunde ausmachen muss, wenn in der Minute 3.26 Gr. durchgepresst werden; und dazu sollte nach Poiseuille's Formel, wenn das Diaphragma aus Glas bestände und das Wasser eine Temperatur von 10 Grad hätte, ein Druck von 1739 Mm. Quecksilber erforderlich sein. Nun kann man fragen, wie gross die electromotorische Kraft in diesem Diaphragma wird, wenn man bei ihrer Berechnung von den oben mitgetheilten experimentellen Bestimmungen für weitere Röhren ausgeht.

In dem oben mitgetheilten Versuche VIII wurden destillirtes Wasser und die Glasröhre Nr. 3, deren Durchmesser 3.25 Mm. war, angewandt. Die Entfernung zwischen den Polen war 140 Mm. Als das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 8.7 M. in der Secunde ausströmte, wurde ein Ausschlag von 13.1 Scalentheilen erhalten. Als der Strom eines Daniell'schen Elementes durch dieselbe Leitungsbahn lief, erhielt man einen Ausschlag, welcher, für die Polarisation corrigirt, 33.64 Scalentheile ausmachte. Hieraus ergibt sich, dass die electromotorische Kraft in dieser Röhre für die genannte Geschwindigkeit sich auf 0.39 eines Daniell'schen Elementes *D* belief. Nach den Ver-

suchen mit destillirtem Wasser sind die Ausschläge den Quadraten der Ausflussgeschwindigkeit des Wassers annähernd proportional, und dasselbe gilt natürlich zugleich von den electromotorischen Kräften. Es ist zwar anzunehmen, dass dieses Gesetz nicht seine Gültigkeit beibehält, wenn die Geschwindigkeiten gering werden, in welchem Falle diese Kräfte sich der Proportionalität mit den Geschwindigkeiten zu nähern scheinen. Wenn wir es indess für die approximative Berechnung gelten lassen, so ergibt sich die electromotorische Kraft x in dem supponirten Diaphragma:

$$x = \frac{0.39 \,.\, 1.64 \,.\, (3.25)^2\, (346)^2\, D}{140\, (0.01)^2\, (8700)^2} = 0.76 \,.\, D.$$

Quincke hat bei einem seiner Versuche ein Diaphragma aus Thon angewandt, welches die angegebenen Dimensionen, 25 Mm. im Durchmesser und 1.64 Mm. in der Dicke, hatte. Mit einem Druck von 1981 Mm. Quecksilber wurden durch dasselbe 3.26 Gr. destillirtes Wasser in der Minute gepresst. Die hierbei entstandene electromotorische Kraft machte 0.7 eines Daniell'schen Elementes aus. Obgleich das von Quincke angewandte Diaphragma ohne Zweifel demjenigen, für welches obenstehende Berechnung ausgeführt worden, in Rücksicht der Form wie auch der Anzahl und Grösse der Capillarröhren sehr unähnlich war, so ist dieses doch kein gültiger Grund für die Annahme, dass die Diaphragmenströme ihrer Natur nach von den Strömen, welche in dem Vorhergehenden beschrieben worden sind, verschieden sein sollten.

§. 10. Wir denken uns, dass wir in eine mit atmosphärischer Luft gefüllte Röhre mit grosser Geschwindigkeit einen Kolben von einer gewissen Länge und aus einem porösen Stoffe schieben, durch welchen die Luft gehen kann, doch so, dass der poröse Stoff dem Durchdringen der Luft einen gewissen Widerstand entgegensetzt. Wenn man nun, während der Kolben in schneller Bewegung ist, die Dichtigkeit der Luft in Durchschnitts-

flächen, welche in verschiedenen Abständen von der vorderen Endfläche des Kolbens gelegen sind, untersucht, so findet man bekanntlich, dass die Dichtigkeit der Luft an der Endfläche des Kolbens, die bei der Bewegung vorangeht, am grössten ist, und dass dieselbe von da abnimmt, je mehr man sich der hinteren Endfläche, wo sie am geringsten ist, nähert. Die Luft wird in der Richtung der Bewegung mitgeschleppt; dadurch entsteht die erwähnte Verschiedenheit in der Dichtigkeit der Luft, und diese Verschiedenheit nimmt so lange zu, bis der Luftstrom, welcher durch die Verschiedenheit des Druckes durch die Poren des Kolbens in einer der Bewegung entgegengesetzten Richtung entstehen sollte, mit dem gleich ist, der durch das Mitschleppen verursacht wird. Nachdem diese Ströme gleich stark geworden, wird das Verhältniss zwischen der Dichtigkeit der Luft in den verschiedenen Theilen des Kolbens nicht verändert, sofern die Geschwindigkeit des Kolbens nicht verändert wird.

Wenn wir das eben Angeführte auf die Erklärung der im Vorhergehenden beschriebenen electrischen Ströme anwenden wollen, so entspricht dem Kolben die strömende Flüssigkeit und der atmosphärischen Luft das electrische Fluidum oder der Aether. Wenn ein electrischer Strom durch die Leitungsdrähte des Galvanometers in der Richtung von dem unteren Poldrahte nach dem oberen laufen können soll, so muss die Dichtigkeit des Aethers bei dem unteren Poldrahte grösser sein als die bei dem oberen. Wenn die erste Dichtigkeit x genannt wird, die letztere x', der Widerstand in der Galvanometerleitung w und die Stromstärke i, so hat man die bekannte Gleichung:

$$\frac{x - x'}{w} = i.$$

Wenn der Widerstand der strömenden Flüssigkeit so gross wäre, dass die Molecüle des Aethers mit den Molecülen der Flüssigkeit als fest verbunden betrachtet werden können, so würde offenbar keine Verschiedenheit in der

Dichtigkeit des Aethers entstehen können. Obgleich der Aether in diesem Falle mit derselben Geschwindigkeit wie die Flüssigkeit ausströmen würde, so würde doch kein Theil dieses Aetherstromes durch die Leitungsdrähte des Galvanometers laufen können, weil dann x gleich x' wäre. Dasselbe würde eintreffen, wenn der Widerstand der Flüssigkeit so unbedeutend wäre, dass sie den Aether in der Richtung der Bewegung durchaus nicht mitzuziehen vermöchte. In diesem Falle würde der Aether ungeachtet der Bewegung der Flüssigkeit in Ruhe verbleiben und seine Dichtigkeit überall gleich gross sein. Der Aetherstrom, welcher durch das Mitschleppen verursacht wird und welcher durch die Galvanometerleitung laufen kann, weil er eine verschiedene Dichtigkeit an den Polen verursacht, muss deshalb durch eine solche Function des Widerstandes und der Geschwindigkeit ausgedrückt werden, dass diese Function Null wird, sowohl wenn der Widerstand Null ist, als auch, wenn er unendlich gross ist. Wenn k den Leitungswiderstand der Flüssigkeit und h deren Geschwindigkeit bezeichnen, so kann die in Rede stehende Function, unter übrigens gleichen Verhältnissen, mit $F(k, h)$ ausgedrückt werden.

Bei der unvollkommenen Kenntniss, welche wir von dem Aether und der molecularen Beschaffenheit der Flüssigkeiten haben, dürfte es nicht möglich sein, die Functionsform auf theoretischem Wege näher zu bestimmen, und die oben mitgetheilten Versuche sind auch nicht für eine solche Bestimmung auf experimentellem Wege hinreichend.

Nachtrag.

Nachdem die vorstehende Abhandlung schon in den Schriften der Schwedischen Akademie der Wissenschaften gedruckt und eine Uebersetzung davon vorbereitet war, erhielt ich das erste Heft von Pogg. Ann. für das Jahr

1877, worin eine Untersuchung über denselben Gegenstand von Hrn. Professor Dorn aufgenommen ist. Ich will deswegen hier dem Obenstehenden folgende Worte hinzufügen.

Die Abhandlung des Hrn. Dorn stimmt mit der vorstehenden darin überein, dass electrische Ströme bei dem Strömen der Flüssigkeiten durch cylindrische Röhren entstehen, auch wenn der Durchmesser derselben mehrere Millimeter ausmacht. Nach früheren Erfahrungen hatte man angenommen, dass zu der Entstehung des electrischen Stromes in diesem Falle ein Diaphragma oder eine zwischen zwei weitere eingesetzte engere Röhre erforderlich wäre. Dieser Umstand war die eigentliche Ursache, dass ich mich bei meiner vorigen Untersuchung für berechtigt hielt, anzunehmen, dass die kleinen Ausschläge, welche ohne Säule entstanden, durch die Polarisation der Poldrähte verursacht wurden.[1])

Hr. Dorn hat ausserdem gezeigt, dass die Stromstärke unverändert bleibt, mag die Glasröhre auf der Innenseite rein oder mit Schwefelkrystallen oder Schellack überzogen sein. Also auch nach der Untersuchung des Hrn. Dorn kann man schwerlich der Ansicht sein, dass diese Ströme sich von der Reibung der Flüssigkeit gegen die Röhrenwände herleiten. Diese Beobachtung stimmt übrigens mit der von mir aufgestellten Ansicht über die Entstehung dieser Ströme überein.

In dem Vorhergehenden ist bewiesen worden, dass die fraglichen Ströme sich von einer electrischen Kraft ausserhalb der Glasröhre nicht herleiten, dass sie durch die Reibung der Flüssigkeit weder gegen die Wände der Röhre noch gegen die Poldrähte verursacht werden, wie auch dass der verschiedene Druck der Flüssigkeit auf die beiden letzteren in dieser Hinsicht keinen Einfluss ausübt. Man muss hieraus den Schluss ziehen, dass die strömende Flüssigkeit das Vermögen hat, das

1) Pogg. Ann. CLVI. p. 271.

electrische Fluidum direct in Bewegung zu setzen, und zwar in derselben Richtung, in welcher die Flüssigkeit strömt. Uebrigens ist es für unsere Betrachtung ganz gleichgültig, wie dieses geschieht. Das Strömen der Flüssigkeit ist demnach die unmittelbare Ursache des electrischen Stromes. Die obenstehenden Beobachtungen zeigen, dass die Geschwindigkeit des electrischen Fluidums mit der Geschwindigkeit des Flüssigkeitsstromes vergrössert wird. Wenn also ein electrischer Strom durch eine Flüssigkeitssäule, welche sich in Ruhe befindet, läuft, so folgt unmittelbar hieraus, dass die Flüssigkeitssäule die Geschwindigkeit des electrischen Fluidums zu vermindern oder seine Bewegung zu hindern sucht, und dass dieses Hinderniss mit der Geschwindigkeit des Fluidums an Grösse zunimmt. Dieses will mit anderen Worten sagen, dass der wirkliche Leitungswiderstand mit der Stromstärke zunimmt. Soviel ich ersehen kann, ist also der aus der Theorie hergeleitete Satz, dass der Widerstand mit der Stromstärke zunimmt, hiermit experimentell bewiesen.

Der Strom, welcher bei den angestellten Versuchen zum Galvanometer übergeht, beruht auf dem Unterschied in den electrischen Tensionen auf den beiden Poldrähten. Wenn dieser Unterschied gleich Null ist, so ist der fragliche Strom auch gleich Null. Wie oben gezeigt wurde, ist dieser Tensionsunterschied eine solche Function des Widerstandes, dass diese Function sich Null nähert, wenn der Widerstand sehr gering und wenn derselbe sehr gross ist. Möglicherweise kann er auch auf irgend einer anderen molecularen Eigenschaft der angewendeten Flüssigkeit beruhen. Der Strom, welcher bei Hrn. Dorn's und meinen Versuchen zum Galvanometer ging, müsste also für Flüssigkeiten mit relativ geringem Widerstande klein werden, dann steigen und sein Maximum erreichen, wenn der Widerstand zunimmt, und schliesslich abnehmen, wenn der Widerstand noch mehr zunimmt. Dieses wird auch

durch die angestellten Beobachtungen völlig bestätigt. Bei meiner Herleitung der theoretischen Formel für die Diaphragmenströme ist der Umstand, dass der genannte Tensionsunterschied in der soeben erwähnten Weise von dem Widerstande abhängig ist, übersehen worden.[1]) Zu der Zeit fanden sich auch keine Beobachtungen vor, die die Aufmerksamkeit darauf hinlenken konnten. Beachtet man dieses, so stimmen Theorie und Erfahrung miteinander vollkommen überein.

Als absoluter Alkohol durch die Röhre strömte, fand Hr. Dorn, dass der electrische Strom durch das Galvanometer in entgegengesetzter Richtung lief, wie bei Anwendung der übrigen Flüssigkeiten. Man darf daraus indess keineswegs schliessen, dass der strömende Alkohol das electrische Fluidum in entgegengesetzter Richtung gegen seine eigene Bewegungsrichtung zu führen sucht. Diese Ausnahme kann dadurch erklärt werden, dass die Dichtigkeit des electrischen Fluidums für diese Flüssigkeit auf dem oberen Poldrahte grösser wird als auf dem unteren, obschon der electrische Strom in der Röhre selbst in derselben Richtung, wie die ausströmende Flüssigkeit, läuft. Auf welchen molecularen Eigenschaften der Flüssigkeit dieses beruhen kann, dürfte, solange unsere Kenntniss der Erscheinung so unvollkommen ist, unmöglich zu bestimmen sein.

II. *Zur Metallreflexion; von Prof. F. Eisenlohr.*

In einer der Berliner Akademie vorgetragenen Abhandlung[2]) hat Hr. Wernicke die Brechungsexponenten undurchsichtiger Körper auf einem ganz neuen Wege zu

---

1) Théorie des phénomènes électriques, p. 58.

2) Berl. Monatsber. Nov. 1874. Pogg. Ann. CLV. p. 87.

bestimmen gesucht, und ist dadurch auf Werthe gekommen, welche für Silber zwischen 3 und 5 liegen, während die von mir und anderen nach der Theorie von Cauchy aus den Versuchen von Jamin abgeleiteten Werthe für die von Cauchy durch $\vartheta \cos \varepsilon$, von Wernicke mit dem Namen des Brechungsindex bezeichnete Grösse für Silber zwischen $^1/_4$ und $^1/_5$ liegen. In einer späteren Mittheilung[1]) sucht er zunächst die Nichtübereinstimmung seiner Versuche mit der Theorie von Cauchy daher zu leiten, dass Cauchy die longitudinalen Schwingungen vernachlässigt habe; und behauptet, dass bei Berücksichtigung derselben sich sehr grosse Brechungsindices ergeben. Endlich leitet er aus der Interferenz des an der Vorder- und Hinterfläche eines dünnen, theilweise mit Silber belegten, Glasplättchens senkrecht gespiegelten Lichtes Werthe für die Summe der Quadrate des Brechungs- und Extinctionsindex (ϑ^2 bei Cauchy) ab, welche nicht viel von 1 verschieden sind, und schliesst daraus, dass auch diese Werthe mit den nach Cauchy abgeleiteten nicht übereinstimmen, auf die völlige Unhaltbarkeit der Theorie desselben. Freilich gaben die jüngst mitgetheilten Versuche Wernicke's[2]) über die Absorption des Lichtes in Silber eine solche Uebereinstimmung mit den Resultaten der nach Cauchy's Theorie berechneten Versuche Jamin's, dass, wie der Verfasser sagt, „man in Versuchung geführt werden könnte, darin eine Stütze der Cauchy'schen Formeln zu finden."

Zunächst ist zu bemerken, dass für die senkrechte Incidenz die longitudinalen Schwingungen nicht in Betracht kommen, dass also hier die etwaige Verschiedenheit der vollständigen Formeln von denen Cauchy's gar nicht zu berücksichtigen war. Ausserdem scheint aber der Widerspruch zwischen den Resultaten der verschiedenen Versuche und der Theorie nicht auf einem Mangel der letzteren, sondern auf dem vollständigen Missverständnisse dersel-

1) Berl. Monatsber. Pogg. Ann. CLIX. p. 198.
2) Berl. Monatsber. Febr. 1876. Pogg. Ann. Erg. Bd. VIII. p. 65.

ben Seitens Hrn. Wernicke's zu beruhen. Was zunächst die in dem ersterwähnten Aufsatze mitgetheilten Versuche betrifft, so wird der Logarithme des Verhältnisses der Auslöschung des Lichtes in verschieden dicken Schichten von Silber als Maasstab der geometrischen Abnahme des Lichtes für eine bestimmte Dicke benutzt, was wohl zulässig ist, wenn auch das erhaltene Resultat keine grosse Genauigkeit haben kann. Dann aber soll aus der Vergleichung der Abnahme bei senkrechter und geneigter Incidenz die Richtung des Lichtstrahls im Metalle und daraus der Brechungsexponent abgeleitet werden. Es beruht diese Ableitung auf dem Irrthum, dass durch Ausbreitung der Aethererschütterung von den Theilchen der Grenzfläche aus in das absorbirende Medium eine ebene Lichtwelle derselben Art zu Stande komme, wie in durchsichtigen Körpern, und dass die Länge des Weges, welche die Absorption bedingen soll, wie dort dem Cosinus eines Winkels proportional ist, dessen Sinus nach bekannten Gesetzen den Brechungsexponenten ergibt.

Eine einfache Erwägung zeigt jedoch, dass die Absorption nach der Theorie von Cauchy daraus abgeleitet werden kann, dass beim Durchgange des Lichtes durch durchsichtige Medien von der Dicke d eine Verzögerung der Phase von $\frac{2\pi d \cos\alpha'}{\lambda'}$ eintritt, wenn λ' die Wellenlänge und α' der Winkel des Lichtstrahls mit der Normale in dem Medium ist; was darauf hinauskommt, den Ausdruck für die Amplitude mit $e^{\frac{2\pi d \cos\alpha' i}{\lambda'}}$ zu multipliciren und den reellen Theil allein zu berücksichtigen. Ist das Medium ein absorbirendes, so genügt man offenbar den Grenzbedingungen ebenso gut durch Einführung eines complexen Brechungsindex $\vartheta e^{\varepsilon i}$, welcher ausdrückt, dass sich die Erschütterung im Metall mit einer Geschwindigkeit ausbreitet, welche sich zu der im leeren Raume wie 1 zu $\vartheta \cos\varepsilon$ verhält, und zugleich auf die Länge λ der Welle im leeren Raume in dem Verhältniss von $e^{-2\pi\vartheta\sin\varepsilon}$ abnimmt. Setzt

man die daraus abgeleiteten Werthe für $\cos \alpha'$ und λ' in in den obigen Ausdruck $e^{\frac{2\pi d \cos \alpha' i}{\lambda'}}$, so besteht der reelle Theil desselben erstens aus einem Theile, der eine Aenderung der Phase andeutet, welche hier nicht in Betracht kommt, zweitens aus einem die Absorption ausdrückenden Factor $e^{-\frac{2\pi d c \vartheta \sin(\varepsilon + u)}{\lambda}}$, wo, wie in meinem früheren Aufsatze über Metallreflexion[1]) c und u aus den Constanten ϑ und ε durch die Gleichungen:

$$c^2 \vartheta^2 \cos 2(\varepsilon + u) = \vartheta^2 \cos 2\varepsilon - \sin^2 \alpha$$
$$c^2 \vartheta^2 \sin 2(\varepsilon + u) = \vartheta^2 \sin 2\varepsilon$$

abgeleitet werden, α aber der Einfallswinkel des Lichtes ist. Hiernach wären die Versuche zu berechnen, mit Hülfe der am Schlusse des Aufsatzes gegebenen Tabelle für ϑ und ε[2]), soweit sich dieselbe auf dieselben Theile des Spectrums bezieht, wie die Versuche Wernicke's.

Man findet für:

	Senkr. Incidenz	Incidenz von 60°		Senkr. Incidenz	Incidenz von 80°	
		beob.	ber.		beob.	ber.
Linie C	287	281	277	672	663	661
D	275	265	264	659	650	644
E	272	267	257	643	637	625
F	273	260	250	642	636	618
G	260	245	226	670	615	593

1) Pogg. Ann. CIV. p. 370.

2) Diese Tabelle mag zugleich als eine Berichtigung der früher a. a. O. gegebenen Tabelle dienen, welche dadurch fehlerhaft wurde, dass ich, irregeführt durch die etwas unklare Bezeichnung Jamin's in seinem Aufsatz Ann. de chim. et d. phys. (3) XXII. p. 317 das von diesem angegebene Verhältniss der Amplituden nach zweimaliger Reflexion für das nach einmaliger Reflexion hielt. Dass die erstere Auffassung die richtige ist, ergibt sich aus der von ihm selbst in einem früheren Aufsatze Ann. d. chim. et d. phys. (3) XIX. p. 304 berechneten Werthe von ε. Die Buchstaben haben dieselbe Bedeutung wie in der früheren Tabelle, Pogg. Ann. CIV. p. 375.

Es sind hier allerdings constante Differenzen, welche ich auf einen constanten Fehler zurückführen zu können glaube. Es ist aber nicht nöthig hierauf näher einzugehen, da Hr. Wernicke selbst von den hier beobachteten Unterschieden der Absorption sagt, dass sie innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen, und nur deshalb das Resultat seiner Versuche so sehr betont, weil nach seiner Meinung die aus der Cauchy'schen Theorie abgeleiteten Werthe 50mal so gross hätten sein müssen, als die von ihm beobachteten. Die Grösse, welche Hr. Wernicke aus seinen Versuchen ableitet, ist nicht, wie er glaubt, gleich dem Brechungsexponenten $\vartheta \cos \varepsilon$, sondern, wenn das sehr kleine Quadrat von $\cos \varepsilon$ vernachlässigt wird, nahezu gleich $\sqrt{\vartheta^2 + \sin^2 \alpha}$; und, so aufgefasst, können seine Versuche, wenn man die grosse Unsicherheit der aus je vier Versuchen abgeleiteten Verhältnisszahlen berücksichtigt, eher als eine Bestätigung der Cauchy'schen Theorie und der Werthe für die Constanten der Reflexion des Silbers angesehen werden, denn als eine Widerlegung. Uebrigens haben jene Werthe für die Constanten bekanntlich durch die Versuche Quincke's nach den Berechnungen von Jochmann eine Bestätigung erhalten.

Was nun die Versuche über die Interferenz des aus Glas an Metall und Luft reflectirten Lichtes betrifft, so ergeben dieselben nicht, wie Hr. Wernicke glaubt, dass die Summe der Quadrate des Brechungs- und Extinctionsindex (nach Cauchy ϑ^2) wenig von 1 abweicht, sondern nur, dass sie wenig von dem Quadrate des Brechungsindex des Glases verschieden ist.

Ich habe jene Versuche berechnet mit den erwähnten Constanten für Silber und mit Zugrundelegung des sehr niederen Werthes 1.48 für den Brechungsindex der von Hrn. Wernicke benutzten Glaslamelle, der in der Abhandlung beiläufig angeführt wird, ohne dass man erkennen kann, ob er auf besonderer Messung beruht; und habe allerdings etwas verschiedene Werthe erhalten. Doch

scheint die Verschiedenheit durchaus nicht genügend, um gegen die Theorie von Cauchy zu entscheiden.

Während die von Wernicke beobachtete Verschiebung der Fransen unregelmässig zwischen 0.23 bis 0.29 einer Fransenbreite schwankt, ergibt die Berechnung eine Verschiebung, welche vom äussersten Roth bis zum äussersten Violett von 0.38 bis 0.27 abnimmt. Könnte man einen höheren Brechungsexponenten der Glaslamelle als 1.48 annehmen, so würden die Werthe erniedrigt werden.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich davor warnen, zu grosses Gewicht auf die Messung des Brechungsexponenten durch die kleinste Ablenkung des Lichtes in Prismen aus absorbirenden Medien zu legen; wie bei den Versuchen von Christiansen.[1]) Zunächst kommt hinter einem solchen Prisma keine regelmässige Wellenebene zu Stande, und es müsste das beobachtende Auge oder Fernrohr sehr nahe an das Prisma gebracht werden. Unter dieser Voraussetzung erhält man nach der gewöhnlichen für durchsichtige Mittel geltenden Berechnung, Werthe, welche nicht genau gleich $\vartheta \cos \varepsilon$ sind, sondern für kleine brechende Winkel D gleich:

$$\vartheta \cos \varepsilon \left(1 - \frac{D^2[(1+\vartheta)^2 - \cos^2 \varepsilon\,(7\vartheta^2+1) + \cos^4 \varepsilon\,(5\vartheta^2 - \vartheta^4)]}{8 \cos^2 \varepsilon\,(\vartheta^2-1)^2}\right).$$

Was endlich die von Hrn. Wernicke erwähnten Einwürfe Strutt's gegen die Berechnung der Versuche Jamin's betrifft; so verhält sich die Sache so, dass Strutt nicht diese Berechnung angreift, vielmehr selbst zugibt, dass man nach der Theorie Cauchy's aus den Versuchen von Jamin mit Nothwendigkeit zu den Werthen von ϑ und ε gelangt, sondern dass er, weil die erhaltenen negativen Werthe von $\vartheta^2 \cos 2\varepsilon$ im Widerspruch mit der von Strutt aufgestellten Differentialgleichung stehen, die ganze Theorie als gescheitert ansieht. Hierzu ist zu bemerken, dass die Versuche von Jamin und ebenso die früheren Versuche Brewster's für alle Metalle negative

1) Pogg. Ann. CXLIII. p. 250.

		Aeusserstes Roth	Mittleres Roth	Orange	Linie D	Gelb	Linie E	Linie Eb	Linie F	Blau	Indigo	Linie H	Violett	Aeusserst. Violett
Silber	A	75°45′	75° 0	72°48′	72°30′	72°15′	71°30′	—	69°34′	68°11′	67°30′	66°12′	—	65° 0′
	H	43 18	42 59	42 41	42 34	42 38	42 39	—	42 22	42 27	42 27	42 24	—	42 23
	ε	86 22	85 40	84 53	84 36	84 44	84 43	—	83 54	83 55	83 50	83 34	—	83 18
	tg ϑ	0.5673	0.5409	0.4678	0.4583	0.4504	0.4271	—	0.3688	0.3282	0.3084	0.2710	—	0.2366
Glockengut	A	75°16′	74°15′	74° 5′	73°28′	73°22	72°20′	71°33′	71°21′	70°47′	70° 1	70° 2′	70°11′	69°31′
	H	36 54	36 32	36 28	36 20	36 9	34 38	34 24	33 40	33 21	33 18	33 18	32 46	32 35
	ε	72 41	71 43	71 31	71 3	70 42	67 12	66 28	64 48	63 58	63 35	63 36	62 30	61 51
	tg ϑ	0.5527	0.5185	0.5130	0.4931	0.4901	0.4593	0.4359	0.4310	0.4149	0.3930	0.3934	0.3986	0.3802
Stahl	A	77°52′	77° 4	76°37′	76°40′	76°26′	75°47′	75°41′	75° 8′	75°23′	74°51′	74°32′	74° 3′	73°19
	H	28 26	28 33	28 36	28 47	28 49	29 19	29 20	30 2	30 31	30 51	31 11	31 24	31 55
	ε	55 37	55 41	55 41	56 5	56 5	56 57	56 57	58 16	59 20	59 53	60 29	60 48	61 41
	tg ϑ	0.6402	0.6233	0.6068	0,6084	0.6000	0.5766	0.5732	0.5538	0.5618	0.5436	0.5328	0.5167	0.4930
Zink	A	75°45′	75°11′	74°54′	74°27′	73°43′	73°28′	73°14′	72°32′	71°45′	71°24′	71°18′	70°49′	70° 4′
	H	28 2	29 3	29 53	30 13	31 6	31 55	32 17	32 55	33 28	34 13	34 30	34 50	35 11
	ε	54 19	56 15	57 53	58 28	60 5	61 45	62 27	63 34	64 30	66 1	66 37	67 11	67 44
	tg ϑ	0.5767	0.5565	0.5462	0.5311	0.5066	0.4977	0.4900	0.4676	0.4382	0.4317	0.4283	0.4136	0.3913
Spiegel-alliage	A	76°45′	76°14′	74°36′	74° 7′	73°36′	73°35′	73°27′	73° 4′	72° 1′	71°22′	71°56′	71°22′	70°42′
	H	36 48	36 27	35 40	35 43	35 37	34 51	34 56	35 5	35 40	36 4	36 6	36 4	36 23
	ε	72 43	71 53	69 56	69 57	69 37	67 58	68 7	68 20	69 20	70 2	70 16	70 2	70 34
	tg ϑ	0.6061	0.5872	0.5308	0.5000	0.4980	0.4982	0.4934	0.4816	0.4484	0.4283	0.4454	0.4283	0.4081

		Roth	Orange	Gelb	Grün	Blau	Indigo	Violett
Kupfer	A	71°21′	70° 0′	69° 3′	68°44′	67°49′	67°30′	66°56′
	H	36 18	34 56	32 24	29 46	28 54	28 37	28 8
	ε	70 34	67 8	61 16	55 28	53 11	52 28	51 9
	tg ϑ	0.4275	0.3898	0.3676	0.3648	0.3407	0.3354	0.3224
Messing	A	71°31′	70°27′	69°38′	68°19′	66°11′	65°35′	64°16′
	H	37 2	36 42	36 20	35 31	33 20	31 4	29 25
	ε	72 13	71 11	70 9	67 52	62 1	56 41	52 20
	tg ϑ	0 4317	0.4003	0.3770	0.3411	0.2882	0.2794	0.2525

Werthe von $\vartheta^2 \cos 2\varepsilon$ geben, dass jedoch die Form der Differentialgleichung Strutt's, mit welcher dies im Widerspruche steht, nur hypothetisch ist, und andere Formen recht wohl negative Werthe von $\vartheta^2 \cos 2\varepsilon$ zulassen, wie z. B. Helmholtz[1]) bei Entwickelung seiner Theorie der anomalen Dispersion auch negative Werthe dieser Grösse, bei ihm F, in Betracht zieht.

III. *Beiträge zu einer endgültigen Feststellung der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes; von E. Ketteler.*

Unter vorstehender Ueberschrift veröffentliche ich einem in drei Theile zerfallenden Aufsatz, welcher ebenso, wie die beiden vorhergehenden,[2]) von der Annahme eines Zusammenschwingens der Aether- und Körpertheilchen ausgeht. Bekanntlich steht das Problem der Feststellung der Schwingungsebene historisch wie sachlich in der innigsten Beziehung zur Reflexionstheorie. Es sollen daher zunächst die sogenannten Grenzbedingungen für den Uebergang des Lichtes in doppelt brechende, metallische und bewegte durchsichtige Mittel auf einheitliche Gesichtspunkte zurückgeführt und in ihrem Verhältniss zu einander beleuchtet werden. Lässt sich möglicherweise bei dieser Untersuchung zweien dieser Gleichungen eine solche Form geben, dass sie von den Anhängern der Neumann'schen wie Fresnel'schen Anschauung mit der gleichen zwingenden Nothwendigkeit hingenommen werden müssen, so erledigt sich durch einfache Ziehung der Consequenzen auch die zur Lösung gestellte Hauptfrage, und das um so leichter, wenn diese

1) Monatsber. Oct. 74. Pogg. Ann. CLIV. p. 582.
2) Pogg. Ann. CLX. p. 466 und Erg. Bd. VIII. p. 444.

durch die vorangegangene Erörterung vor möglichen Zweideutigkeiten und Missverständnissen gesichert ist.

Wir behandeln stets ausführlich den Fall, dass das Licht aus dem Weltäther als erstem Mittel in eines der erwähnten als zweites Mittel übergeht, werden aber immer auch über den umgekehrten Gang, dessen Bedeutung nicht unterschätzt werden darf, das Nothwendige hinzufügen.

1. Das anisotrope Mittel.

Um in einfacher Weise zu den verhältnissmässig schwierigen Verhältnissen der anisotropen Mittel überleiten zu können, lassen wir die Formulirung derjenigen Grundsätze, welche für (ruhende) isotrope Mittel maassgebend sind, vorangehen. Wir bezeichnen dieselben kurz als das Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte oder der Schwingungsarbeit, das Princip der Gleichheit der Deformation und der Gleichheit der Kraft senkrecht zur Trennungsfläche und das Princip der Continuität der Aethergeschwindigkeit parallel derselben.

Ia. Das Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte der Körper- und Aethertheilchen. Da dasselbe für unsere ganze Auffassung charakteristisch ist, so stellen wir es im Gegensatz zu den bisherigen Aethertheorien, die dasselbe womöglich zu umgehen suchen, geradezu an die Spitze. Man kann dasselbe entweder auf die Theilchen der Grenzschicht oder auf das Innere des Mittels beziehen. Im ersteren Fall heissen ϱ_E, ϱ_R, ϱ_D; ϱ'_E, ϱ'_R, ϱ'_D die Ausschläge eines Aether- resp. Körpertheilchens von der Lage (x, y, z) der einfallenden, reflectirten und durchgehenden Welle, dieselben auf ein Coordinatensystem bezogen, dessen Z-Axe in die Richtung des Einfallslothes fällt, dessen Y-Axe auf der Einfallsebene senkrecht steht, und dessen X-Axe folglich die Schnittlinie der Einfalls- und Trennungsebene ist. Versteht man daher unter α den Einfalls-, Spiegelungs- und Brechungswinkel und unter A, A' die zugehörige Amplitude, so schreibt sich für den Ausschlag allgemein:

(1) $$\frac{\varrho}{A} = \frac{\varrho'}{A'} = \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta + \frac{z \cos\alpha + x \sin\alpha}{\lambda}\right),$$

wo noch T die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge und θ eine allen gemeinsame Constante bedeutet.

Dies vorausgesetzt, erhält das Princip der lebendigen Kräfte ohne Weiteres die Form:

$$M\left[\left(\frac{d\varrho_E}{dt}\right)^2 - \left(\frac{d\varrho_R}{dt}\right)^2\right] = M_D\left(\frac{d\varrho_D}{dt}\right)^2 + \Sigma M'_D\left(\frac{d\varrho'_D}{dt}\right)^2 \quad \Big\} z = 0,$$

wo sich die M auf die Aethertheilchen, die M' auf die Körpertheilchen beziehen, und wo die ersteren den sogenannten optisch äquivalenten, d. h. den von den Wellen in gleichen Zeiten durchlaufenen Räumen proportional sind.

Da diese Gleichung für alle Raumelemente von der Lage $z = o$ erfüllt ist, so zerfällt sie in die beiden folgenden:

(2) $$\frac{\sin\alpha_E}{\lambda_E} = \frac{\sin\alpha_R}{\lambda_R} = \frac{\sin\alpha_D}{\lambda_D}$$
$$M(A_E^2 - A_R^2) = M_D A_D^2 + \Sigma M'_D A'_D{}^2,$$

von welchen die erstere den Spiegelungswinkel $\alpha_R = 180^0 - \alpha_E$ ergibt.

Die letztere, in welcher wegen der vorausgesetzten Ruhe des Mittels die Geschwindigkeitsamplituden $\frac{2\pi A}{T}$ den Ausschlagsamplituden A proportional sind, erhält man in vielleicht correcterer Weise, wenn man das in Rede stehende Princip auf das Innere der beiden Mittel bezieht. Man integrirt dann entweder die lebendigen Kräfte, die durch einen beliebigen, unendlich dünnen, aber äquivalent genommenen Querschnitt (Q) der drei Wellen während der Zeiteinheit ($m\,T = 1$) hindurchgehen, oder man summirt die seitens der Quelle geleisteten Arbeiten, wie sie sich in einem bestimmten Augenblick auf den drei Wellen zwischen je zwei gleichen Schwingungszuständen, also auf

der bezüglichen Länge derselben, vorfinden. Diesem Verfahren entsprechen die resp. Beziehungen:

$$M(A_E^2 - A_R^2) \int_t^{t+mT} \sin^2 2\pi \left(\frac{t'}{T} + \frac{\delta}{\lambda}\right) dt$$

$$= (M_D A_D^2 + \Sigma M'_D A'^2_D) \int_t^{t+mT} \sin^2 2\pi \left(\frac{t'}{T} + \frac{\delta_D}{\lambda_D}\right) dt$$

$$Q(A_E^2 - A_R^2) \int_\delta^{\delta+m\lambda} \sin^2 2\pi \left(\frac{t'}{T} + \frac{\delta}{\lambda}\right) d\delta$$

$$= Q_D \left(A_D^2 + \Sigma \frac{M'_D}{M_D} A'^2_D\right) \int_\delta^{\delta+m\lambda_D} \sin^2 2\pi \left(\frac{t'}{T} + \frac{\delta_D}{\lambda_D}\right) d\delta.$$

Mit vorstehendem Grundsatz der Sache nach identisch ist der folgende:

Ib. Das Princip der Erhaltung der Schwingungsarbeit. Obwohl unserer Voraussetzung zufolge blos der Aether diese Arbeit leistet, so lässt sich dasselbe doch, entsprechend der ersten der beiden Grundgleichungen der Dispersion[1]), in doppelter Weise formuliren. Man erhält nämlich einmal bei Einführung der beschleunigenden Kräfte der Aether- und Körpertheilchen:

$$M\left[\frac{d^2 \varrho_E}{dt^2} dA_E - \frac{d^2 \varrho_R}{dt^2} dA_R\right] = M_D \frac{d^2 \varrho_D}{dt^2} dA_D + \Sigma M'_D \frac{d^2 \varrho'_D}{dt^2} dA'_D.$$

Und sodann bei Einführung der bewegenden Kräfte des Aethers:

$$M\left[\left(\frac{d^2 \varrho}{dz^2} + \frac{d^2 \varrho}{dy^2} + \frac{d^2 \varrho}{dx^2}\right)_E dA_E - \left(\frac{d^2 \varrho}{dz^2} + \frac{d^2 \varrho}{dy^2} + \frac{d^2 \varrho}{dx^2}\right)_R dA_R\right]$$

$$= M_D \left(\frac{d^2 \varrho}{dz^2} + \frac{dy^2}{d^2 \varrho} + \frac{d^2 \varrho}{dx^2}\right)_D dA_D.$$

Beide sind natürlich auf die Fläche $z = o$ zu beziehen,

1) Pogg. Ann. CLX. p. 466.

und haben darin die M die frühere Bedeutung. Die unendlich kleinen Wegestrecken dA sind den Amplituden A proportional.

Setzt man jetzt in Gl. 2 den aus Gl. IV der eben citirten Abhandlung sich ergebenden Ausdruck für die sogenannte brechende Kraft, nämlich:

$$n^2 - 1 = \frac{\Sigma M' A'^2}{M A^2} \tag{3}$$

ein, und beachtet, dass:

$$M : M_D = Q\lambda : Q_D \lambda_D = \sin\alpha \cos\alpha : \sin\alpha_D \cos\alpha_D,$$

so erhalten dieselben definitiv die Formen:

$$\begin{aligned} M(A_E^2 - A_R^2) &= M_D A_D^2 n^2, \\ (A_E^2 - A_R^2)\cos e &= A_D^2 n \cos r, \end{aligned} \tag{4}$$

wenn nämlich fortan $\alpha_E = e$, $\alpha_D = r$ geschrieben wird.

2. Dem behandelten, mehr allgemeinen Grundsatze ordnen sich nun die beiden folgenden als eigentliche Grenzbedingungen zu.

IIa. Das Princip der Gleichheit der elastischen Deformation des Aethers. Sofern die Uebertragung der lebendigen Kraft der einfallenden Welle durch Vermittelung der Elasticität des Aethers geschieht, so muss auch die Deformation desselben zu beiden Seiten der Grenzfläche gleich sein. Zerlegt man daher die Ausschläge ϱ nach den Axen in die Componenten ξ, η, ζ, so führt dieser Grundsatz, entsprechend den drei Coordinaten-Ebenen, zu drei verschiedenen Gleichungen. Dieselben sind für die ZY- und ZX-Ebene:

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy}\right)_E + \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy}\right)_R &= \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy}\right)_D \\ \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx}\right)_E + \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx}\right)_R &= \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx}\right)_D \end{aligned}\right\} z = o$$

Nennt man ferner die Amplitude senkrecht zur Einfallsebene A^s, die in der Einfallsebene A^p, so dass allgemein:

(5) $$A_\xi = A^p \cos\alpha\,, \quad A_\zeta = A^p \sin\alpha\,, \quad A_\eta = A^s,$$

und führt die vorgeschriebenen Differentiationen aus, so erhält man:

(6) $$\begin{aligned} (A^s_E - A^s_R)\frac{\cos e}{\lambda} &= A^s_D \frac{\cos r}{\lambda_D} \\ (A^p_E \pm A^p_R)\,\frac{1}{\lambda} &= A^p_D \frac{1}{\lambda_D}\,. \end{aligned}$$

Eine gleiche Behandlung der auf die mit der Trennungsebene zusammenfallende dritte Coordinatenebene bezüglichen Deformationsgleichung würde zum bereits durch Gl. (2) bekannten Spiegelungs- und Brechungsgesetz zurückführen, sie darf daher von vornherein fortgelassen werden.

Hingegen schreibt sich, sofern der Differentialquotient von ζ nach y gleich Null ist, die erste der Deformationsgleichungen auch so:

$$\frac{d\eta_E}{dz} + \frac{d\eta_R}{dz} = \frac{d\eta_D}{dz}$$

und fällt in dieser Form mit einer bekannten Cauchy'schen Continuitätsgleichung zusammen. Jene Gleichungen sind übrigens bereits von Green, welcher die Elasticität in den verschiedenen Mitteln verschieden nimmt, als eine Art von Näherungsformeln aufgestellt und zur weiteren Rechnung benutzt worden. Zu streng richtigen Sätzen werden sie erst durch unsere Vorstellungsweise emporgehoben. Insbesondere lässt sich der Inhalt der zweiten der aus ihnen abgeleiteten Gl. (6) noch zurückzuführen auf ein:

IIb. Princip der Gleichheit der bewegenden Kräfte senkrecht zur Trennungsfläche. Während nämlich Neumann die normalen wie die parallelen Componenten in gleicher Weise continuirlich verfliessen lässt, sind wir dagegen genöthigt, für die ersteren beiderseits der Trennungsfläche eine gleiche bewegende Kraft in Anspruch zu nehmen. Man hat so:

$$\left(\frac{d^2\zeta}{dz^2}+\frac{d^2\zeta}{dx^2}\right)_E+\left(\frac{d^2\zeta}{dz^2}+\frac{d\zeta^2}{dx^2}\right)_R=\left(\frac{d^2\zeta}{dz^2}+\frac{d^2\zeta}{dx^2}\right)_D.$$

Sind aber die bewegenden Kräfte gleich, so wird auch seitens der Aethertheilchen der Grenzschicht, wenn sie bald in das eine, bald in das andere Mittel hineinschwingen, beiderseits gleicher Widerstand überwunden und somit auch gleiche Arbeit geleistet. Ich habe daher gegenwärtigen Grundsatz in meiner Abhandlung: „Versuch einer Theorie“[1]) als den der Gleichheit der Arbeit senkrecht zur Trennungsfläche zu deduciren gesucht.

III. Das Princip der Continuität des Aethers parallel der Trennungsfläche. Sowie den vorstehenden Grundsätzen eine lediglich mechanische Bedeutung zukommt, so geben wir ebenso auch diesem dritten im allgemeinen eine mehr mechanische als geometrische Deutung. Wir denken uns daher die Continuität nicht auf die Grösse des Ausschlags, sondern auf die Wucht, mit der die Theilchen oscilliren, d. h. auf die Ausschlagsgeschwindigkeit ausgedehnt. Wie vorhin erhält man für die Componenten parallel der Y-Axe und der X-Axe zwei verschiedene Gleichungen, nämlich:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\eta_E}{dt}+\frac{d\eta_R}{dt}=\frac{d\eta_D}{dt}\\ \frac{d\xi_E}{dt}+\frac{d\xi_R}{dt}=\frac{d\xi_D}{dt}\end{aligned}\right\}z=0.$$

Oder schliesslich:

$$(7)\qquad \begin{gathered}A_E^s+A_R^s=A_D^s\\ (A_E^p\mp A_R^p)\cos e=A_D^p\cos r.\end{gathered}$$

3. Die vier Gleichungen (6) und (7) genügen zur Berechnung der unbekannten Amplituden. Was insbesondere die reflectirte Welle betrifft, so findet man:

1) Verhandl. des naturhist. Vereins für Rheinland-Westphalen. Jhrg. 1876. — Carl Repert. XII.

$$A^s = -\frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)} A_E, \qquad A^p = +\frac{\operatorname{tg}(e-r)}{\operatorname{tg}(e+r)} A_E,$$

und da die entsprechende Schwingungsbewegung für $e=o$ in beiden Fällen identisch werden muss, so hat man zu setzen:

$$\varrho^s = -\frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)} \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \theta + \frac{\delta}{\lambda}\right)$$

$$\varrho^p = \frac{\operatorname{tg}(e-r)}{\operatorname{tg}(e+r)} \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \theta + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{2}\right),$$

also im letzteren Falle eine Phasenänderung π eintreten zu lassen, d. h. für A_R^p das entgegengesetzte (untere) Vorzeichen zu nehmen.

Heisst nunmehr für die resultirenden Strahlen der Azimuthalwinkel zwischen Schwingungsebene und Einfallsebene ϑ, so hat man für dieselben:

(8)
$$\varrho^s = \varrho \sin\vartheta, \qquad \varrho^p = \varrho \cos\vartheta$$
$$A^s = A \sin\vartheta, \qquad A^p = A \cos\vartheta.$$

Wenn übrigens Green und Cauchy die vorstehenden Gleichungen (7) durch Aufnahme von Longitudinalschwingungen erweitern, und wenn man andererseits versucht sein könnte, die zweite derselben etwa durch die folgenden:

$$\Sigma\frac{d\zeta}{dz} = \frac{d\zeta_D}{dz}, \qquad \Sigma\frac{d\xi}{dz} = \frac{d\xi_D}{dz}$$

zu ersetzen, so ist sofort zu bemerken, dass bisher die Ausnutzung der Longitudinalstrahlen zu einer thatsächlich haltbaren Begründung der elliptischen Polarisation der durchsichtigen Mittel nicht geführt hat, und dass, abgesehen hiervon, die gleich zu behandelnden anisotropen Mittel jede andere Form als die der einfachen Continuitätsgleichungen unmöglich machen.

Hingegen darf man unbedenklich der ersteren Gleichung als einer Continuitätsgleichung der senkrecht zur Einfallsebene erfolgenden Ausschlagsgeschwindigkeiten eine solche für die Ausschläge selbst coordiniren, so dass für

bewegte Mittel, für welche beide nicht vonvornherein zusammenfallen, auch die beiden folgenden Beziehungen:

$$\left.\begin{array}{l} \eta_E + \eta_R = \eta_D \\ \frac{d\eta_E}{dt} + \frac{d\eta_R}{dt} = \frac{d\eta_D}{dt} \end{array}\right\} z = 0$$

zum Ziele führen werden. Vergl. darüber den dritten Theil dieses Aufsatzes.

Multiplicirt man die Gleichungen (6), (7) paarweise mit einander und addirt die entstehenden Produkte, so erhält man die Gleichung (4) zurück, so dass die sämmtlichen von uns aufgestellten Beziehungen ein mit einander verträgliches System bilden. Man könnte eine dieser Gleichungen oder in Anbetracht der Spaltbarkeit der Gleichung der lebendigen Kräfte sogar zwei derselben für überflüssig erachten, indess lassen wir uns die auf diesem Gebiete so nothwendige Controle gern gefallen. Schreitet man in der That von den isotropen ruhenden Mitteln zu bewegten und zu anisotropen Mitteln fort, so verlieren die einzelnen Grenzprincipien sofort ihre scheinbar gleiche Evidenz, und insbesondere ist es der Grundsatz der Continuität, welcher die grösste Unsicherheit einschliesst, und dessen Zulässigkeit daher erst durch andere, an sich einleuchtende Beziehungen erwiesen werden muss.

4. Die Intensitätsformeln für krystallinische Mittel sind zuerst von Fr. Neumann[1]) aufgestellt, Mac Cullagh[2]) hat dann ihre Entwickelung vereinfacht, und kürzlich hat Hr. Kirchhoff[3]) die ihnen von Beiden zu Grunde gelegten Sätze auf jene hochelegante Form gebracht, deren dieselben fähig sind. Die Anhänger der Fresnel'schen Anschauung dagegen haben über Longitudinalstrahlen und elliptischer Polarisation der isotropen Mittel die allgemeineren anisotropen vernachlässigt. Und nur so, meine ich, erklärt es sich, dass gegenwärtig, seit die Reflexionstheorie

1) Pogg. Ann. XXV. — Abhandl. der Berl. Akad. 1835.
2) Transact. of the Irish Acad. Vol. 21.
3) Abh. der Berl. Akad. 1876.

vor mehr als vierzig Jahren zuerst von Fresnel und Neumann begründet wurde, der anfängliche Gegensatz noch immer nicht ausgetragen und die Frage nach der Schwingungsrichtung des polarisirten Lichtes bis heute eine streitige geblieben ist. Auf der letzteren Seite hat meines Wissens nur Cornu[1]) die Krystallreflexion „d'après les idées de Fresnel" zu reconstruiren gesucht und dabei nothwendig sofort die überflüssigen Zuthaten von Cauchy und Green beseitigen müssen.

Wenngleich wir uns bei Ableitung der Reflexionsformeln der anisotropen Mittel der gleichen Grundsätze bedienen wie oben, so wird doch jetzt die Formulirung derselben im Einzelnen davon abhängig, dass man zwischen Strahl und Wellennormale zu unterscheiden hat.

Wir beginnen diesmal mit dem Princip der Continuität, und um jede mögliche Vorsicht zu brauchen, ziehen wir zuvörderst die Schwingungsverhältnisse der auf der Einfallsebene senkrechten Y-Componenten als die einfacheren in besondere Erwägung. Wenn nach Neumann die Ausschläge senkrecht auf der durch Strahl und Normale gelegten Ebene erfolgen, so lässt sich unbedenklich mit ihm setzen:

$$\left.\frac{d\eta_E}{dt} + \frac{d\eta_R}{dt} = \frac{d\eta'_D}{dt} + \frac{d\eta''_D}{dt}, \quad\right\} z = 0$$

wo nunmehr rechts die Ausschläge der beiden gebrochenen Wellen vorkommen. Indess selbst dann, wenn man die Schwingungsebene mit der Ebene von Strahl und Normale zusammenfallen lässt, wird man vorstehende Beziehung nicht anfechten können. Nur bleibt es dann zufolge der Bemerkungen der Nr. 7 des vorigen Aufsatzes unbestimmt, ob unter η'_D, η''_D die Componenten der factischen Ausschläge senkrecht zur Normalen oder die der virtuellen senkrecht zum Strahle zu verstehen sind. Unterscheiden wir letztere als ξ_D^S, η_D^S, ζ_D^S von ersteren ξ_D, η_D, ζ_D und

1) Ann. de chim. (4). t. XI. — Einige Andeutungen von mir findet man: Astr. Undulationstheorie, Bonn, 1873. p. 233. — Verh. d. nat. V. 1875. p. 29.

ebenso die zugehörigen Amplituden A_D^S, resp. $A_D = A_D^S \cos \Delta$ (Δ Winkel zwischen Strahl und Normale), so fragt sich sonach, durch welchen der beiden Werthe:

$$\frac{d\eta'_D}{dt} + \frac{d\eta''_D}{dt}, \qquad \frac{d\eta'_D{}^S}{dt} + \frac{d\eta''_D{}^S}{dt}$$

die rechte Seite der wahren Continuitätsgleichung repräsentirt werde. Im ersteren Falle wird das Integral derselben unmittelbar:

$$(9) \qquad A_E \sin\vartheta_E + A_R \sin\vartheta_R = A'_D \sin\vartheta_D + A''_D \sin\vartheta''_D$$
$$= \Sigma A_D \sin\vartheta_D,$$

sofern die früheren Bezeichnungen beibehalten und die beiden gebrochenen Wellen durch das Summenzeichen zusammengefasst werden. Im letzteren Falle findet man für den Cosinus des Winkels zwischen der virtuellen Schwingungsrichtung und Y-Axe (s. u. Nr. 5):

$$\cos\Delta \sin\vartheta,$$

und so erhält man:

$$A_E \sin\vartheta_E + A_R \sin\vartheta_R = \Sigma (A_D^S) \cos\Delta \sin\vartheta_D,$$

welche Beziehung jedoch wegen $A_D^S = \frac{A_D}{\cos\Delta}$ mit der vorigen identisch ist. Wir werden folglich, ohne von irgendwelcher Seite Widerspruch befürchten zu brauchen, Gl. (9), als eine annehmbare Grundlage für die weitere Rechnung behandeln dürfen.

Was ferner zweitens die Gleichheit der Deformation und der bewegenden Kraft des Aethers senkrecht zur Trennungsfläche betrifft, so sind hier zufolge Paragraph 8 der vorigen Abhandlung die Verhältnisse die nämlichen wie bei den isotropen Mitteln. Es gelten daher und zwar für die Richtung der Normalen die auf beide gebrochene Wellen auszudehnenden Differentialgleichungen S. 210, sowie die daraus abgeleiteten Gleichungen (6), die sich hier auch so schreiben:

$$(10) \qquad \begin{aligned} (A_E \sin\vartheta_E - A_R \sin\vartheta_R) \cos e &= \Sigma A_D \sin\vartheta_D\, n \cos r \\ A_E \cos\vartheta_E \pm A_R \cos\vartheta_R &= \Sigma A_D \cos\vartheta_D\, n. \end{aligned}$$

Dazu tritt endlich drittens das Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte der Körper- und Aethertheilchen, resp. der Schwingungsarbeit, und auch dieses hat die beiden Formen (2) und (4a) mit dem der isotropen Mittel gemein. Was indess die Ermittelung der Volumina $M : M_D$ betrifft, so betrachte man wieder im Innern der Mittel diejenigen Wellenstücke, welche an einer Trennungsfläche von endlicher Begrenzung — z. B. von eckiger Form, deren eine Seite der X-Axe parallel sei — gespiegelt werden, resp. durch dieselbe in das anisotrope Mittel eintreten. Diese Wellenstücke verschieben sich während der Zeit T längs der Strahlenrichtung um Strecken, die der früheren Wellenlänge l' proportional sind, und die von ihnen beschriebenen parallelepipedischen Räume von der Höhe l (Wellenlänge auf der Normalen) sind eben die gesuchten. Dieselben lassen sich zunächst weiter durch ihre Hälften, d. h. durch die bezüglichen der Trennungsfläche unmittelbar anliegenden sogenannten Huyghens'schen Prismen ersetzen, und deren Volumina verhalten sich wie die Längen h der von den respectiven Berührungspunkten der Wellenflächen auf die Trennungsfläche herabgelassenen Senkrechten. Es ist folglich $M : M_D = h : h_D = v \cos e : \sigma \cos r'$, unter r' den Winkel zwischen Strahl und Loth verstanden.

5. Dieses vorausgesetzt, handelt es sich, um die erhaltenen Gleichungen zu einem in sich abgeschlossenen System abrunden und daraus die nöthigen Folgerungen ableiten zu können, nur mehr um die Ausmessung des Perpendikels h', sowie um die Feststellung der beiden virtuellen Schwingungsrichtungen, d. h. um die Bestimmung der Winkel U, V, welche die je in der zugehörigen Schwingungsebene auf die Strahlen gefällten Senkrechten mit der X- und Y-Axe bilden.

Zu dem Ende construire man in der Ebene des Papieres als XZ-Ebene (Einfallsebene) die Axen OX, OZ und senkrecht darauf OY. Die Richtung des Strahles sei OS und die der zugehörigen Normalen, die in der XZ-Ebene um den Brechungswinkel r von OZ absteht, ON.

Zieht man endlich in der Ebene *SON* und zwar senkrecht zu *OS* die Linie *OR*, so handelt es sich um deren Winkel mit den Axen. Verbindet man nun die Punkte *X*, *N*, *Z*, ferner *R*, *N*, *S* sowie *R*, *X*; *R*, *Y* und *N*, *Y* in der Einheit der Entfernung von *O* durch Kreisbögen, so entstehen die drei sphärischen Dreiecke *RNX*, *RNY* und *ZSN*.

In dem ersteren hat man:

$$\cos RX = \cos RN \cos XN + \sin RN \sin XN \cos RNX,$$

oder da $RS = 90^0$, $NS = \varDelta$ und Flächenwinkel $RNX = \vartheta$, d. h. gleich dem Azimuthalwinkel der Schwingungsebene *ROS* und der Einfallsebene *XOZ* ist:

$$\cos RX = \cos(90-\varDelta)\cos(90-r) + \sin(90-\varDelta)\sin(90-r)\cos\vartheta$$
$$\cos U = \sin\varDelta \sin r + \cos\varDelta \cos r \cos\vartheta.$$

Das Dreieck *RNY* hat die Seite $YN = 90^0$ und den Flächenwinkel *YNR*, der um das Azimuth ϑ von $YNX = 90^0$ abweicht. Man findet daher den schon oben (S. 216) anticipirten Werth:

$$\cos V = \cos RY = \sin RN \cos RNY$$
$$= \cos\varDelta \sin\vartheta.$$

Endlich hat man im Dreieck *ZSN*:

$$\cos ZS = \cos SN \cos ZN + \sin SN \sin ZN \cos SNZ$$
$$\cos r' = \cos\varDelta \cos r + \sin\varDelta \sin r \cos\vartheta.$$

Aus Letzterem folgt dann für die Länge des Perpendikels h':

$$\sigma \cos r' = \omega \cos r (1 + \operatorname{tg}\varDelta \operatorname{tg} r \cos\vartheta).$$

6. Setzt man vorstehenden Werth in die Gleichung der lebendigen Kräfte (4a), so erhält dieselbe die Gestalt:

$$(11) \quad (A_E^2 - A_R^2)\cos e = \Sigma A_D^2 n \cos r (1 + \operatorname{tg}\varDelta \operatorname{tg} r \cos\vartheta).$$

Um mittelst derselben neben den drei gegebenen Gleichungen (9, 10) eine vierte zu erhalten, welche in Bezug auf die Amplituden gleichfalls vom ersten Grade ist, hat man (9) und (10a) zu multipliciren, das entstehende Product von (11) zu subtrahiren und diese Differenz durch (10b) zu dividiren. Zur Vermeidung langwieriger Reduc-

tionen knüpft man indess mit Mac Cullagh besser an die sogenannten uniradialen Azimuthe an. Ist in der That das Azimuth des einfallenden Lichtes ein solches, dass nur Ein gebrochener Strahl zu Stande kommt, so darf man überall die Summenzeichen fortlassen. Man erhält alsdann der Reihe nach:

$$(A_E^2 \sin^2 \vartheta_E - A_R^2 \sin^2 \vartheta_R) \cos e = A_D^2 \sin^2 \vartheta_D \, n \cos r$$

$$(A_E^2 \cos^2 \vartheta_E - A_R^2 \cos^2 \vartheta_R) \cos e = A_D^2 \cos^2 \vartheta_D \, n \cos r \left(1 + \frac{\operatorname{tg} r \operatorname{tg} \varDelta}{\cos \vartheta_D}\right)$$

$$(A_E \cos \vartheta_E \mp A_R \cos \vartheta_R) \cos e = A_D (\cos \vartheta_D \cos r + \sin r \operatorname{tg} \varDelta)$$

oder auch für letztere:

$$(12) \quad \begin{aligned}(A_E \cos \vartheta_E \mp A_R \cos \vartheta_R) \cos e &= \frac{A_D}{\cos \varDelta} (\sin \varDelta \sin r + \cos \varDelta \cos r \cos \vartheta_D) \\ &= A_D^S \cos U.\end{aligned}$$

Der rechts stehende Ausdruck ist aber die Componente der virtuellen Amplitude parallel der Schnittlinie von Einfallsebene und Trennungsfläche. Ist daher das Azimuth der einfallenden Welle wieder ein beliebiges, so wird sich die dann geltende vierte Grenzgleichung einfach dadurch erhalten lassen, dass man der rechten Seite der vorstehenden das Summenzeichen vorsetzt. Und wenn man allgemein auch die virtuellen Ausschläge auf die Fortpflanzungs-Richtung der Normalen bezieht, so dass:

$$\varrho_S = A_S \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \theta + \frac{\delta}{\lambda_D}\right),$$

so erhält nunmehr die Bedingung der Continuität für die anisotropen Mittel die vollständige Form:

$$\Sigma \frac{d\xi}{dt} = \Sigma \frac{d\xi_D^S}{dt}, \quad \Sigma \frac{d\eta}{dt} = \Sigma \frac{d\eta_D^S}{dt},$$

sofern natürlich beide Componenten eine Einheitlichkeit der Behandlung verlangen.

7. Stellen wir hiernach die erhaltenen Uebergangsbedingungen für $z=0$ zusammen, so sind es, sofern sie

unmittelbar die leitenden Grundsätze repräsentiren, die folgenden:

$$\text{A.}\left\{\begin{aligned} &\frac{d\eta_E}{dt} + \frac{d\eta_R}{dt} = \Sigma \frac{d\eta_D^S}{dt} \\ &\frac{d\xi_E}{dt} + \frac{d\xi_R}{dt} + \Sigma \frac{d\xi_D^S}{dt} \end{aligned}\right.$$

$$\text{B.}\left\{\begin{aligned} &\left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy}\right)_E + \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy}\right)_R = \Sigma \left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy}\right)_D \\ &\left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx}\right)_E + \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx}\right)_R = \Sigma \left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx}\right)_D \end{aligned}\right.$$

$$\text{C.}\left\{ \left(\frac{d^2\zeta}{dz^2} + \frac{d^2\zeta}{dx^2}\right)_E + \left(\frac{d^2\zeta}{dz^2} + \frac{d^2\zeta}{dx^2}\right)_R = \Sigma \left(\frac{d^2\zeta}{dz^2} + \frac{d^2\zeta}{dx^2}\right)_D \right.$$

$$\text{D.}\left\{\begin{aligned} &M\left[\left(\frac{d^2\varrho}{dz^2} + \frac{d^2\varrho}{dy^2} + \frac{d^2\varrho}{dx^2}\right)_E dA_E - \left(\frac{d^2\varrho}{dz^2} + \frac{d^2\varrho}{dy^2} + \frac{d^2\varrho}{dx^2}\right)_R dA_R\right] \\ &\qquad = \Sigma M_D \left(\frac{d^2\varrho}{dz^2} + \frac{d^2\varrho}{dy^2} + \frac{d^2\varrho}{dx^2}\right) dA_D \\ &M\left[\frac{d^2\varrho_E}{dt^2} dA_E - \frac{d^2\varrho_R}{dt^2} dA_R\right] = \Sigma\left[M_D \frac{d^2\varrho}{dt^2} dA_D + \Sigma M'_D \frac{d^2\varrho'_D}{dt^2} dA'_D\right] \\ &M\left[\left(\frac{d\varrho_E}{dt}\right)^2 - \left(\frac{d\varrho_R}{dt}\right)^2\right] = \Sigma\left[M_D\left(\frac{d\varrho_D}{dt}\right)^2 + \Sigma M'_D \left(\frac{d\varrho'_D}{dt}\right)^2\right]. \end{aligned}\right.$$

Aus ihnen leitete man ab, wobei wieder für A_R^p das untere Vorzeichen genommen werde:

$$A_E \sin \vartheta_E + A_R \sin \vartheta_R = \Sigma A_D \sin \vartheta_D$$

$$(A_E \cos \vartheta_E + A_R \cos \vartheta_R) \cos e = \Sigma A_D \cos r \times (\cos \vartheta_D + \operatorname{tg} \Delta \operatorname{tg} r)$$

$$(13) \qquad (A_E \sin \vartheta_E - A_R \sin \vartheta_R) \cos e = \Sigma A_D \sin \vartheta_D\, n \cos r$$

$$A_E \cos \vartheta_E - A_R \cos \vartheta_R = \Sigma A_D \cos \vartheta_D\, n$$

$$(A_E^2 - A_R^2) \cos e = \Sigma A_D^2\, n \cos r\, (1 + \operatorname{tg} \Delta \operatorname{tg} r \cos \vartheta).$$

Diese letzteren Gleichungen fallen völlig mit den von Hrn. Fr. Neumann und neuerdings von Hrn. Kirchhoff abgeleiteten zusammen, wenn wir den bisherigen Variablen ϑ, A_D, A_R die drei neuen:

$$(\vartheta) = \vartheta - 90^0, \quad (A_D) = \frac{A_D}{n}, \quad (A_R) = -A_R$$

lediglich substituiren. Ihre Uebereinstimmung mit der Erfahrung ist durch die Messungen Neumann's, Seebeck's, Cornu's und Anderer hinlänglich gewährleistet.

Auch für isotrope Mittel, also für $\varDelta=0$, ergeben sich hieraus die Intensitäten und Polarisationsazimuthe unmittelbar.

8. Dass die zweite der vorstehenden Grenzbedingungen (Gl. 12) nicht bloss thatsächlich richtig ist, sondern selbst a priori als solche aufgestellt werden dürfte, ergibt sich auch aus Folgendem.

Man denke sich den Hauptschnitt eines Krystalles mit der Einfallsebene zusammenfallen und in derselben zunächst durch eine äussere Kraft die Theilchen des Mittels senkrecht zu einer gegebenen Richtung, die mit dem Lothe den Winkel r' bilde, als Richtung des Strahles parallel hin- und hergeführt. Die bezügliche Schwingungsbewegung ist dann die sogenannte extraordinäre; die lebendige Kraft, welche in der Zeiteinheit entwickelt wird, sei $m A_S^2 + \Sigma m' A_S'^2$.

Gesetzt, man wolle diese nämliche lebendige Kraft durch eine äussere, unter irgendwelchem Einfallswinkel e einfallende Welle längs der nämlichen Richtung r' in das Innere des Mittels einführen. Da der Voraussetzung zufolge Strahl und Wellennormale zusammenfallen, so sind offenbar die anzuwendenden Grenzbedingungen dieselben wie bei isotropen Mitteln, nämlich:

$$(14\text{a.}) \qquad \begin{aligned} (A_E + A_R) \cos e &= A_D^S \cos r' \\ A_E - A_R &= A_D^S n' \\ (A_E^2 - A_R^2)\, v \cos e &= A_D^{S\,2} n'^2 \sigma \cos r', \end{aligned}$$

unter n' das Geschwindigkeitsverhältniss $n' = \frac{v}{\sigma}$ verstanden. Man zieht hieraus beispielsweise für die Amplitude des reflectirten Lichtes:

$$(15)\qquad A_R = -\frac{v\cos e - \sigma\cos r'}{v\cos e + \sigma\cos r'}\,A_E.$$

Sobald man freilich in Wirklichkeit die eingreifende Kraft durch eine äussere Welle ersetzt, wird wegen des Umstandes, dass die innere Welle nur als eine Tangentialebene an die Wellenfläche auftreten und fortschreiten kann, sofort eine Spaltung von Strahl- und Normalrichtung eintreten. Es ist aber zufolge §. 8 der vorigen Abhandlung:

$$(16)\qquad A_D^S\,n' = A_D\,n,$$

und so schreiben sich die vorstehenden Gleichungen auch so:

$$(14\text{b.})\qquad \begin{aligned}(A_E + A_R)\cos e &= \frac{A_D}{\cos\Delta}\cos(r-\Delta)\\ A_E - A_R &= A_D\,n\\ (A_E^2 - A_R^2)\,v\cos e &= A_D^2\,n^2\frac{\omega\cos(r-\Delta)}{\cos\Delta}.\end{aligned}$$

Sie fallen in dieser Form vollständig mit den Gleichungen (13) zusammen, sobald man in letzteren $\vartheta_E = \vartheta_D = 0$ setzt.

Man hat folglich den Satz: W e n n e i n e g e g e b e n e W e l l e i m W e l t ä t h e r u n t e r d e m A z i m u t h 0 a u f d i e T r e n n u n g s f l ä c h e e i n e s K r y s t a l l e s a u f f ä l l t u n d d i e g e b r o c h e n e W e l l e s i c h i n d e r E i n f a l l s e b e n e m i t g e g e b e n e r F o r t p f l a n z u n g s g e s c h w i n d i g k e i t l ä n g s e i n e r g e g e b e n e n S t r a h l e n r i c h t u n g f o r t p f l a n z t , s o i s t d a s V e r h ä l t n i s s , n a c h d e m d i e e i n f a l l e n d e l e b e n d i g e K r a f t s i c h a u f d e n g e s p i e g e l t e n u n d g e b r o c h e n e n S t r a h l v e r t h e i l t , u n a b h ä n g i g v o n d e r S t ä r k e d e s D o p p e l b r e c h u n g s v e r m ö g e n s , r e s p. d e m C h a r a k t e r d e r A n i s o t r o p i e d e s M i t t e l s. Und sowie in voriger Abhandlung gezeigt wurde, dass die gesammte lebendige Kraft die nämliche bleibt, mögen nun die Aethertheilchen senkrecht zur Normalen die Amplitude $A_D = A_D^S\cos\Delta$ oder senkrecht zum Strahle die Ampli-

tude A_D^S haben, so ergibt sich hier das Entsprechende für die Deformation parallel der ZX-Ebene.

9. Was weiter die Reflexion im Innern eines Krystalles betrifft, so ist dieselbe bekanntlich zuerst von Biot in ihrer Mannigfaltigkeit studirt und später von Neumann in grösster Ausführlichkeit behandelt worden. Für uns, denen es lediglich auf Aufstellung der Principien ankommt, und die wir hauptsächlich zeigen wollen, dass in der Theorie der anisotropen Mittel für Green-Cauchy'sche Longitudinalstrahlen kein Platz ist, mag es genügen, das Detail der Erscheinung auf den Fall zu beschränken, dass die Spiegelung als eine extraordinäre innerhalb eines mit der Einfallsebene zusammenfallenden Hauptschnittes des Krystalles vor sich geht. Denkt man sich letzteren als planparallele Platte, so dass Brechungswinkel und Einfallswinkel zu correspondirenden werden, so schliesst sich der in Rede stehende Fall unmittelbar an den zuletzt behandelten an.

Formulirt man für denselben die obigen Grundsätze, so erhält man die folgenden, ohne weiteres einleuchtenden Uebergangsbedingungen:

$$A_D^S \cos r'_D \mp A_R^{iS} \cos r'_R = A_A \cos e$$

(17a.) $$A_D\, n_D \pm A_R^i\, n_R = A_A$$

$$A_D^2\, n_D^2\, \sigma_D \cos r'_D - A_R^{i\,2}\, n_R^2\, \sigma_R \cos r'_R = A_A^2\, v \cos e.$$

Hier sind die Amplituden auf der gespiegelten und austretenden Welle als A_R^i, A_A bezeichnet, und müssen wegen der Dissymmetrie des Mittels sowohl die Sinusverhältnisse n_D, n_R als die Strahlenwinkel r'_D, r'_R von einander unterschieden werden.

Wenn übrigens die Construction des gespiegelten Strahles und der zugehörigen Welle etwas verwickelt erscheint, so ist dieselbe in Wirklichkeit doch einfach.[1])

1) Man findet dieselbe in des Verfassers Astron. Und. p. 239 mit den nöthigen Figuren. Vergl. auch Billet, Traité d'optique physique. Vol. I. p. 295.

Ich gehe hier nicht näher darauf ein, sondern begnüge mich mit der Andeutung, dass die beiden Huyghens'schen Halbprismen, die sich der einfallenden und gespiegelten Welle an der Trennungsfläche zuordnen, gleiche Höhe und folglich gleiches Volum haben, so dass also:

$$\sigma_R \cos r'_R = \sigma_D \cos r'_D.$$

Demzufolge schreibt sich die erste der vorstehenden Grenzgleichungen auch so:

$$A_D \frac{\cos r'_D}{\cos \delta_D} \mp A_R^i \frac{\cos r'_R}{\cos \delta_R} = A_A \cos e$$

$$\left(A_D \frac{1}{\omega_D} \mp A_R^i \frac{1}{\omega_R}\right) \sigma \cos r' = A_A \cos e.$$

Und dem entsprechend wird das System derselben:

$$(A_D n_D \mp A_R^i n_R)\, \sigma \cos r' = A_A v \cos e$$

(17b.) $$A_D n_D \pm A_R^i n_R = A_A$$

$$(A_D^2 n_D^2 - A_R^{i\,2} n_R^2)\, \sigma \cos r' = A_A^2 v \cos e.$$

Man leitet daraus für das gespiegelte Licht ab:

$$A_R^i = \frac{\cos e - \sigma \cos r'}{\cos e + \sigma \cos r'} \, \frac{\sin r_R}{\sin r_D},$$

sofern: $\omega_R : \omega_D = \sin r_R : \sin r_D$ ist. Sowie für die Amplitude des nach zweimaliger Brechung aus der Hinterfläche austretenden Lichtes mittelst Multiplication der beiden Gleichungen (14b) und (17b) der lebendigen Kräfte:

(18) $$A_D A_A = A_E^2 - A_R^2.$$

Diese letztere Gleichung ist folglich wiederum unabhängig von der Anisotropie des zum Durchgang des Lichtes benutzten Mittels.

Was jetzt zum Schluss die allgemeinste Form der Grenzbedingungen für die krystallinischen Mittel betrifft, so erhält man nunmehr ohne Mühe für jede Combination derselben:

$$\text{E.}\quad\left\{\begin{aligned}
&\Sigma\frac{d\eta's}{dt}=\Sigma\frac{d\eta''s}{dt},\quad \Sigma\frac{d\xi's}{dt}=\Sigma\frac{d\xi''s}{dt}\\
&\Sigma\left(\frac{d\eta'_N}{dz}+\frac{d\zeta'_N}{dy}\right)=\Sigma\left(\frac{d\eta''_N}{dz}+\frac{d\zeta''_N}{dy}\right),\\
&\Sigma\left(\frac{d\xi'_N}{dz}+\frac{d\zeta'_N}{dx}\right)=\Sigma\left(\frac{d\xi''_N}{dz}+\frac{d\zeta''_N}{dx}\right),
\end{aligned}\right.$$

wo sich die einfach gestrichelten Coordinaten auf das erste, die doppelt gestrichelten auf das zweite Mittel beziehen sollen. Diese Gleichungen sind ebenso umfassend wie die, welche Hr. Kirchhoff nach der Neumann-Mac Cullagh'schen Theorie abgeleitet hat, und, wie schon angedeutet, nur der Form nach von ihnen verschieden.

2. Das metallische Mittel.

10. Unter metallischem Mittel verstehe ich hier ein isotropes absorbirendes Mittel, und auf solche werden wir uns der Einfachheit wegen beschränken; wie man dann von ihnen zur Behandlung der anisotropen absorbirenden Mittel fortschreitet, ist bereits im letzten Aufsatz[1]) angedeutet.

Während Fresnel und Neumann uud mit Letzterem auch Kirchhoff behufs Ableitung der Intensitätsformeln an ein dispersionsloses Mittel anknüpfen, ist die Entwickelung derselben von Cauchy, sowie die vorstehende von mir eine allgemeinere. Ihr zufolge gelten die bezüglichen Ausdrücke ebensowohl für dispergirende Mittel und zwar für sämmtliche Indices derselben. Diese Ausdrücke sind Functionen des Einfalls- und Brechungswinkels, oder wenn man letzteren (r') mittelst des Brechungsgesetzes eliminirt, Functionen des bekannten Einfallswinkels e und des gegebenen Brechungsverhältnisses n. Sind nun diese Formeln oben für das unabsorbirte Strahlungsgebiet entwickelt worden, also zunächst gültig für ein reelles n, so nehmen dieselben beim Eintritt in den Absorptionsstreifen zugleich mit dem complex werdenden n die complexe Form an.

1) Pogg. Ann. Erg. Bd. VIII. p. 444.

Beispielsweise hat man für die Amplitude des im I. Hauptfall ($\vartheta_E = 90^0$) reflectirten Lichtes:

$$R = \frac{A_R}{A_E} = -\frac{n\cos r' - \cos e}{n\cos r' + \cos e} = -\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 e} - \cos e}{\sqrt{n^2 - \sin^2 e} + \cos e},$$

und es genügt nun, in der letzteren Form:

$$n = a \pm b\sqrt{-1} \tag{19}$$

zu setzen, um dieselbe auf das Innere des Absorptionsgebietes zu übertragen. Für dieses wird folglich:

$$R = -\frac{\sqrt{(a \pm b\sqrt{-1})^2 - \sin^2 e} - \cos e}{\sqrt{(a \pm b\sqrt{-1})^2 - \sin^2 e} + \cos e}.$$

Zunächst zum Zweck der Vereinfachung der Rechnung lässt sich weiter setzen:

$$(a \pm b\sqrt{-1})\cos r' = \sqrt{(a \pm b\sqrt{-1})^2 - \sin^2 e} = p \pm q\sqrt{-1},$$

so dass sich für das complex gewordene $\cos r'$ auch schreiben lässt:

$$\cos r' = \frac{p \pm q\sqrt{-1}}{a \pm b\sqrt{-1}}. \tag{20}$$

Für p und q leitet man daraus ab:

$$p^2 - q^2 \pm 2pq\sqrt{-1} = a^2 - b^2 - \sin^2 e \pm 2ab\sqrt{-1},$$

folglich:

$$p^2 - q^2 = a^2 - b^2 - \sin^2 e, \quad pq = ab, \tag{21}$$

und so erhält man:

$$\begin{gathered} 2p^2 = a^2 - b^2 - \sin^2 e + \sqrt{(a^2 - b^2 - \sin^2 e)^2 + 4a^2b^2} \\ q = \frac{ab}{p}, \end{gathered} \tag{22}$$

so dass sich einem gegebenen a, b, d. h. einer bestimmten Farbe, sowie einem gegebenen Einfallswinkel e ein bestimmtes p, q zuordnet. Führt man diese Werthe in den Ausdruck des Amplitudenverhältnisses ein, so wird dasselbe einfacher:

$$R = \frac{(\cos e - p) \mp \sqrt{-1}\, q}{(\cos e + p) \pm \sqrt{-1}\, q},$$

sofern die reellen und imaginären Glieder desselben gesondert sind. Um schliesslich die diesem Ausdruck entsprechende physikalische Deutung zu finden, dazu hat man auf die Grenzgleichungen selbst zurückzugehen, und diese lehren (vergl. unten unter 12) eine complexe Amplitude in eine wirkliche Amplitude und in eine zugehörige Phasenverschiebung zu zerfällen.

Behandelt man in ähnlicher Weise auch die übrigen Schwächungscoefficienten des gespiegelten Lichtes, so entspricht dieses Verfahren ganz dem von Eisenlohr[1]) eingeschlagenen, und man findet so der Reihe nach die sämmtlichen zuerst von Cauchy aufgestellten Beziehungen wieder, indess mit völlig anderen Coefficienten.

11. Während nämlich den von Cauchy und Eisenlohr eingeführten Coefficienten eine lediglich mathematische Bedeutung zukommt, haben die vorstehenden zugleich eine wesentlich physikalische. Geht man zu dem Ende auf das Schwingungsgesetz der Aethertheilchen im Inneren einer Substanz mit complexem Brechungsverhältniss zurück, so ist zunächst allgemein:

$$\varrho = A \cos \frac{2\pi}{T}\left(t - \theta + \frac{z n \cos r' + x n \sin r'}{v}\right),$$

folglich für ein complexes $n \cos r'$ bei Anwendung obiger Bezeichnung:

$$(23a.) \qquad \varrho = A \cos \frac{2\pi}{T}\left(t - \theta + \frac{z(p \pm q\sqrt{-1}) + x \sin e}{v}\right).$$

Daraus erhält man mittelst bekannter Umformung:

$$(23b.) \qquad \begin{aligned} \varrho = {} & \tfrac{1}{2} A\left(e^{\pm \frac{2\pi}{\lambda} q z} + e^{\mp \frac{2\pi}{\lambda} q z}\right) \cos \frac{2\pi}{T}\left(t - \theta + \frac{z p + x \sin e}{v}\right) \\ & + \sqrt{-1}\, \tfrac{1}{2} A\left(e^{\pm \frac{2\pi}{\lambda} q z} - e^{\mp \frac{2\pi}{\lambda} q z}\right) \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \theta + \frac{z p + x \sin e}{v}\right), \end{aligned}$$

---

1) Pogg. Ann. CIV. p. 346.

oder auch, sofern man für die sich complex heraus-lende Amplitude A den Werth einführt:

$$A = \mathfrak{A}(\cos\chi + \sqrt{-1}\sin\chi),$$

und zur Abkürzung das variable Winkelargument du[rch] φ bezeichnet:

$$\varrho = \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}\left\{e^{\pm\frac{2\pi}{\lambda}qz}[\cos(\varphi+\chi) + \sqrt{-1}\sin(\varphi+\chi)]\right.$$
$$\left. + e^{\mp\frac{2\pi}{\lambda}qz}[\cos(\varphi-\chi) - \sqrt{-1}\sin(\varphi-\chi)]\right\}$$

. Dürfte man hierin von der bekannten, von Fresn[el] bei Behandlung der Totalreflexion gegebenen Deutun[g] einer complexen Amplitude:

$$(A' + A''\sqrt{-1})\sin\varphi' = A'\sin\varphi' \pm A''\cos\varphi'$$

Gebrauch machen, so schriebe sich hierfür kürzer:[1])

(24)
$$\varrho = \mathfrak{A}\,e^{\mp\frac{2\pi}{\lambda}qz}\cos\left[\frac{2\pi}{T}\left(t-\theta+\frac{zp+x\sin e}{v}\right)\mp\chi\right]$$
$$= \mathfrak{A}\,e^{\mp\frac{2\pi}{\lambda}qz}\cos\left[\frac{2\pi}{T}\left(t-\theta+\frac{z\cos r+x\sin r}{\omega}\right)\mp\chi\right],$$

sofern man nämlich noch setzt:

(25)
$$p = \nu\cos r, \qquad \sin e = \nu\sin r,$$
$$p^2 + \sin^2 e = \nu^2 = \frac{v^2}{\omega^2}.$$

---

1) Das Nämliche gilt in der Theorie der Totalreflexion bezüglich des „gebrochenen" Strahles von der Beschränkung der allgemeineren Gleichung:

$$\varrho = A\cos\frac{2\pi}{T}\left(t-\theta+\frac{z\sqrt{n^2\sin^2 e-1}\sqrt{-1}+xn\sin e}{v}\right)$$

auf den blos reellen Inhalt:

$$\varrho = \mathfrak{A}\,e^{-\frac{2\pi}{\lambda}z\sqrt{n^2\sin^2 e-1}}\cos 2\pi\left(\frac{t'}{T}+x\frac{\sin e}{\lambda_1}-\chi'\right),$$

wo gleichfalls e den Einfallswinkel und λ_1 die Wellenlänge im ersten, reflectirenden Mittel bedeutet.

Doch wie dem auch sein möge, das gebrochene Wellensystem der Gl. (23) und (24) erleidet eine Extinction, die in der Richtung des Lothes vor sich geht, und es erscheint q als Coefficient derselben. Die Welle durchsetzt das Mittel mit einer Geschwindigkeit ω, deren reciproker Werth das wirkliche reelle Brechungsverhältniss ν bestimmt. Für letzteres erhält man mittelst Combination der Gl. (21) und (25):

$$\nu^2 - q^2 = a^2 - b^2\,, \qquad \nu q \cos r = ab,$$

$$(26) \qquad 2\nu^2 = a^2 - b^2 + \sin^2 e + \sqrt{(a^2 - b^2 - \sin^2 e)^2 + 4a^2 b^2}.$$

$$q = \frac{ab}{\sqrt{\nu^2 - \sin^2 e}}\,.$$

Dieses wirkliche Brechungsverhältniss ν und der ihm zugeordnete Extinctionscoefficient q sind folglich mit dem Einfallswinkel variabel. Und so charakterisiren sich die Constanten a, b selber als Brechungsverhältniss (ν_0) und Extinctionscoefficient (q_0) für senkrechte Incidenz $(e = o)$. Beispielsweise berechnet sich bei mittlerer Farbe für:

Cyaninlösung:	$\nu_0 = 1.3729$,	$q_0 = 0.042$,	$\nu_{90} = 1.3736$,	$q_{90} = 0.042$,
Stahl:	$= 3.516$,	$= 2.209$,	$= 12.655$,	$= 0.616$,
Silber:	$= 0.536$,	$= 2.830$,	$= 1.257$,	$= 1.995$,

wenn für die beiden Metalle die Jamin'sche Bestimmung des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuthes zu Grunde gelegt wird. Mittelst der leicht ableitbaren Beziehung:

$$\cos^2 e' = \frac{a^2 b^2}{1 - (a^2 - b^2)}$$

findet man noch, dass der Brechungsindex des Silbers durch die Einheit $(\nu = 1)$ hindurchgehen würde, wenn $e' = 59^0\,{}^1/_2$ wäre. Sofern übrigens die eigentlichen Metalle sich bezüglich ihrer Dispersionscurve ähnlich verhalten wie die übrigen Mittel, so ist ein Brechungsverhältniss $\nu < 1$ wenigstens ausserhalb des Absorptionsgebietes nicht wahrscheinlich.

Den bis jetzt eingehaltenen Standpunkt habe ich schon

in einer früheren Abhandlung[1]) dargelegt; und, wie man erkennt, unbeschadet desselben die in Rede stehenden Abhängigkeitsverhältnisse zum ersten mal entwickeln können. Wenn ich damals den Uebergang von Gl. (23) zu Gl. (24) noch für bedenklich hielt und lieber bei der ersteren unbestimmten beharrte, so trieb dazu die Erwägung, dass einmal auch Cauchy den Beweis für die Richtigkeit jener Transformation niemals angetreten hat, und dass andererseits die Annahme einer Veränderlichkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Incidenz eine so aussergewöhnliche ist, dass man eher an die vollständige Absorption des Lichtes seitens der Oberfläche oder zwar an eine variable, aber ausschliesslich von den Grenzschichten ausgehende Wirkung denken werde. Schien doch diese Auffassung auch darum zu genügen, weil ja die Absorption gegenüber der Phasendifferenz zwischen Aether- und Körpertheilchen immer nur als secundär und als Folge derselben erscheint.

Zur Zeit freilich ist die Berechtigung beider Ausdrücke dargethan; die in den letzten Abhandlungen aufgestellten Differentialgleichungen:

$$(27)\quad \begin{aligned} & m\frac{d^2\varrho}{dt^2}dA + \Sigma m'\frac{d^2\varrho'}{dt^2}dA' = e\left(\frac{d^2\varrho}{dz^2} + \frac{d^2\varrho}{dx^2}\right)dA \\ & \left\{\varepsilon\left(\frac{d^2\varrho}{dz^2} + \frac{d^2\varrho}{dx^2}\right) + \varkappa\varrho\right\}dA = \left\{\varepsilon'\left(\frac{d^2\varrho'}{dz^2} + \frac{d^2\varrho'}{dx^2}\right) + \varkappa'\varrho'\right\}dA' \end{aligned}$$

werden eben nicht nur von Gl. (23), sondern ebensowohl von Gl. (24) befriedigt. Und ebenso ist dort der Nachweis geführt, dass nicht der absolute Werth von v und q eine gegebene Richtung des absorbirenden Mittels als solche charakterisirt, sondern vielmehr das ihr zugeordnete Amplitudenverhältniss von Körper- und Aethertheilchen sowie der Phasenunterschied zwischen beiden.[2])

1) Verh. d. naturh. Vereins. Jhrg. 1875. p. 69.

2) Das allgemeinste Integral der vorstehenden Differentialgleichungen hat beispielsweise für die Aethertheilchen die Form:

Inzwischen hat Hr. Wernicke den Beweis der Beziehungen (26) auch im Sinne der älteren Theorie, allerdings mit Zuziehung einer Hypothese Strutt's, die unseren Vorstellungen schon einigermaassen verwandt ist, zu führen vermocht.[1])

Wenn so dem Bisherigen zufolge dem Schwingungsgesetze der absorbirenden Mittel die doppelte Form der

---

$$\varrho = A e^{-\frac{2\pi}{\lambda} q(\gamma z + \beta y + \alpha x)} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \vartheta' + \frac{z \cos r + x \sin r}{\lambda'}\right)$$

und man entwickelt daraus die Beziehungen:

$$\nu^2 - q^2 = \nu_0^2 - q_0^2, \qquad \nu q \cos R = \nu_0 q_0,$$

$$\cos R = \gamma \cos r + \alpha \sin r,$$

so dass also R den Winkel zwischen den Normalen der beiden bezüglichen Ebenen bedeutet.

Wäre insbesondere $\alpha = \beta = 0$, folglich $\gamma = 1$ und sonach $R = r$, so lässt sich die in Rede stehende Welle mit einer äusseren, unter dem Winkel e austretenden dadurch verknüpfen, dass man wie oben $\nu = \frac{\sin e}{\sin r}$ setzt. Es wird dann $\nu \cos r = \sqrt{\nu^2 - \sin^2 e} = p$, so dass man auch hat: $\nu^2 = p^2 + \sin^2 e$.

Die beiden obigen Gleichungen erhalten dann wieder die Gestalt:

$$p^2 - q^2 = a^2 - b^2 - \sin^2 e, \quad \pm 2pq = \pm 2ab$$

oder zusammengezogen:

$$p \pm q\sqrt{-1} = \sqrt{(a \pm b\sqrt{-1})^2 - \sin^2 e} = n \cos r'.$$

Demgemäss verhält sich in diesem Falle die äussere Welle zur inneren, als wäre sie nach dem Descartes'schen Gesetz mittelst des Brechungsverhältnisses ν aus der durch p gegebenen reellen Richtung r in die Richtung e gebracht, und als käme sie gleichzeitig nach dem nämlichen Gesetz mittelst des Brechungsverhältnisses $a \pm b\sqrt{-1}$ aus der sowohl von q als von p abhängigen complexen Richtung r' Ist indess die erwähnte Vorbedingung nicht erfüllt, wie wenn beispielsweise eine in das absorbirende Mittel normal eingetretene Welle an einer zweiten geneigten Fläche gespiegelt wird, so wird die Einführung eines complexen Brechungsverhältnisses wenigstens in der bisherigen Form unmöglich.

1) Pogg. Ann. CLIX. p. 225.

Gl. (23) und (24) entspricht, so ist doch das Verhältniss dieser letzteren zu dem der durchsichtigen Mittel sowie ihre Leistungsfähigkeit eine sehr verschiedene. Während Gl. (23) die absorbirenden Mittel geradezu unter die nicht absorbirenden subsumirt, erhebt die andere umgekehrt die ersteren zu den allgemeineren. Lassen sich also mit Anwendung jener die Intensitätsformeln der undurchsichtigen Mittel aus denen der durchsichtigen ableiten, so werden bei Anwendung letzterer die für diese aufgestellten Grenzprincipien als zu speciell zum Theil hinfällig. Der Ansicht Hrn. Wernicke's gegenüber mag hier mit besonderer Bezugnahme auf die Bemühungen Beer's hervorgehoben werden, dass es bis jetzt der Theorie nicht gelungen ist, die dazu erforderlichen generellen Grundsätze zu formuliren.

Indess noch mehr. Hr. Wernicke selbst hat den Beweis geliefert, dass auch der Inhalt der Gl. (23) und (24) sich keineswegs deckt. Seinen Beobachtungen zufolge[1]), die sich auf die Combination eines durchsichtigen und absorbirenden Mittels beziehen, bewirkt nämlich die Absorption eine Phasenverzögerung für alle Strahlen, deren Brechungsindices im absorbirenden Mittel grösser sind als im angrenzenden, dagegen eine Phasenbeschleunigung für alle Strahlen, deren Brechungsindices umgekehrt im zweiten Mittel kleiner sind als im ersten. Während nun Gl. (23), ihrer Herleitung aus dem Dispersionsgesetz entsprechend, das Vorzeichen von b und q unbestimmt lässt, also bei gleicher geometrischer Anordnung des Versuches je nach der Wahl des durchsichtigen Mittels (resp. der Wellenlänge) einen Umschlag der Phasenverschiebung zulässt, erhält dagegen in Gl. (24) q dasjenige Vorzeichen, welches die Abnahme der Amplitude im Sinne der Fortpflanzungsrichtung verlangt. Dieses Vorzeichen ist also stets negativ, wenn sich die Welle im Sinne der positiven Z-Axe, dagegen stets positiv, wenn sie sich im Sinne der negativen Z-Axe fortschiebt.

1) Pogg. Ann. CLIX. p. 218.

Aus dem Gesagten zieht man den Schluss, dass das Schwingungsgesetz Gl. (24) sich ausschliesslich auf die inneren Vorgänge des absorbirenden Mittels selber bezieht, die Form Gl. (23) aber auch die Wechselbeziehung zweier an einander angrenzender Mittel mit umfasst.

12. Was denn zunächst die Bedeutung der complex gewordenen Grenzgleichungen betrifft, so haben dieselben zufolge §. 7 und 10 die Form:

I. Hauptfall ($\vartheta = 90^0$) II. Hauptfall ($\vartheta = 0^0$)

$$(28)\qquad \begin{aligned} &A_E + A_R = A_D && A_E - A_R = A_D\,(a + b\sqrt{-1}) \\ &A_E - A_R = A_D\,\frac{p + q\sqrt{-1}}{\cos e} && A_E + A_R = \frac{A_D}{\cos e}\,\frac{p + q\sqrt{-1}}{a + b\sqrt{-1}}. \end{aligned}$$

Setzt man darin:

$$A_R = A'_R + A''_R\sqrt{-1}, \qquad A_D = A'_D + A''_D\sqrt{-1}$$

und trennt das Reelle vom Imaginären, so erhält man beispielsweise für den I. Hauptfall:

$$A_E + A'_R = A'_D, \qquad A_E - A'_R = \frac{pA'_D + qA''_D}{\cos e}$$

$$A''_R = A''_D, \qquad - A''_R = \frac{pA''_D - qA'_D}{\cos e}.$$

Und wenn man:

$$A'_R = \mathfrak{A}_R \cos\chi_R, \qquad A'_D = \mathfrak{A}_D \cos\chi_D$$
$$A''_R = \mathfrak{A}_R \sin\chi_R, \qquad A''_D = \mathfrak{A}_D \sin\chi_D$$

nimmt und die oberen Gleichungen mit $\cos\varphi$, die unteren mit $\sin\varphi$ multiplicirt und diese zu ersteren addirt:

$$A\cos\varphi + \mathfrak{A}_R\cos(\varphi - \chi_R) = \mathfrak{A}_D\cos(\varphi - \chi_D)$$

$$(29)\qquad A\cos\varphi - \mathfrak{A}_R\cos(\varphi - \chi_R) = \frac{\mathfrak{A}_D}{\cos e}\,[p\cos(\varphi - \chi_D) + q\sin(\varphi - \chi_D)].$$

$$A^2\cos^2\varphi - \mathfrak{A}_R^2\cos^2(\varphi - \chi_R) = \frac{\mathfrak{A}_D^2}{\cos e}\,[p\cos^2(\varphi - \chi_D) + q\sin(\varphi - \chi_D)\cos(\varphi - \chi_D)].$$

Hiermit ist denn die vollständige Deutung der Gl. (28) und zwar im Fresnel'schen Sinne gefunden, und man erhält sonach die wirkliche Amplitude $\mathfrak{A}$ und die zugehörige Phasenverschiebung χ mittelst der von Fresnel gegebenen Regeln:

(30) $$\mathfrak{A} = \sqrt{A'^2 + A''^2}, \qquad \operatorname{tg}\chi = \frac{A''}{A'}.$$

Was ebenso den zweiten Hauptfall angeht, so setze man zunächst zur Abkürzung:

$$\frac{p + q\sqrt{-1}}{a + b\sqrt{-1}} = c + d\sqrt{-1},$$

woraus:

(31) $$c = \frac{pa + qb}{a^2 + b^2}, \qquad d = \frac{qa - pb}{a^2 + b^2},$$
$$ac - bd = p, \qquad bc + ad = q.$$

Alsdann kommt analog:

(32) $$A\cos\varphi + \mathfrak{A}_R\cos(\varphi - \chi_R) = \frac{\mathfrak{A}_D}{\cos e}[c\cos(\varphi - \chi_D) + d\sin(\varphi - \chi_D)]$$
$$A\cos\varphi - \mathfrak{A}_R\cos(\varphi - \chi_R) = \mathfrak{A}_D[a\cos(\varphi - \chi_D) + b\sin(\varphi - \chi_D)]$$
$$A^2\cos^2\varphi - \mathfrak{A}_R^2\cos^2(\varphi - \chi_R)$$
$$= \frac{\mathfrak{A}_D^2}{\cos e}[p\cos^2(\varphi - \chi_D) + q\sin(\varphi - \chi_D)\cos(\varphi - \chi_D) + bd].$$

Was insbesondere die beiden Gl. (29c) und (32c) betrifft, so repräsentiren dieselben die wirklichen lebendigen Kräfte, die in jedem Augenblick zum Theil auf die reflectirte Welle übergehen, zum Theil durch die Trennungsfläche in das zweite Mittel eindringen und hier theilweise absorbirt werden. Integrirt man dieselben nach t, so erhält man für die Summe der lebendigen Kräfte, die während der Zeiteinheit entwickelt werden, die Beziehungen:

(33a.)

I. $$A^2 - \mathfrak{A}_R^2 = \frac{p}{\cos e}\mathfrak{A}_D^2 = \frac{M_D}{M}\nu^2\mathfrak{A}_D^2$$

II. $$A^2 - \mathfrak{A}_R^2 = \frac{ac + bd}{\cos e}\mathfrak{A}_D^2 = \frac{M_D}{M}\nu^2\frac{\nu^2 + q^2}{a^2 + b^2}\mathfrak{A}_D^2.$$

Auch diese letzteren sind ebenso wie diejenigen, aus denen sie abgeleitet wurden, für beide Hauptfälle verschieden. Nur Relation I. stimmt mit der der isotropen Mittel überein.

Wäre insbesondere das absorbirende Mittel dioptrisch einfach und der Extinctionscoefficient so klein, dass bereits die zweiten Potenzen desselben vernachlässigt werden dürften, so würden nicht blos ν und q vom Einfallswinkel unabhängig, sondern man könnte dieselben auch mittelst der Beziehungen IV. des früheren Aufsatzes (Pogg. Ann. CLX. p. 468), die sich dann auf:

$$\nu^2 - 1 = \frac{M'\mathfrak{A}'^2}{M\mathfrak{A}}, \quad pq = \frac{M'\mathfrak{A}'^2}{M\mathfrak{A}^2}(\chi' - \chi)$$

vereinfachen, als Functionen des Amplitudenverhältnisses und des Phasenuuterschiedes der Körper- und Aethertheilchen ausdrücken. Man erhielte alsdann die beiden Hauptfällen gemeinsame bemerkenswerthe Beziehung der momentanen lebendigen Kräfte:

$$M[A^2 \cos^2\varphi - \mathfrak{A}_R^2 \cos(\varphi - \chi_R)] = \frac{M_D\mathfrak{A}_D^2 + M'_D\mathfrak{A}'^2_D}{M_D\mathfrak{A}_D^2\cos^2 e + M'_D\mathfrak{A}'^2_D}$$

$$\text{(33b.)} \quad \times[M_D\mathfrak{A}_D^2\cos^2 e\cos^2(\varphi - \chi_D) + M'_D\mathfrak{A}'^2_D\cos^2(\varphi - \chi'_D)$$

$$+ \tfrac{3}{2}(\chi'_D - \chi_D)M'_D\mathfrak{A}'^2_D\sin(\varphi - \chi'_D)\cos(\varphi - \chi'_D)].$$

Untersuchen wir jetzt, inwieweit man ohne Zuziehung des Complexen, also mittelst Benutzung des Schwingungsgesetzes Gl. (24) zu den gewonnenen Grenzbedingungen hingelangt. Setzt man zu dem Ende mit Beer:[1])

$$\varrho_E = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \theta' + \frac{\delta_E}{\lambda}\right)$$

$$\varrho_R = \mathfrak{A}_R\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \theta' + \frac{\delta_R}{\lambda} \mp \chi_R\right)$$

$$\varrho_D = \mathfrak{A}_D e^{\mp\frac{2\pi}{\lambda}qz}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \theta' + \frac{\delta_D}{\lambda} \mp \chi_D\right),$$

1) Pogg. Ann. XCII.

so erhält man für den I. Hauptfall unmittelbar aus den Grenzprincipien:

$$A\cos\varphi + \mathfrak{A}_R\cos(\varphi - \chi_R) = \mathfrak{A}_D\cos(\varphi - \chi_D)$$

$$\frac{\cos e}{\lambda}\Big[A\sin\varphi - \mathfrak{A}_R\sin(\varphi - \chi_R)\Big] = \mathfrak{A}_D\Big[\frac{\cos r}{\lambda'}\sin(\varphi - \chi_D) + \frac{q}{\lambda}\cos(\varphi - \chi_D)\Big]$$

Während in der That die erste derselben mit der ersten der Gl. (29) identisch ist, unterscheiden sich die folgenden, nur durch die Vertauschung von sinus und cosinus; sie führen folglich beide zu Gl. (28) zurück.

Wollte man dann weiter das Deformationsprincip auch auf die Verhältnisse des II. Hauptfalles übertragen, so erhielte man an Stelle von Gl. (32b) eine solche, die ν, q statt a, b enthielte.

Bezüglich der Anwendung des Continuitätsprincips könnte wohl nur eine Zerlegung der reellen Amplitude $\mathfrak{A}_D$ parallel der X-Axe in Frage kommen, während dagegen die Coefficienten c, d der bezüglichen Gl. (32a) anscheinend blos auf algebraischem Wege aus ihren vier Elementen a, b, ν, q abzuleiten sind.

Man darf daher den Schluss ziehen, dass sowohl der Grundsatz der Continuität wie der der Deformation nur solange anwendbar bleiben, als die Theilchen der Wellenebene in der Richtung des Ausschlags gleiche Amplitude haben. Das Princip der lebendigen Kräfte endlich wird überhaupt unbenutzbar und es ist wohl auch in Rücksicht auf das über die Continuität Gesagte bemerkenswerth, dass die beiden indirect abgeleiteten Gl. (29c) und (32c) gerade durch ein den Coefficienten d enthaltendes constantes Glied gegen einander differiren.

13. Sonach erübrigt nur noch, die Schwächungscoefficienten $R = \frac{A_R}{A}$, $D = \frac{A_D}{A}$ des gespiegelten und gebrochenen Lichtes für die absorbirenden Mittel aus denen der durchsichtigen abzuleiten. Erhalten dieselben zunächst die Form:

$$\frac{A + B\sqrt{-1}}{C + D\sqrt{-1}} = A' + A''\sqrt{-1},$$

so gewinnt man daraus mittelst der Fresnel'schen Regel (30) für Intensität ($J = \mathfrak{A}^2$) und Phasenverschiebung χ die Beziehungen:

$$J = \frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}, \qquad \mathrm{tg}\,\chi = \frac{BC - AD}{AC + BD}.$$

Wie bereits §. 10 angedeutet, verfährt man so, dass man in die Einfallswinkel (e) und Brechungswinkel (r') enthaltenden Fresnel'schen Intensitätsformeln $\sin r'$ und $\cos r'$ bez. durch:

$$\sin r' = \frac{\sin e}{a + b\sqrt{-1}}, \qquad \cos r' = \frac{p + q\sqrt{-1}}{a + b\sqrt{-1}}$$

und event. die Constanten a, b mittelst der Gleichungen (21) noch durch die Coefficienten p, q ersetzt.

I. Hauptfall. Für denselben hat man:

$$R = \frac{\sin(e - r')}{\sin(e + r')} = \frac{\cos e - p - \sqrt{-1}\,q}{\cos e + p + \sqrt{-1}\,q}.$$

Daraus folgt für die Intensität:

(34a.) $$J_R = \frac{(\cos e - p)^2 + q^2}{(\cos e + p)^2 + q^2}$$

oder wenn man p durch $\nu \cos r$ ersetzt:

(34b.) $$J_R = \frac{\sin^2(e - r) + q^2 \sin^2 r}{\sin^2(e + r) + q^2 \sin^2 r}.$$

Schreibt man endlich nach dem Vorgange Cauchy's:

$$\frac{1 + J}{1 - J} = \mathrm{tg}\,f, \qquad J = \frac{\mathrm{tg}\,f - 1}{\mathrm{tg}\,f + 1} = \mathrm{tg}\,(f - 45^0),$$

so erhält man z. B. in p, q, e:

(34c.) $$\mathrm{ctg}\,f = \frac{2p\cos e}{p^2 + q^2 + \cos^2 e}.$$

Der Phasenunterschied wird alsdann entsprechend:

(35) $$\mathrm{tg}\,\chi_R = \frac{2p\cos e}{p^2 + q^2 - \cos^2 e} = \frac{2q\cos e \sin^2 r}{\sin(e - r)\sin(e + r) + q^2\sin^2 r}.$$

Analog kommt für das gebrochene Licht:

$$D = \frac{2\cos e}{\cos e + p + \sqrt{-1}\, q}$$

(36)
$$J_{D.} = \frac{4\cos^2 e}{(\cos e + p)^2 + q^2} = \frac{4\cos^2 e \sin^2 r}{\sin^2(e+r) + q^2 \sin^2 r}$$

$$\operatorname{tg} \chi_D = -\frac{q}{\cos e + p} = -\frac{q \sin r}{\sin(e+r)}.$$

II. Hauptfall. Man erhält hier zunächst:

$$R = -\frac{\sin e \cos e - \sin r' \cos r'}{\sin e \cos e + \sin r' \cos r'} = \frac{p - \cos e(\nu^2 - q^2) + \sqrt{-1}\, q(1 - 2p\cos e)}{p + \cos e(\nu^2 - q^2) + \sqrt{-1}\, q(1 + 2p\cos e)}$$

und leitet daraus bei Berücksichtigung, dass:

$$(\nu^2 - q^2)^2 + 4p^2q^2 = (a^2 + b^2)^2$$

für die Intensität ab:

(37a.)
$$J_R = \frac{p^2 + q^2 - 2p\cos e\,(p^2 + q^2 + \sin^2 e) + (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e}{p^2 + q^2 + 2p\cos e\,(p^2 + q^2 + \sin^2 e) + (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e},$$

oder wenn wieder $J_R = \operatorname{tg}(g - 45^0)$ gesetzt wird:

(37b.)
$$\operatorname{ctg} g = \frac{2p \cos e\,[\sin^2 e + p^2 + q^2]}{p^2 + q^2 + (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e}.$$

Entsprechend kommt für den Phasenunterschied:

(38)
$$\operatorname{tg} \chi_R = \frac{2q \cos e\,[\sin^2 e - (p^2 + q^2)]}{p^2 + q^2 - (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e}.$$

Setzt man ferner in dem ersten Ausdruck $p = \nu \cos r$, so ergiebt sich ohne Schwierigkeit für R:

$$-\frac{[\sin(e-r)\cos(e+r) - q^2 \operatorname{ctg} e \sin^2 r] + \sqrt{-1}\, q \sin r\,[\cos(e+r) + \sin(e-r)\operatorname{ctg} e]}{[\sin(e+r)\cos(e-r) - q^2 \operatorname{ctg} e \sin^2 r] + \sqrt{-1}\, q \sin r\,[\cos(e-r) + \sin(e+r)\operatorname{ctg} e]}.$$

Und man erhält dann für die Intensität:

(37c.)
$$J_R = \frac{\cos^2(e+r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r}{\cos^2(e-r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r} \cdot \frac{\sin^2(e-r) + q^2 \sin^2 r}{\sin^2(e+r) + q^2 \sin^2 r}.$$

Den ähnlich gebildeten, aber wenig übersichtlichen Ausdruck für $\operatorname{tg} \chi_R$ übergehe ich. Ebenso möge es bezüglich des Polarisationswinkels genügen, auf die Existenz

eines solchen auch für die absorbirenden Mittel hinzuweisen. Definirt man denselben durch das Brewster'sche Gesetz:

$$\nu = \operatorname{tg} e\,, \quad p = \nu^2 \cos e\,,$$

und führt diese Beziehung in vorstehende Ausdrücke ein, so erfahren dieselben nicht unwesentliche Reductionen. Im Uebrigen tritt hier der Polarisationswinkel, sowohl was theoretisches wie experimentelles Interesse betrifft, völlig gegen den sogenannten Haupteinfallswinkel zurück. Seine Lage bestimmt sich mittelst der kubischen Gleichung:

(39) $$\nu^6 - \nu^4 (a^2 - b^2) - (\nu^2 + 1)\, a^2 b^2 = 0.$$

Was endlich das durchgehende Licht betrifft, so findet man:

$$D = \frac{2 \cos e\,(a + b\sqrt{-1})}{p + \cos e\,(\nu^2 - q^2) + \sqrt{-1}\, q\,(1 + 2\, p \cos e)}$$

und daraus mittelst bekannter Transformation:

$$J_D = \frac{4 \cos^2 e\,(a^2 + b^2)}{p^2 + q^2 + 2p \cos e\,(p^2 + q^2 + \sin^2 e) + (a^2 + b^2)^2 \cos^2 e}$$

(40) $$= \frac{1}{\nu^2} \frac{4 \cos^2 e \sin^2 r\,(a^2 + b^2)}{[\cos^2 (e - r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r]\,[\sin^2 (e + r) + q^2 \sin^2 r]}$$

$$\operatorname{tg} \chi_D = \frac{b\,[p - \cos e\,(a^2 + b^2)] - a q}{a\,[p + \cos e\,(a^2 + b^2)] + b q}\,.$$

14. Wird jetzt das einfallende Licht unter dem Azimuth von 45° polarisirt gedacht, und zunächst der reflectirte elliptisch schwingende Strahl der Prüfung unterworfen, so ist das Verhältniss der wirklichen Amplituden seiner Componenten sowie die Differenz der beiden obigen Phasenunterschiede $(\chi^p - \chi^s)$ festzustellen. Während nun jenes aus den schon gebildeten Ausdrücken ohne weiteres abzuleiten ist, würde bezüglich der Gangunterschiede das gewöhnliche Verfahren zu Weiterungen führen, die sich mit Eisenlohr dadurch vermeiden lassen, dass man die bekannte Fresnel'sche Quotientenformel:

$$\frac{\cos (e + r')}{\cos (e - r')}$$

in gleicher Weise behandelt wie oben. Dieselbe wird dadurch:

$$\frac{R_p}{R_s} = \frac{(p \cos e - \sin^2 e) + \sqrt{-1}\, q \cos e}{(p \cos e + \sin^2 e) + \sqrt{-1}\, q \cos e},$$

und man erhält für den Quotienten des Quadrates der wirklichen. Amplituden:

$$(41\text{a.}) \qquad \frac{J_p}{J_s} = \operatorname{tg}^2 h = \frac{(p \cos e - \sin^2 e)^2 + q^2 \cos^2 e}{(p \cos e + \sin^2 e)^2 + q^2 \cos^2 e},$$

oder einfacher:

$$(41\text{b.}) \qquad \cos 2h = \frac{2\, p \cos e \sin^2 e}{(p^2 + q^2) \cos^2 e + \sin^4 e}.$$

Ersterer Ausdruck setzt sich auch um in:

$$(41\text{c.}) \qquad \frac{J_p}{J_s} = \frac{\cos^2 (e + r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r}{\cos^2 (e - r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r},$$

welch letzterer sich bei Ausführung der Division der Gl. (37c) und (34b) unmittelbar gefunden hätte.

Der jetzige Phasenunterschied, die Differenz der früheren, wird:

$$(42) \qquad \begin{aligned} \operatorname{tg} d_R &= \frac{2\, q \cos e \sin^2 e}{(p^2 + q^2) \cos e - \sin^4 e} \\ &= \frac{1}{\nu^2} \, \frac{2 q \cos e \sin^2 e}{\cos (e - r) \cos (e + r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r}. \end{aligned}$$ [1]

Was ebenso das gebrochene Licht betrifft, so erfährt die entsprechende Fresnel'sche Formel:

$$\frac{1}{\cos (e - r')}$$

die Umbildung:

---

1) Wäre insbesondere b und folglich auch q so klein, dass bereits das Quadrat desselben vernachlässigt werden dürfte, so liesse sich schreiben:

$$\operatorname{tg} d_R = \frac{\varepsilon \sin e \sin 2e}{\cos (e - r) \cos (e + r)}.$$

Es würde dann der Gangunterschied dem von Cauchy für die elliptisch polarisirenden durchsichtigen Mittel aufgestellten absolut genau entsprechen. — Nach Quincke sind übrigens die Formeln (41) und (42) auch für diese Mittel vollkommen brauchbar.

$$\frac{D_p}{D_s} = \frac{a + b\sqrt{-1}}{(p \cos e + \sin^2 e) + \sqrt{-1}\, q \cos e}.$$

woraus:

$$\frac{J_p}{J_s} = \frac{a^2 + b^2}{(p \cos e + \sin^2 e)^2 + q^2 \cos^2 e}$$

(43) $$= \frac{1}{\nu^2} \frac{a^2 + b^2}{\cos^2 (e - r) + q^2 \operatorname{ctg}^2 e \sin^2 r}$$

$$\operatorname{tg} d_D = \frac{b (p \cos e + \sin^2 e) - a q \cos e}{a (p \cos e + \sin^2 e) + b q \cos e}$$

$$= \frac{\nu\, b \cos (e - r) - a q \cos e}{\nu\, a \cos (e - r) + b q \cos e}.$$

Doch kehren wir einen Augenblick zu den Ausdrücken (41) und (42) für das reflectirte Licht zurück. Aus ihnen lassen sich p und q für eine beliebige Incidenz e, sobald nur die entsprechenden d und h bekannt sind, berechnen. Man findet nämlich mittelst einfacher Umrechnung:

(44) $$p = \frac{\sin e \operatorname{tg} e \cos 2h}{1 - \cos d \sin 2h}$$
$$q = \frac{\sin e \operatorname{tg} e \sin d \sin 2h}{1 - \cos d \sin 2h}.$$

Daraus ergibt sich weiter:

(45) $$\nu^2 = \sin^2 e \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2 e \cos^2 2h}{(1 - \cos d \sin 2h)^2}\right).$$

Und aus der Verbindung dieser Ausdrücke mit den Gleichungen:

$$\nu^2 - q^2 = a^2 - b^2 \;, \quad p q = a b$$

erhält man unmittelbar die beiden charakteristischen Constanten a und b.

Bezeichnet man insbesondere den Haupteinfallswinkel, d. h. denjenigen, für welchen der Phasenunterschied $d_R = 90^0$ wird, mit E und das zugehörige Hauptazimuth mit H, dann wird entsprechend:

(44b.) $$p_E = \sin E \operatorname{tg} E \cos 2H$$
$$q_E = \sin E \operatorname{tg} E \sin 2H.$$

Und wenn das der Hauptincidenz zukommende, wirkliche Brechungsverhältniss mit N bezeichnet wird, so hat man:

$$N^2 = \operatorname{tg}^2 E(1 - \sin^2 E \sin^2 2H) \tag{45b.}$$

als Analogon zum Brewster'schen Gesetze, das für $b=q=H=0$, also für durchsichtige Mittel, mit diesem selbst zusammenfällt.

Weiter erhält man unmittelbar:

$$2ab = \sin E \operatorname{tg} E \sin 4H$$

sowie die Beziehungen:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= \operatorname{tg}^2 E(1 - 2\sin^2 E \sin^2 2H) \\ a^2 + b^2 &= \operatorname{tg}^2 E \sqrt{1 - \sin^2 2E \sin^2 2H}. \end{aligned} \tag{46}$$

Man wird dieselben zur Berechnung von a und b benutzen, wenn nur E und H bekannt sind. Lundquist[1]) hat indess mittelst Gleichungen, die nur in der Form von (44) abweichen, diese Berechnung (für Fuchsin und homogene Farben) auf verschiedene Einfallswinkel ausgedehnt und meines Erachtens eine befriedigende Uebereinstimmung erhalten.

Die hier abgeleiteten Ausdrücke (34_c), 35_a), (37_b), (38), (41_b), (42_a) decken sich völlig mit den von Cauchy und Eisenlohr gegebenen, sobald man setzt:

$$\begin{aligned} a &= \vartheta \cos \varepsilon & c &= \gamma \cos u & p &= \gamma\vartheta \cos(\varepsilon + u) \\ b &= \vartheta \sin \varepsilon & d &= \gamma \sin u & q &= \gamma\vartheta \sin(\varepsilon + u) \end{aligned}$$

$$\frac{\operatorname{tg}(\varepsilon - u)}{\operatorname{tg}(\varepsilon + u)} = \frac{\gamma^2\vartheta^2 - \sin^2 e}{\gamma^2\vartheta^2 + \sin^2 e},$$

Bedingungen, die, wie man sich leicht überzeugt, mit einander verträglich sind. Da indess diese ältere Form trotz einer gewissen Eleganz wegen des rein mathematischen Charakters ihrer Coefficienten kein eigentlich physikalisches Interesse hat, so möge der Hinweis auf sie genügen. Andererseits fallen die Formeln (34_b), (35_b), (37_c) etc. mit

1) Pogg. Ann. CLII. p. 585.

den von Beer gegebenen zusammen, sobald man aus diesen die auf die Longitudinalwellen bezüglichen Glieder entfernt. Da Beer indess das hier entwickelte Gesetz der Abhängigkeit zwischen v, q, e nicht kannte, so ist seine Arbeit nicht ganz frei von Widersprüchen.

Die auf das gebrochene Licht bezüglichen Verhältnisse, die gegenwärtig nicht minder evident sind wie die des gespiegelten, sind noch von keinem Vorgänger behandelt.

15. Am regelmässigsten werden die Formeln, wenn man die Reflexion und Brechung im Innern eines absorbirenden Mittels an der Grenze eines zweiten gleichfalls absorbirenden vor sich gehen lässt. Wir denken uns das erste Mittel als eine planparallele Platte, auf deren Vorderfläche das Licht unter dem Einfallswinkel e (im Weltäther) aufgefallen, und an der es unter dem Brechungswinkel r'_1 gebrochen wurde. Es wird dann r'_1 der Einfallswinkel für die innere Trennungsfläche, und wenn die zweite Brechung nach r'_2 erfolgt, so hat man: $\sin e = n_1 \sin r'_1 = n_2 \sin r'_2$, und so erscheint:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{a_2 + b_2\sqrt{-1}}{a_1 + b_1\sqrt{-1}}$$

als das relative complexe Brechungsverhältniss, welches sich dem reellen: $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\sin r_1}{\sin r_2}$ zuordnet.

Demgemäss erhält man beispielsweise für den I. Hauptfall:

$$R = \frac{\sin r'_2 \cos r'_1 - \cos r'_2 \sin r'_1}{\sin r'_2 \cos r'_1 + \cos r'_2 \sin r'_1} = \frac{(p_1 - p_2) + \sqrt{-1}\,(q_1 - q_2)}{(p_1 + p_2) + \sqrt{-1}\,(q_1 + q_2)}$$

$$D = 1 + R = \frac{2\,(p_1 + q_1\sqrt{-1})}{(p_1 + p_2) + \sqrt{-1}\,(q_1 + q_2)}.$$

Und daraus:

$$J_R = \frac{(p_1 - p_2)^2 + (q_1 - q_2)^2}{(p_1 + p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2}, \quad \operatorname{ctg} f = \frac{2\,(p_1 p_2 + q_1 q_2)}{(p_1^2 + q_1^2) + (p_2^2 + q_2^2)}$$

(47) $$\operatorname{tg} \chi_R = \frac{2\,(q_1 p_2 + q_2 p_1)}{(p_1^2 + q_1^2) - (p_2^2 + q_2^2)}.$$

$$J_D = \frac{4(p_1^2 + q_1^2)}{(p_1 + p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2}, \quad \operatorname{tg} \chi_D = \frac{q_1 p_2 - q_2 p_1}{(p_1^2 + q_1^2) + (p_1 p_2 - q_1 q_2)}.$$

Ebenso ergibt sich für die Bestimmungsstücke der elliptischen Polarisation und zwar für das reflectirte Licht:

$$\cos 2 h_R = \frac{2 \sin^2 e\,(p_1 p_2 - q_1 q_2)}{(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2) + \sin^4 e}.$$

(48)

$$\operatorname{tg} d_R = \frac{2 \sin^2 e\,(q_1 p_2 + q_2 p_1)}{(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2) - \sin^4 e},$$

Ausdrücke, welche dadurch noch symmetrischer werden, dass man $\sin^2 e = \nu_1 \nu_2 \sin r_1 \sin r_2$ setzt:

Ferner für das gebrochene Licht:

(49) $$\frac{J_p}{J_s} = \frac{(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)}{(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2) + 2 \sin^2 e\,(p_1 p_2 - q_1 q_2) + \sin^4 e}$$

$$\operatorname{tg} d_D = \frac{(a_1 b_2 + a_2 b_1)(p_1 p_2 - q_1 q_2 + \sin^2 e) - (a_1 a_2 - b_1 b_2)(p_1 q_2 + p_2 q_1)}{(a_1 a_2 - b_1 b_2)(p_1 p_2 - q_1 q_2 + \sin^2 e) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)(p_1 q_2 + p_2 q_1)}.$$

Sofern man übrigens eine Legitimirung dieses Verfahrens mittelst directer Anwendung der Grenzprincipien auf die eine oder andere Form des Schwingungsgesetzes für nöthig erachten sollte, so hat man in Rücksicht darauf, dass die Amplituden der einfallenden und gebrochenen Welle in der Richtung der positiven Z-Axe zunehmen, die der gespiegelten dagegen abnehmen, dem Extinctionscoefficienten der letzteren das entgegengesetzte Vorzeichen zu geben wie dem der beiden anderen. Man gelangt dann in der That zu den Ausdrücken (47) zurück.

Wäre insbesondere das zweite Mittel wieder der leere Raum, also $a_2 = 1$, $p_2 = \cos e$, $b_2 = q_2 = 0$, so erhielte man für die Reflexion an der Hinterfläche der vorausgesetzten Platte für $\cos 2 h_R$ und $\operatorname{tg}^2 h_D$ den gleichen Werth wie an der Vorderfläche, und für die Phasendifferenzen d_R und d_D den nämlichen absoluten Werth. Das Vorzeichen derselben würde davon abhängen, ob gleichzeitig q sein Zeichen wechselt oder dasselbe in beiden Fällen behält. Letzteres wäre freilich nur möglich bei Anwendung der complexen Form des Schwingungsgesetzes.

Setzt man noch in Gl. (47) $a_1 = p_1 = n_1$, $b_1 = q_1 = 0$,

also $e = 0$ und folglich $p_2 = a_2$, $q_2 = b_2$, so erhält man für das reflectirte Licht:

$$(50) \qquad J_R = \frac{(a_2 - n_1)^2 + b_2^2 n_1^2}{(a_2 + n_1)^2 + b_2^2 n_1^2}, \quad \operatorname{tg} \chi_R = \frac{2 b_2 n_1}{a_2^2 + b_2^2 - n_1^2}.$$

Ist das erste dieser Mittel Glas ($n_1 = 1,5$), das zweite Silber, für welches man mittelst Beobachtung des Hauptwinkels etwa $a = \frac{1}{3}$, $b = 2$ findet, so wird etwa $\chi_R = 77^0$, während Hr. Wernicke aus Interferenzversuchen nahezu 90^0 gefunden hat. Mir scheint übrigens, dass dieser Versuch nicht ganz so einfach ist, als Hr. Wernicke annimmt, da in der That vom Standpunkte der Theorie des Mitschwingens der ponderablen Theilchen ein Zusammenhaften zweier so heterogener Substanzen wie Glas und Metall die freie Bewegung der beiderseitigen Molecüle behindern und eigenthümliche Grenzwirkungen herbeiführen wird. Die hier erhaltene leidliche Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung dürfte daher, selbst abgesehen von der Möglichkeit eines $\nu < 1$, einigermaassen zufällig sei.

16. Was schliesslich die elliptische Polarisation der durchsichtigen Mittel betrifft, so ist, wie schon angeführt wurde, die Erklärung derselben mittelst Zuziehung von Longitudinalstrahlen illusorisch, und bleibt ohnehin das doppelte Vorzeichen derselben ohne jede Begründung. Ich selbst habe früher den Versuch gemacht, die in Rede stehende Erscheinung auf einen imaginären Winkel zwischen Strahl und Normale zurückzuführen, möchte denselben aber nach Abschluss meines letzten Aufsatzes nicht mehr gerade aufrecht erhalten. Vermuthlich bleibt auch für diese Polarisation kein anderer Entstehungsgrund übrig als der einer wenngleich schwachen Absorption, resp. Phasenverschiebung zwischen Körper- und Aethertheilchen.

Dass in der That die elliptische Polarisation der hier in Betracht kommenden Mittel wenigstens für die Reflexion an der Vorderfläche völlig mit der der metallischen Mittel übereinstimmt, habe ich p. 240 in der Anmerkung

angedeutet. Nehmen wir auch für die Spiegelung an der Hinterfläche und ebenso für die Brechung die gleiche Uebereinstimmung in Anspruch, so hat Quincke[1]) gezeigt:

a) dass eine bezüglich der Vorgänge an der Vorderfläche positive Substanz bei der Reflexion an der Hinterfläche negativ werde und umgekehrt,

b) dass für die correspondirenden Winkel r_1, r_2 einer aus zwei Mitteln gebildeten Combination das Polarisationsazimuth (h) das gleiche, der Phasenunterschied (d) der entgegengesetzte werde, wenn r_1 und r_2 und damit auch die Reihenfolge der Mittel gegen einander vertauscht werden, und:

c) dass das nach zweimaliger Brechung aus einer planparallelen Platte austretende Licht niemals elliptisch polarisirt ist, welches auch Incidenz und Azimuth des einfallenden Strahles sein möge.

Sämmtliche drei Folgerungen sind mit den oben erwähnten Resultaten Wernicke's an absorbirenden Mitteln (S. 232) verträglich. Sie ergeben sich ohne weiteres aus den Gl. (48) und (49), wenn man darin den entsprechenden Zeichenwechsel der b und q zugibt, und involviren dann den Ausschluss des Beer'schen Verfahrens zu Gunsten des von Cauchy selbst sowie von Eisenlohr und mir eingeschlagenen.

Bleibt nun demgemäss die theoretische Feststellung des Vorzeichens der Phasenänderungen (χ) zur Zeit noch unmöglich, so mag man annehmen dürfen, dass selbst für die Reflexion in Luft bei den einzelnen positiven und negativen Substanzen ähnliche Verschiedenheiten dieses Zeichen beeinflussen mögen. Auch würde ja eine zu beiden Seiten eines Absorptionsstreifens — die elliptische Polarisation nimmt bekanntlich mit der Entfernung von demselben ab — sich weithin erstreckende schwache Absorption mit unserer allgemeinen Dispersionsformel noch

1) Pogg. Ann. CXXVIII.

immerhin im Einklang sein. Vielleicht aber auch ist es wahrscheinlicher, die betreffende Ellipticität der Wirkung einer „Grenzschicht" zuzuschreiben, sofern ja die Körpertheilchen der Oberfläche nur einseitig von homogenem Aether umgeben sind, und damit die Annahme zu verknüpfen, dass ebendeshalb die oberflächlichen Schichten zumal in der Nähe des Absorptionsgebietes zu einer Phasenverschiebung zwischen Aether- und Körpertheilchen geneigt seien. Man könnte sich denken, dass die fictive Trennungsfläche $z = 0$ etwas innerhalb der wirklichen liege, dass sowohl oberhalb wie unterhalb derselben die Dichtigkeit sich continuirlich ändere, und dass so an der Oberfläche eine Combination entstehe, die ähnlich wirke wie die unter b) von Quincke untersuchte.

Eine solche Oberflächenwirkung könnte dann ebenso für das Absorptionsgebiet selber zur Wirkung der Extinction hinzutreten, und sie scheint auch bereits seitens der Hrn. Quincke[1]) und Wernicke[2]) an dünnen Metallblättchen auf eine gewisse Tiefe hin constatirt zu sein.

IV. *Ueber die electrische Influenz auf nichtleitende feste Körper; von A. Wüllner.*

(Aus den Sitzungsberichten der K. b. Akademie zu München vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Vor einiger Zeit hatte ich die Ehre der Akademie einige Versuche mitzutheilen,[3]) aus denen sich ergab, dass die flüssigen Nichtleiter in ähnlicher Weise electrisch influencirt werden, wie die flüssigen Leiter; dass in Bezug auf die electrische Influenz die Nichtleiter von den Leitern

1) Ebd. Erg.-Bd. VIII. p. 68 u. 79.
2) Pogg. Ann. LXXIII., LXXIV., LXXV.
3) Sitzungsberichte der k. b. Akademie zu München. (math.-phys. Klasse). V. p. 147 (Juni 1875).

sich nur insoweit unterscheiden, dass während bei den letzteren die Influenz momentan in ihrer ganzen Stärke auftritt, bei den ersteren dieselbe eine längere Zeit braucht, um denselben Werth zu erreichen. Es ergab sich das daraus, dass das Potential in einer electrisirten, mit dem Sinuselectrometer verbundenen Metallplatte, welche über einer flüssigen Platte von immer derselben Form in immer gleicher Entfernung schwebte, immer in demselben Verhältnisse vermindert wurde, sowohl, wenn die Flüssigkeit leitend als auch wenn sie nichtleitend war. Es wurde nämlich das Potential der frei schwebenden Platte am Sinuselectrometer beobachtet, V_1; es wurde dann diese Platte bis zu einem bestimmten, bei allen Versuchen constanten Abstande über der Flüssigkeit herabgelassen und das Potential der Platte in dieser Lage am Sinuselectrometer beobachtet gleich V. Bezeichnet man nun das Potential der in der Flüssigkeit influenzirten Electricität auf die electrisirte Platte, resp. auf das immer gleiche electrische System, von welchem die Platte ein Theil ist, mit V_2, so ist:

$$V = V_1 + V_2$$

Da nun immer:

$$V_2 = a V_1$$

gesetzt werden kann, wenn a die von der Platte ausgeübte Influenz bedeutet, für den Fall, dass bei den gegebenen Umständen die influencirende Platte das Potential Eins besitzt, so ist:

$$V = V_1 (1 + a)$$

$$\frac{V}{V_1} = 1 + a.$$

Dieser Quotient $1 + a$ wurde nun immer derselbe, einerlei ob die Platte aus einer leitenden oder nichtleitenden Flüssigkeit bestand, ein Beweis, dass bei hinreichender Dauer die nichtleitenden Flüssigkeiten durch Influenz bis zu demselben Grade electrisirt werden wie die leitenden.

Im Anschlusse an diese Beobachtungen erlaubte ich

mir gleichzeitig einige vorläufige Versuche über die Influenz auf feste Isolatoren mitzutheilen, welche den Beweis zu liefern schienen, dass auch dort die Electrisirung bei dauernder Influenz stetig zunimmt, aber nicht bis zu jenem Werthe, welchen sie in den Leitern erreicht. Ich habe diese Versuche seitdem weiter verfolgt und die mit der Zeit wachsende Influenz bei einer Anzahl von festen Isolatoren, so genau es eben geht, messend verfolgt. Die Frage gerade nach dieser mit der Zeit wachsenden Influenzirung schien mir, ausser dem Interesse, das sie an sich bietet, auch für unsere theoretischen Anschauungen nicht ganz ohne Bedeutung zu sein. Bei den meisten theoretischen Entwickelungen von Fragen, bei denen die Isolatoren eine Rolle spielen, und in den neueren electrischen Untersuchungen wird die Rolle der Isolatoren eine immer wichtigere, betrachtet man die Isolatoren als Dielectrica im Sinne der ursprünglich von Faraday ausgesprochenen Anschauung. Man setzt voraus, dass jeder Isolator ein bestimmtes Inductionsvermögen habe, und führt den Einfluss desselben in die Rechnung durch die sogenannte Dielectricitätsconstante ein, welche das Maass der dielectrischen Polarisation ist. Die Grösse der letzteren ist davon abhängig, ein wie grosser Theil der in der Volumeneinheit des Isolators vorhandenen Molecüle vollkommen leitend ist.

Die sich in der Rückstandsbildung zeigende Zunahme der Influenz mit wachsender Dauer der Einwirkung sieht diese Auffassung als einen Vorgang ganz anderer Ordnung an, man betrachtet ihn als dielectrische Nachwirkung oder als eine mit der Zeit wachsende Influenz in den die leitenden Molecüle trennenden nicht vollkommen isolirenden Molecülen. Ein Zusammenhang zwischen den beiden Erscheinungen ist nur insoweit vorhanden, dass je vollkommener das Dielectricum, je grösser die Dielectricitätsconstante ist, um so geringer die dielectrische Nachwirkung sein muss.

Theilt man dagegen diese Auffassung der Isolatoren nicht, sondern sieht man sie einfach als schlechte Leiter

an, so muss sich zwischen der momentanen, das specifische Inductionsvermögen bedingenden, und der mit der Zeit wachsenden Influenz eine innige Beziehung zeigen. Es muss dann die momentane Influenz um so grösser sein, je grösser die Leitungsfähigkeit des Isolators ist, je schneller also die Influenz mit der Zeit wächst. Die Untersuchung der Influenz in Nichtleitern scheint also eine Entscheidung darüber bringen zu können, ob die Faraday'sche Auffassung der Isolatoren nothwendig ist oder nicht.

Ich habe deshalb eine Anzahl von Isolatoren, deren Dielectricitätsconstanten nach den vorliegenden Untersuchungen ziemlich verschieden sind, nach dieser Richtung hin der Messung unterzogen.

Methoden der Messung.

2.

Die einfachste und directeste Methode, nach welcher man die Influenz in einem sogenannten Isolator bestimmen kann, ist die, dass man das Potential der im Isolator influenzirten Electricität auf eine leitende Platte bestimmt, und zwar auf jene, welche selbst die Influenzwirkung im Isolator hervorruft. Ist V das Potential der Electricität in der Collectorplatte eines plattenförmigen Ansammlungsapparates, wenn der Zwischenraum zwischen den Platten mit Luft gefüllt ist, und wird V_1 das Potential, wenn die Luft durch einen anderen Isolator ersetzt wird, so folgt lediglich aus der Annahme, dass die Influenz im Isolator dem Potential der influenzirenden Electricität proportional ist:

$$V_1 = V(1 - \alpha).$$

Es ist $-\alpha V$ das Potential der im Isolator influencirten Electricität auf die leitende Platte. Die Grösse α ist somit das Maass der Influenz im Isolator, es ist das Potential der im Isolator influenzirten Electricität auf die influenzirende Platte, wenn dieselbe bis zum Potentialwerth Eins geladen ist. Ist der Zwischenraum zwischen

den leitenden Platten nicht ganz mit dem betreffenden Isolator ausgefüllt, so geht das Potential V_1 über in V_2, so dass:

$$V_2 = V(1 - a)$$

worin $a < \alpha$. Ist der Abstand der leitenden Platten von den Flächen des Isolators nicht zu gross, nicht grösser als dass für diesen Abstand noch die Theorie des plattenförmigen Ansammlungsapparates in der einfachen Form angewandt werden kann, dass man also die Abstände der Flächen als hinreichend klein gegen den Durchmesser der Platten ansehen darf, so kann man setzen:

$$a = \alpha \frac{\delta_1}{\delta}$$

wenn δ der Abstand der leitenden Platten und δ_1 die Dicke des Isolators ist. Dieser Gleichung liegt nur die Annahme zu Grunde, dass die im Isolator durch Influenz geschiedenen Electricitäten sich auf den beiden den leitenden Flächen parallelen Grenzflächen des Isolators befinden. Aber selbst, wenn man diese Annahme nicht ohne weiteres zugeben will, bleibt obige Gleichung bestehen, wenn man α als das Maass des electrischen Zustandes der Grenzflächen des Isolators definirt, welcher nach aussen, resp. auf die influenzirende Platte genau so wirkt, wie die im Isolator durch Vertheilung wirklich geschiedene Electricität. Man wird daher stets, wenn $\delta - \delta_1$ nur hinreichend klein ist, aus einem beobachteten Werthe a den Werth von α aus der Gleichung:

$$\alpha = a \frac{\delta}{\delta_1}$$

berechnen können. Es genügt somit die Grösse a bei verschiedener Dauer der Influenz zu beobachten.

Die hierdurch gegebene Methode zur Bestimmung der Influenz in Nichtleitern habe ich in zwei verschiedenen Formen angewandt. Die eine derselben stimmt im wesentlichen überein mit derjenigen, nach welcher ich die Influenz in Flüssigkeiten gemessen habe. Das Potential einer elec-

trisirten, als Collectorplatte dienenden, mit dem Sinuselectrometer verbundenen Platte wurde gemessen, wenn zwischen den Platten des Ansammlungsapparates Luft war, und wenn die Luft zum Theil durch eine isolirende Platte ersetzt war. Die Condensatorplatte des Ansammlungsapparates lag auf dem Glasring des in meiner Mittheilungen über die Influenz auf Flüssigkeiten erwähnten, ganz aus Glas hergestellten Gefässes. Mit Hülfe von Stellschrauben, die in der Bodenplatte des Gefässes angebracht waren, konnte diese, durch einen Draht mit den Gasleitungen des Laboratoriums leitend verbundene Platte genau horizontal gestellt werden. Auf diese Platte wurden die verschiedenen isolirenden Platten gelegt, welche möglichst genau planparallel hergestellt waren, so dass also auch die obere Fläche des Isolators möglichst genau horizontal war. Ueber der Condensatorplatte resp. der isolirenden Platte schwebte, an dem ebenfalls in der erwähnten Mittheilung beschriebenen Galgen befestigt, die Collectorplatte, welche durch einen äusserst feinen, etwa 0.05 Mm. dicken Golddraht mit dem Sinuselectrometer verbunden war. Die Platte konnte an dem Galgen auf und niedergelassen werden; in ihrer höchsten Stellung war sie von der abgeleiteten Platte, resp. der oberen Fläche des Isolators etwa 12 Ctm. entfernt. Ihre tiefste Lage war durch eine feine an dem Galgen befestigte Schraube, in welche die Tragschnüre eingehakt wurden, verstellbar, und sie konnte so in einem genau bestimmbaren Abstande über der Condensatorplatte oder der oberen Fläche der isolirenden Platte festgestellt werden. Dieser Abstand wurde gemessen durch ein Glasgitter, welches in dem Oculare eines Mikroskopes angebracht war; das Mikroskop war so eingestellt, dass der Abstand der Theilstriche des Gitters 0.059 Mm. bedeutete. Um sich zu überzeugen, dass die obere Platte der unteren resp. der oberen Fläche der isolirenden Platte parallel war, wurden die entsprechenden Abstände in zwei zu einander senkrechten Richtungen gemessen. Damit diese Messungen gemacht werden konnten, war bei den

meisten Versuchen der Durchmesser der isolirenden Platten genau gleich demjenigen der leitenden Platten gemacht, nämlich 11.5 Ctm.

Es wurde nun die obere in ihrer höchsten Lage schwebende Platte mit Electricität geladen und das Potential einige Zeit am Electrometer verfolgt, um so den Electricitätsverlust kennen zu lernen und das Potential im Momente des Herablassens über den Isolator bestimmen zu können. Nach dem Herablassen der Platte wurde dann so rasch wie möglich, meistens schon nach 20 Secunden wieder das Potential am Sinuselectrometer beobachtet, und dann der Gang desselben in bestimmten Intervallen beobachtet. Nach hinreichender Zeit wurde dann die Platte wieder emporgezogen und das Potential der freischwebenden Platte gemessen. Diese letzte Beobachtung hatte hauptsächlich den Zweck den Electricitätsverlust während der Dauer des Versuches in Rechnung zu ziehen, wie ich das in meiner Mittheilung über den electrischen Rückstand auseinandergesetzt habe.[1]) Indem man die allerdings nur annähernd richtige Voraussetzung macht, dass der Verlust in gleichen Zeiten dem in der betreffenden Zeit vorhandenen Potential proportional ist, lässt sich aus der unmittelbar vor dem Niederlassen der Platte und nach dem Aufziehen derselben gemachten Beobachtung das Potential der Platte für jeden zwischen diesen Beobachtungen liegenden Zeitpunkt berechnen.

Die Beobachtung wurde dann damit geschlossen, dass nach Fortnahme der isolirenden Platte die electrische Platte wieder in die frühere Lage herabgelassen und so das Potential derselben gemessen wurde, wenn zwischen den beiden Platten des Condensators Luft vorhanden war.

3.

Die so gemessenen Potentiale, wenn zwischen den Platten des Condensators der Isolator eingeschoben, und

1) Pogg. Ann. CLIII. p. 22.

wenn der Raum zwischen denselben mit Luft gefüllt ist, lassen nicht unmittelbar die Grösse a, wie sie oben definirt ist, ableiten. Es würde das nur dann der Fall sein, wenn die im Electrometer, welches mit der Platte leitend verbunden ist, vorhandene Electricitätsmenge gegen die in der Platte vorhandene verschwindend klein wäre. Ist das nicht der Fall, so fliesst aus dem Electrometer Electricität in die Platte hinüber, sobald in der Collectorplatte das Potential vermindert wird, und um so mehr, je mehr das Potential vermindert wird, da in leitend verbundenen Körpern das Potential überall denselben Werth haben muss. Da nun der Einfluss des Isolators auf die Collectorplatte eine Verminderung des Potentials in derselben bewirkt, so fliesst aus dem Electrometer eine grössere Menge von Electricität in dieselbe, wenn sich der Isolator zwischen den Platten befindet, als wenn der Zwischenraum mit Luft gefüllt ist. Es entspricht also das bei Zwischenlegung des Isolators gemessene Potential der Collectorplatte einer grösseren in derselben vorhandenen Electricitätsmenge als jenes, welches gemessen wird, wenn der Zwischenraum mit Luft gefüllt ist.

Es hat indess keine Schwierigkeit, auf Grund bekannter Sätze die Grösse a aus diesen Beobachtungen abzuleiten, wenn man weiss, wie sich bei freischwebender Collectorplatte eine electrische Ladung zwischen dieser und dem Electrometer theilt, welches also das Verhältniss zwischen den Capacitäten der Platte und des Electrometers ist, wenn man in bekannter Weise als Capacität eines electrischen Systems jene Electricitätsmenge bezeichnet, welche dasselbe enthält, wenn es bis zum Potentialwerthe Eins geladen ist.

4.

Das Verhältniss zwischen den Capacitäten der Collectorplatte und des Electrometers erhält man direct, wenn man zunächst das Electrometer isolirt ladet, das Potential der Ladung beobachtet, dann dasselbe durch einen

feinen Draht mit der Collectorplatte in Verbindung setzt und wieder das Potential misst, nachdem die dem Electrometer ertheilte Ladung sich zwischen diesem und der Platte getheilt hat. Bezeichnet man die Capacität des Electrometers mit E, so ist die einem beobachteten Potential V entsprechende in demselben enthaltene Electricitätsmenge Q:

$$Q = E \,.\, V.$$

Verbindet man dann das Electrometer durch einen feinen Draht mit der Platte, so theilt sich die Electricität zwischen Platte und Electrometer, vorausgesetzt, dass wir einen Draht von solcher Feinheit wählen, dass wir die auf diesen übergehende Electricität als verschwindend klein ansehen können. Beobachtet man dann im Electrometer das Potential V_1, so wird, wenn man die Capacität der Platte mit P bezeichnet:

$$Q = (E + P)\, V_1,$$

somit:

$$\frac{P}{E} = \frac{V}{V_1} - 1.$$

Zur Bestimmung dieses Verhältnisses wurde in der angegebenen Weise verfahren. Der äusserst feine Verbindungsdraht zwischen Electrometer und Collectorplatte wurde an ein feines Schellackstiftchen gekittet und vom Electrometer losgenommen, und dann das Electrometer geladen. Nachdem der Stand der Nadel im Sinuselectrometer beobachtet war, wurde der Verbindungsdraht in das Electrometer eingehängt, und wieder der Stand der Nadel beobachtet. Dass durch das Schellackstäbchen keine Ableitung der Electricität eintrat, davon überzeugte man sich dadurch, dass eine Berührung desselben mit der Hand, nachdem der Verbindungsdraht mit dem Electrometer verbunden war, den Stand der Nadel im Electrometer nicht veränderte. Zwei Beobachtungen ergaben folgende Werthe:

Zeit	Ablenkung φ d. Nadel	$\frac{1}{2}\log\sin\varphi$
0′	56° 24′	0.96072 — 1
0′ 20″	56° 10′	0.95971 — 1
0′ 40″	55° 46′	0.95869 — 1
1′ —	— —	0.95768 — 1 = log V 1)
2′ —	20° 46′	0.77484 — 1
3′ —	20° 45′	0.77484 — 1 = log V_1

$$\frac{P}{E} = 0.523$$

Zeit	Ablenkung φ d. Nadel	$\frac{1}{2}\log\sin\varphi$
0′	19° 44′	0.76423 — 1
0′ 30″	19° 44′	0.76423 — 1
1′	19° 44′	0.76423 — 1
1′ 30″	— —	0.76423 — 1 = log V 1)
2′	8° 24′	
3′	8° 24′	0.58230 — 1 = log V_1

$$\frac{P}{E} = 0.520.$$

1) Moment der Berührung.

Zwei andere in derselben Weise durchgeführte Versuche ergaben:

$$\frac{P}{E} = 0.512 \qquad\qquad \frac{P}{E} = 0.516.$$

Der so bestimmte Werth von $\frac{P}{E}$ lässt sich durch Versuche leicht controliren. Lässt man die Collectorplatte bis auf eine bestimmte Entfernung von der Condensatorplatte hinab, so wächst ihre Capacität, da durch die in der abgeleiteten Platte influencirte Electricität bei gleicher Ladung der Collectorplatte das Potential in derselben Weise vermindert wird. Verfährt man nun bei herabgelassener Collectorplatte gerade so wie vorher bei frei schwebender, so erhält man zunächst das Verhältniss zwischen der Capacität der über der Condensatorplatte schwebenden Collectorplatte P_1 und derjenigen E des Electrometers:

$$1 + \frac{P_1}{E} = \frac{V}{V_1};$$

Bestimmt man dann zweitens das Potential V' der Platte, nachdem sie aufgezogen ist, also frei schwebt, für dieselbe Ladung, bei welcher sie in der eben genommenen Entfernung über der Condensatorplatte das Potential V_1 hatte, so erhalten wir für die in dem Systeme bei diesen

beiden Beobachtungen vorhandene Electricitätsmenge die beiden Gleichungen:

$$Q = (E + P_1) \,.\, V_1 \qquad Q = (E + P) \,.\, V'$$

und daraus:

$$\frac{1 + \frac{P}{E}}{1 + \frac{P_1}{E}} = \frac{V_1}{V'}$$

oder:

$$1 + \frac{P}{E} = \frac{V_1}{V'} \cdot \frac{V}{V_1}.$$

So ergab sich, als die Collectorplatte in einem Abstande von 13.12 Mm. über der Condensatorplatte schwebte, bei drei Versuchen:

$$1 + \frac{P_1}{E} = \frac{V}{V_1} = 1.992;\ 1.986;\ 1.991.$$
Mittel 1.9897.

Das Verhältniss zwischen dem Potential der herabgelassenen und der frei schwebenden Platte ergaben zwei Versuche:

$\frac{V_1}{V'} = 0.7644;\ 0.7613.$ Mittel 0.7628 und daraus

$$1 + \frac{P}{E} = 1.518.$$

Als Mittel aus diesen und anderen Versuchen ergab sich schliesslich:

$$1 + \frac{P}{E} = 1.513.$$

5.

Wie man nun mit Hülfe des so bestimmten Werthes von $\frac{P}{E}$ aus den oben angegebenen Versuchen den Werth von a ableiten kann, ergibt sich unmittelbar. Die Beobachtungen ergeben erstens das Verhältniss zwischen den Werthen des Potentials, wenn die Collectorplatte in einem bestimmten Abstande über der Condensatorplatte schwebt, während der Zwischenraum mit Luft gefüllt ist, V_1, und

wenn die Platte freischwebt, V'. Daraus erhält man wie oben:

$$\frac{E + P_1}{E + P} = \frac{V'}{V_1} = A;$$

also für die Capacität P_1:

$$\frac{P_1}{E} = A\left(1 + \frac{P}{E}\right) - 1.$$

Die Beobachtungen ergeben zweitens das Verhältniss zwischen dem Potential V_2 der Platte, wenn sie in derselben Entfernung über der Collectorplatte schwebt, aber der Isolator dazwischen geschoben ist, und dann der freischwebenden Platte V'. Nennen wir die Capacität der über dem Isolator schwebenden Platte P_2, so erhalten wir:

$$\frac{E + P_2}{E + P} = \frac{V'}{V_2} = B; \qquad \frac{P_2}{E} = B\left(1 + \frac{P}{E}\right) - 1.$$

Da nun die Zwischenlagerung des Isolators das Potential der von der Verbindung mit dem Electrometer losgelösten Collectorplatte, auf welche sich die Capacitäten P beziehen, bei gleicher in derselben vorhandenen Electricitätsmenge nach der Bemerkung des §. 2 von 1 auf $1 - a$ vermindert, so folgt, dass zur Herstellung des gleichen Potentials bei zwischengelegtem Isolator die der Collectorplatte zu gebende Electricitätsmenge im Verhältniss von $1 : 1 - a$ vergrössert werden muss, oder mit anderen Worten, die Capacität der Platte P_2 ist gegeben durch:

$$P_2 = \frac{P_1}{1 - a}.$$

Durch diese Bestimmung von P_2 ergibt sich dann:

$$\frac{1}{1 - a} = \frac{B\left(1 + \frac{P}{E}\right) - 1}{A\left(1 + \frac{P}{E}\right) - 1}.$$

Setzen wir nun:

$$\frac{1}{1 + \frac{P}{E}} = D.$$

so ergibt sich:

$$1 - a = \frac{A - D}{B - D}$$

und schliesslich:

$$a = \frac{B - A}{B - D}$$

oder nach der oben gemachten Bestimmung von D für die vorliegenden Versuche:

$$a = \frac{B - A}{B - 0.6605}.$$

6.

Die in den vorigen §§. beschriebene Methode misst die Aenderung, welche das Potential einer über dem Isolator schwebenden leitenden Platte bei nahezu gleicher Electricitätsmenge mit wachsender Zeit erfährt, indem man die der verschiedenen Dauer der Einwirkung entsprechenden Werthe von B misst. Die Methode hat in ihrer experimentellen Durchführung zwei Uebelstände, welche den für die Influenzirung des Isolators gefundenen Werthen einigen Eintrag thut. Da mir zur Messung des zeitlichen Verlaufs der Potentiale kein anderer Messapparat als das Sinuselectrometer zu Gebote stand, und da die Art der Versuche bei jeder Reihe die Verwendung nur einer Nadel gestattete, so musste der Collectorplatte bei dem Beginne der Versuche eine ziemlich starke Ladung gegeben werden, weil sonst nach herabgelassener Platte die Ablenkungen der Nadel zu klein, somit die Beobachtungen zu unsicher geworden wären. Dabei zeigte sich, dass in der Regel etwas Electricität auf die Glasstäbchen überging, an denen die Collectorplatte schwebt. Diese Electricität kehrte dann auf die Collectorplatte zurück, wenn dieselbe herabgelassen und durch die Condensatorplatte und die Wirkung des Isolators das Potential in der Platte vermindert wurde. Dieses Zurückfliessen von Electricität gab sich, besonders dann, wenn bei dem Herablassen eine starke Verminderung des Potentials eintrat,

dadurch zu erkennen, dass trotz der mit der Zeit wachsenden Influenz im Isolator das Potential auf der Collectorplatte in den ersten Minuten nur wenig oder gar nicht abnahm, zuweilen sogar nach der ersten, 20 bis 30 Secunden nach dem Niederlassen erfolgten Beobachtung in geringem Grade wieder zunahm. Es folgt daraus, dass in den ersten Minuten das Potential der herabgelassenen Platte gegenüber dem vorher an der freischwebenden Platte beobachteten resp. mit Berücksichtigung des Electricitätsverlustes aus demselben berechneten etwas zu gross ist. Damit wird der Werth von B und mit diesem, weil A stets grösser als D ist, der berechnete Werth von a etwas zu klein.

Der zweite Umstand, der den Gang der Influenz im Isolator etwas unsicher macht, ist die Bestimmung des Electricitätsverlustes von der Collectorplatte während der Dauer des Versuches. Wie vorhin erwähnt wurde, wird dazu die Ladung der Platte beim Beginn und am Schlusse des Versuches beobachtet. Letztere Beobachtung gibt gegenüber der ersteren den ganzen während der Dauer des Versuches stattfindenden Verlust an. Um nun die Ladung der Platte für die zwischenliegenden Zeiten zu berechnen, wurde die Annahme gemacht, dass der Verlust in gleichen Zeiten immer der gleiche Bruchtheil der im Beginne der Zeiten vorhandenen Ladung sei, dass also, wenn man den Verlust als Folge der Zerstreuung ansehen würde, der Zerstreuungscoefficient während der Versuchsdauer constant sei. Diese Annahme kann nur angenähert richtig sein, da der Verlust keineswegs mit einer solchen Regelmässigkeit erfolgt; eben deshalb können die beobachteten Werthe den Gang der Influenz im Isolator nur im grossen und ganzen darlegen.

Schliesslich kann man nach dieser Methode eben wegen des Electricitätsverlustes die Influenz nicht beliebig lange verfolgen, da die zu messenden Winkel schliesslich zu klein und damit, bei der mit dem Sinuselectrometer zu erreichenden Genauigkeit, die Messungen zu ungenau werden.

7.

Den ersten und letzten Uebelstand habe ich dadurch zu heben versucht, dass ich noch eine zweite Methode zur Messung der Grösse a angewandt habe, bei welcher die Platte stets bis zu demselben Potential geladen wurde, wenn sie über der Condensatorplatte schwebte, sei es mit, sei es ohne Zwischenschaltung des Isolators.

Als Electricitätsquelle wurde zu dem Zwecke eine Batterie von 12 Meidinger'schen Elementen angewandt, deren einer Pol zur Erde abgeleitet war, und dann die Electricitätsmenge gemessen, welche die Collectorplatte aufnahm, einmal wenn zwischen ihr und der Condensatorplatte sich Luft befand, dann wenn zwischen beiden Platten der Isolator lag.

Als Messapparat wurde ein Kohlrausch'sches Torsionselectrometer von grosser Empfindlichkeit angewandt, und die Ladung stets so gemessen, dass man durch Torsion des Glasfadens der Nadel des Electrometers die Ablenkung von 10° ertheilte. Ich zog diese Beobachtungsweise der Benutzung einer für das Electrometer entworfenen Tabelle vor, welche aus den Beobachtungen der durch die Ladungen bewirkten Ablenkungen der Nadel, wenn man den Faden in der Torsionslage Null stehen lässt, die Ladungen bestimmt, weil diese directe Beobachtung besonders bei grösseren Ladungen jedenfalls genauer ist. Zur Durchführung der Versuche waren auf einem Fussbrette von trockenem Holze vier Schellacksäulchen, jedes etwa 6 Ctm. hoch, an den vier Ecken eines Quadrates aufgestellt. Die Säulchen trugen eiserne Näpfchen, welche zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt waren. In das Quecksilber tauchten gut amalgamirte Kupferdrähte, welche die Quecksilbernäpfchen mit den einzelnen Theilen der Apparate in Verbindung setzten. So stand das eine der Näpfchen durch einen Draht in Verbindung mit dem einen Pole der Batterie: der Draht war ausser in dem Näpfchen und an dem Batteriepole noch an einem Punkte durch

ein Schellackstäbchen gestützt, sonst berührte er nirgends einen anderen Körper, er war also gut isolirt. Das diesem Näpfchen diagonal gegenüberstehende war in ganz gleicher Weise ein für allemal fest mit dem Zuleitungsdrahte des Electrometers verbunden. In das dritte Näpfchen war ein ziemlich dicker Kupferhaken eingesetzt und an diesen war der zur Collectorplatte führende, im übrigen frei in der Luft schwebende feine Golddraht angelöthet. Von dem vierten Näpfchen war ebenso wie von dem zweiten Pole der Batterie ein Draht zu den Gasleitungen des Laboratoriums geführt. Die Verbindung zwischen den Näpfchen wurde durch Kupferhaken vermittelt, welche an Schellackstäbchen befestigt waren, und welche theils die Länge der Quadratseiten theils die Länge der Diagonalen hatten. Bezeichnen wir die Näpfchen mit 1, 2, 3, 4, so dass 1 mit der Batterie, 2 mit der Collectorplatte, 3 mit dem Electrometer, 4 mit der Erde in leitender Verbindung steht.

Die Näpfchen 2 und 3 waren bei den Versuchen, welche zur Messung der Grösse a dienten, stets durch einen und denselben Kupferhaken verbunden; dieselben hätten soweit durch ein Näpfchen ersetzt werden können, welches einerseits mit dem Electrometer andererseits mit der Collectorplatte verbunden gewesen wäre; die Anwendung zweier Näpfchen war indessen zur Bestimmung des Verhältnisses zwischen den Capacitäten der Collectorplatte und des Electrometers bequemer.

Zur Bestimmung der Influenz in dem Isolator wurde nun zunächst die Collectorplatte bis zu einer gewissen genau bestimmten Entfernung von der abgeleiteten Condensatorplatte herabgelassen und dann durch einen Kupferhaken das Näpfchen 1 mit 3 verbunden. Dadurch wurde das Electrometer sowohl als die Collectorplatte bis zu dem Potentialwerthe des Batteriepoles geladen. Es wurde die Ladung resp. das Potential derselben im Electrometer gemessen, dabei aber während der Messung die Verbindung der Collectorplatte mit dem Batteriepole fortdauern

gelassen, damit nicht durch etwaigen Electricitätsverlust während der Zeit, welche die Messung in Anspruch nahm, die Ladung der Platte kleiner wurde. Die Messung wurde, wie oben erwähnt, so ausgeführt, dass der Glasfaden des Electrometers so weit tordirt wurde, bis die Nadel mit dem Bügel einen Winkel von 10° bildete.

Nach der Messung wurde der Bügel des Electrometers wieder mit der Nadel zur Berührung gebracht, dann die Verbindung der Collectorplatte mit der Batterie aufgehoben, die Collectorplatte aufgezogen und nun im Electrometer das Potential der freischwebenden Platte gemessen. Um sich zu überzeugen, dass die Ladung der Collectorplatte, wenn zwischen ihr und der Condensatorplatte nur Luft war, durch eine länger dauernde Verbindung mit dem Batteriepole nicht grösser wurde, liess man dann die leitende Verbindung zwischen Collectorplatte und Batteriepol nur 1 Secunde dauern, und maass sofort nach dem Emporziehen das Potential der freischwebenden Platte. Es liess sich bei allen in der Weise durchgeführten Versuchen niemals eine Zunahme der Ladung der Platte durch länger dauernde Verbindung erkennen. Es wurde dann, nachdem sämmtliche Apparate entladen waren, die isolirende Platte zwischen die Condensatorplatte und die Collectorplatte gelegt, während der Abstand der beiden Platten genau der frühere war. Dann wurde die Collectorplatte und das Electrometer eine genau bestimmte Zeit mit dem Batteriepole in Verbindung gebracht, nach Unterbrechung der Verbindung die Collectorplatte aufgezogen, und sofort die von ihr aufgenommene Ladung im Electrometer gemessen.

Die beiden Versuche geben in genau derselben Weise, wie die nach der ersten Methode berechnet, vorausgesetzt, dass man das Verhältniss zwischen den Capacitäten der freischwebenden Platte und des Electrometers mit den zu demselben führenden Leitungen kennt, die Influenz des Isolators resp. die Grösse a, welche der Dauer der Verbindung zwischen Collectorplatte und Batteriepol entspricht. Denn nennen wir das Potential des Batteriepols V,

das der aufgezogenen Platte, nachdem sie ohne Zwischenschaltung des Isolators geladen war, V_1, das nach Zwischenschaltung des Isolators V_2, behalten im übrigen ganz die vorher gewählte Bezeichnung bei, nur dass jetzt E die Capacität des Electrometers mit der zur Collectorplatte führenden Leitung bedeutet, so erhalten wir für die bei dem ersten Versuche in die Collectorplatte übergeflossene Electricitätsmenge:

$$Q = (E + P_1)\,V \qquad Q = (E + P)\,V_1$$

somit:

$$1 + \frac{P_1}{E} = \frac{V_1}{V}\left(1 + \frac{P}{E}\right) = A\left(1 + \frac{P}{E}\right) = \frac{A}{D}.$$

Für die bei dem zweiten Versuche in die Collectorplatte übergeflossene Electricitätsmenge wird:

$$1 + Q_1 = \left(E + \frac{P_1}{1-a}\right)V \qquad Q_1 = (E + P)\,V_2$$

$$1 + \frac{P_1}{(1-a)\,E} = \frac{V_2}{V}\left(1 + \frac{P}{E}\right) = B\left(1 + \frac{P}{E}\right) = \frac{B}{D}.$$

Somit wie früher:

$$a = \frac{B-A}{B-D}.$$

8.

Es bedarf demnach zur Berechnung von a nur mehr der Bestimmung von D; zur Ausführung derselben wurde zunächst das Electrometer mit einer ziemlich starken Ladung versehen, indem man die Collectorplatte bei kleinem Abstande von der Condensatorplatte lud, und dann durch Aufziehen der Platte die Ladung in das Electrometer überführte. Dann wurde die Verbindung der Näpfchen 2 und 3 unterbrochen und die Collectorplatte mit der zu ihr führenden Leitung bis zum Näpfchen 3 entladen. Nachdem dann die Ladung des Electrometers und des ein für allemal mit demselben fest verbundenen Theiles der Leitung gemessen war, wurde die Verbindung zwischen den Näpfchen 2 und 3 hergestellt und nun die zurückgebliebene

Ladung gemessen. Dieser Versuch liefert das Verhältniss zwischen den Capacitäten des Electrometers mit dem an demselben unveränderlich festen Leiterstücks und der Collectorplatte in Verbindung mit der Leitung bis zum Näpfchen 3. Bezeichnen wir mit P die Capacität der Platte, mit L diejenige der Leitung zwischen Platte und dem Näpfchen 3, mit E_1 die des Electrometers und des an ihm festen Leitertheils, so geben die beiden Versuche für die im Electrometer und in der an demselben festen Leitung bei der ersten Messung vorhandene Electricitätsmenge Q:

$$Q = E_1 V \qquad Q = (E_1 + P + L) V_1$$

$$1 + \frac{P + L}{E_1} = \frac{V}{V_1} = p.$$

Zur Bestimmung der Capacität L der Leitung, welche aus dem die Näpfchen 2 und 3 verbindenden Kupferdraht, dem Näpfchen 2 und der von diesem zur Collectorplatte führenden Verbindung bestand, wurde die Leitung von der Collectorplatte losgenommen, und dann eine dem Electrometer ertheilte Ladung zwischen diesem und der Leitung getheilt. Man erhielt so:

$$1 + \frac{L}{E_1} = q.$$

Die in die Gleichung zur Berechnung von a eingehende Grösse E ist die Summe der Capacitäten des Electrometers und der die Collectorplatte mit dem Electrometer verbindenden Leitung, welche bei allen Lagen der Collectorplatte constant gesetzt werden kann, da die Platte mit denjenigen Theilen der Leitung, welche eine merkliche Capacität besitzen, durch den feinen Golddraht verbunden war. Die beobachteten Werthe von p und q geben unmittelbar:

$$\frac{P}{L + E_1} = \frac{P}{E} = \frac{p - q}{q}.$$

Bei den Messungen zur Bestimmung von p und q wurde, um den Electricitätsverlust, der etwa in der Lei-

tung vom Näpfchen und zum Electrometer während der Messung stattfand, in Rechnung zu ziehen, die Messung der Ladung des Electrometers in bestimmten Zeiträumen mehrfach wiederholt, indem nach einer durchgeführten Messung der Bügel wieder zur Nadel des Electrometers gehoben wurde. Dann wurde in einem bestimmten Momente das Electrometer mit der Leitung verbunden und gleichzeitig der Bügel mit der Nadel zur Berührung gebracht. Wie nothwendig dieses Verfahren war, trotzdem die Leitung nur an zwei Punkten leicht an Schellacksäulchen gekittet, im übrigen durch die Luft geführt war, zeigt z. B. folgender Versuch zur Bestimmung von p.

Zeit	Torsion T des Electrm.-Fadens	Potentialwerth $\log V = \log \sqrt{\frac{T}{10}}$	Δ
0'	612^0	0.89337	
3'	586^0	0.88395	0.00942
6'	561^0	0.87448	0.00947
9'	161^0	0.60341	Moment der Verbindung

$$\log p = 0.86503 - 0.60341 = 0.26162 = \log 1.826.$$

Wäre der Verlust nicht in Rechnung gezogen, so würde man aus diesem Versuche $p = 1.867$ erhalten haben.

In dieser Weise durchgeführt ergaben 9 Versuche für p die Werthe:

1.878 ; 1.879 ; 1.826 ; 1,863 ; 1.839 ; 1.856; 1.861 ; 1.852 ; 1.879 . Mittel $p = 1.8592$.

Für q ergaben 5 Versuche:

1.467 ; 1.416 ; 1.425 ; 1.467 ; 1.449 Mittel $q = 1.445$.

Hieraus ergibt sich:

$$1 + \frac{P}{E} = 1.286 \qquad D = \frac{1}{1.286} = 0.7775$$

und schliesslich:

$$a = \frac{B - A}{B - 0.7775}.$$

9.

Dass nach der in den beiden letzten §§. beschriebenen Methode der erste und der letzte der vorhin erwähnten Uebelstände gehoben sind, erkennt man unmittelbar. Was zunächst den letzten Uebelstand der zu starken Abnahme des zu messenden Potentials angeht, so findet hier während des ganzen Versuches keine Abnahme statt, da die mit dem Batteriepole in fester Verbindung stehende Collectorplatte auf constantem Potential gehalten wird. Aber ebenso kann auch nach Aufheben der Verbindung der Collectorplatte mit der Batterie keine Electricität mehr auf die Collectorplatte hinfliessen, selbst wenn die Glasstäbchen während der Ladung etwas Electricität angenommen hätten, da das Potential auf der Platte jedenfalls grösser ist als auf den Glasstäbchen. Trotz des letzteren Umstandes ist aber doch kein Abfliessen der Electricität auf die Glasstäbchen, also eine Verminderung des Potentials auf der Platte nach dem Aufziehen, ein Umstand, der gerade den Fehler auch hier veranlassen würde, der vermieden werden soll, zu befürchten. Denn einmal ist die Ladung gegenüber der bei dem Sinuselectrometer anzuwendenden äusserst klein, und weiter nimmt das Aufziehen der Collectorplatte und das Ueberführen der Ladung in das Electrometer nur einen Bruchtheil einer Secunde in Anspruch, so dass selbst bei noch stärkerer Ladung ein messbares Abfliessen auf die isolirenden Stäbchen nicht stattfinden kann. Der auf diese Weise bestimmte Werth des Quotienten *B* gibt deshalb in der That genau den Werth des Quotienten der Potentiale, welche in der Collectorplatte vorhanden sind, wenn sie frei und wenn sie bei gleicher Ladung über dem Isolator auf der Condensatorplatte schwebt, so genau wie ihn diese Messungen überhaupt zu liefern im Stande sind.

Demnach könnte es auf den ersten Blick scheinen, dass auf diesem Wege auch der zweite der erwähnten Uebelstände gehoben werden könnte, dass man den Ver-

lauf der Influenz im Isolator in ihrer Abhängigkeit von der Zeit mit aller Sicherheit dadurch erhalten könnte, dass man die Verbindung der über dem Isolator schwebenden Collectorplatte mit der Batterie bei den einzelnen Versuchen erst eine, dann bei einem folgenden Versuche zwei Minuten u. s. f. dauern liesse. Es ergab sich indess bald, dass das nicht möglich ist, indem nach Ausweis der später mitzutheilenden Zahlen der Gang der Influenz in den Isolatoren zu verschiedenen Zeiten sehr verschieden sein kann. Es zeigt sich, dass die durch eine gleiche Dauer der Einwirkung hervorgebrachte Influenz in verschiedenen Zeiten sehr verschieden sein kann. Eine genauere Bestimmung des Ganges der Influenz als durch die Beobachtungen mit dem Sinuselectrometer war mir deshalb nicht möglich.

10.

Die für die Werthe von a erreichbare Genauigkeit ist hauptsächlich durch die Genauigkeit bestimmt, welche man bei der Messung von B erreicht, da man den Werth von A in jedem Falle, ebenso wie den von D als Mittel aus mehreren Messungen nehmen kann, während B jedesmal aus einem Versuche abzuleiten ist. Die in den früheren §§. mitgetheilten, zur Bestimmung von D ausgeführten Messungen, welche gerade wie diejenigen ausgeführt werden, die das einzelne B liefern, Messungen zweier Potentialwerthe, deren Quotient B ist, zeigen nun Schwankungen von 3—4 %. Diese Schwankungen rühren besonders bei der zweiten Methode hauptsächlich daher, dass trotz der schon mehrfach hervorgehobenen sorgfältigen Isolation der Leitung, welche die Collectorplatte mit dem Electrometer verbindet, ein zu verschiedenen Zeiten verschiedener Verlust an Electricität stattfindet, selbst in der kurzen Zeit, während welcher die Ueberführung der Electricität aus der Collectorplatte in das Electrometer stattfindet. Man wird deshalb in den Werthen von B eine Ungenauigkeit von 2 % annehmen müssen. Der Fehler, welcher dadurch

in a entsteht, hängt nach der Form der Gleichung ab von dem Werthe von B, und zwar wird er um so kleiner, je grösser B ist, damit also auch bei gleicher isolirender Substanz, je näher die Platten des Condensators sind oder je dünnere Platten man untersucht. Indess erkennt man aus der Gleichung für a auch, dass die Unrichtigkeit in a immer ein kleinerer Bruchtheil von a ist, als die Ungenauigkeit in B, auch wenn man dickere Platten benutzt.

Da nun andere Gründe für die Anwendung dickerer Platten sprachen, so habe ich zur Bestimmung der Werthe von a vorzugsweise Platten von mehr als 3 Mm. Dicke angewandt. Bei zu dünnen Platten ist nämlich in den Werthen von B eine geringere Genauigkeit zu erreichen, da man dann, wenn das Potential der freischwebenden Platte nicht zu gross werden soll, bei niedergelassener Platte zu kleine Werthe anwenden muss oder bei der ersten Methode erhält, so dass eine genaue Messung weder am Sinuselectrometer noch am Torsionselectrometer möglich ist. Da gleich nach dem Niederlassen der Condensatorplatte bei dünneren Platten die Ablenkung der Nadel am Sinuselectrometer nur wenige (1—3) Grade betrug, liess sich der Gang der mit der Zeit wachsenden Influenz an diesen gar nicht mit Sicherheit bestimmen. Es konnten deshalb dazu im allgemeinen nur die dickeren Platten benutzt werden.

In anderer Beziehung ist ein grösserer Abstand der Platten sogar für die erreichbare Genauigkeit von Vortheil. Wenn nämlich auch der Werth von A als Mittel aus mehreren Beobachtungen erhalten wird, und dadurch eine geringere Unsicherheit bietet, so kann in demselben doch dadurch eine Ungenauigkeit entstehen, dass er nicht genau dem beobachteten Werthe von B entspricht, das heisst, dass der Abstand von Collector- und Condensatorplatte nicht genau derselbe ist, wenn die isolirende Platte sich zwischen denselben befindet, als wenn sie nicht dazwischenliegt. Denn so sorgfältig man auch den gleichen Abstand herzustellen sucht, ein kleiner Fehler ist bei den

Einstellungen nicht zu vermeiden. Dieser Einstellungsfehler hat nun auf den Werth von A einen um so geringeren Einfluss, je weiter die Platten von einander entfernt sind, da, sobald der Abstand einigermaassen gross geworden ist, das Potential der Platte in sehr viel langsamerem Verhältniss sich ändert als die Entfernung. Bei gleichem Einstellungsfehler ist also die dadurch bedingte Ungenauigkeit in A viel kleiner, wenn die Abstände der Platten grösser sind.

11.

Die untersuchten Substanzen sind Ebonit, Paraffin, Schellack, Schwefel und verschiedene an ihrer Oberfläche mit braunem Schellackfirniss überzogene Platten von Spiegelglas.

Die Ebonitplatten waren von der Gummiwaarenfabrik vormals Bolle, Elliot u. Cie. in Berlin erhalten, sie waren schön planparallele Platten mit ziemlich polirter Oberfläche und, wie abgeschnittene Proben zeigten, sehr homogen gearbeitet. Die Paraffinplatten waren aus einem grösseren Stücke Paraffins ausgeschnitten und dann durch Schaben auf die gewünschte Dicke gebracht; nur eine der dünneren Platten war durch erneuertes Schmelzen und Giessen dargestellt. Die Schellackplatten waren gegossen und dann auf der Drehbank bearbeitet. Um einen leichteren und homogeneren Guss zu erzielen, war dem Schellack etwas venetianischer Terpentin zugesetzt worden. Die Glasplatten waren aus Spiegelglasplatten herausgeschnitten und dann auf ihren Rändern abgeschliffen worden, so dass sie wie die übrigen Platten kreisförmig wurden und einen dem der leitenden Platten möglichst genau gleichen Durchmesser erhielten.

Die zu den Versuchen benutzten drei Schwefelplatten waren auf Glasplatten mit Papierrand gegossen und dann später durch Schaben bearbeitet, dass ihre Flächen planparallel wurden. Zwei derselben hatten denselben Durch-

messer wie die leitenden Platten, die dritte mehr als den doppelten Durchmesser.

Die auf diese Weise erhaltenen Schwefelplatten waren nicht durchweg von gleicher Dichte, sondern besonders die beim Guss obere Hälfte der Platte zeigte eine Menge kleiner Löcher. Um wenigstens angenähert zu bestimmen, inwieweit der von der Schwefelplatte umschlossene Raum wirklich mit Schwefel ausgefüllt war, wurde das Gewicht einer der Platten verglichen mit demjenigen, welches sie als ganz homogene Schwefelplatte hätte haben müssen. Die Platte hatte einen Durchmesser von 11.6 Ctm. und eine Dicke von 1.034 im Mittel aus einer grossen Zahl mit dem Sphärometer vorgenommener Messungen, welche im Maximum eine Differenz von 0.06 Mm. zeigten. Da das specifische Gewicht des Schwefels 2.033 ist, so hätte das Gewicht der Platte im Falle voller Homogenität 222.16 Gr. sein müssen. Es fand sich statt dessen 211.99 Gr., so dass also etwa 0.05 des Raumes nicht mit Schwefel ausgefüllt war.

Die Platten der übrigen Substanzen waren ohne derartige Discontinuitäten.

Die Dicke der Platten mit Ausnahme derjenigen der grossen Schwefelplatte wurde mit einem von den Herren Hermann und Pfister in Bern construirten Sphärometer gemessen, welches ich im 1. Bande meiner Experimentalphysik p. 21 ff. (3. Aufl.) beschrieben und abgebildet habe. Dasselbe gestattet auch bei Platten die Dicke an verschiedenen Stellen mit der grössten Genauigkeit zu messen, indem man die Platten auf dem etwa 1 Ctm. Durchmesser habenden Tisch verschiebt und durch Auflegen kleiner Gewichte auf der Seite, wo die Platte den Tisch am wenigsten überragt, balancirt. In dieser Weise wurde die Dicke der Platten an 12 bis 15 Stellen gemessen und aus den gemessenen Werthen, in denen sich nicht 0.2 Mm. übersteigende Unterschiede fanden, das Mittel genommen.

Ueber den Einfluss der Dicke des Isolators auf den Gang der Influenz in demselben.

12.

Kohlrausch hat in seiner Untersuchung über den electrischen Rückstand in der Leydner Flasche[1]) es als wahrscheinlich hingestellt, dass die Grösse des Rückstandes wesentlich von der Dicke des Glases abhängt, und zwar derart, dass das dickere Glas den grösseren Rückstand hervorbringt. Er fand nämlich, dass von zwei Flaschen, deren eine ungefähr die dreifache Glasdicke der anderen hatte, die mit dem dickeren Glase etwa einen dreimal so grossen Rückstand bildete als die dünnere. In der dickeren war der Rückstand 0.3052, in der dünneren 0.1180 der ursprünglichen Ladung. Indess erklärt Kohlrausch selbst den Versuch für nicht vollkommen entscheidend, da die beiden Flaschen von verschiedenem Glase waren und die Grösse des Rückstandes offenbar von der Sorte des Glases sehr wesentlich abhängt.

Hr. von Bezold hat dann später[2]) eine Anzahl Franklin'scher Platten untersucht, deren Gläser sämmtlich aus einem und demselben Hafen geblasen waren und gefunden, dass der Gang der sogenannten disponibeln Ladung für die Gläser verschiedener Dicke ein nicht unbeträchtlich verschiedener ist. Er findet bei annähernd gleicher anfänglicher Ladung bei den dünneren Gläsern in gleichen Zeiten eine sehr viel stärkere Abnahme des Potentials, welches er an einem mit der Franklin'schen Platte verbundenen Sinuselectrometer beobachtet, als bei den dickeren Gläsern. So erhält er für 4 Platten folgende Werthe des Potentials:

---

1) Pogg. Ann. XCI. p. 81.

2) Pogg. Ann. CXXXVII. p. 228.

Zeit in Secunden	Werthe des am Sinuselectrometer beobachteten Potentials bei einer Glasdicke von			
	Mm. 3.76	Mm. 3.13	Mm. 2.12	Mm. 1.65
0	9.60	9.46	9.26	8.68
60	—	—	—	1.45
61	2.74	—	—	—
69	—	—	1.76	—
125	1.92	—	1.25	—
126	—	—	—	0.89
128	—	1.79	—	—
205	1.38	—	—	—
206	—	—	—	0.44
207	—	1.28	—	—
211	—	—	0.81	—

In der That ist das gleichen Zeiten entsprechende Potential ein um so kleinerer Bruchtheil des anfänglichen, je dünner die Platte ist. Es zeigt sich also hier unzweifelhaft ein Einfluss der Dicken, indess in entgegengesetztem Sinne als es Kohlrausch vermuthete; die Rückstandsbildung ist um so grösser, je dünner die Platte ist.

Ich habe in meinen Versuchen[1]) einen solchen Einfluss der Dicke nicht constatiren können, da er durch die Verschiedenheit der damals benutzten Gläser verdeckt wurde.

Hr. von Bezold hat damals in diesen Beobachtungen einen Grund gesehen, gegen die von Kohlrausch vertheidigte Erklärung der Rückstandsbildung, nach welcher dieselbe durch die Influenz im Isolator zu Stande kommt, sich auszusprechen, indem er darauf hinwies, dass aus der Gleichung für den Werth des Potentials zwischen den leitenden Platten folgt, dass die Influenz von der Dicke der Platten unabhängig sein muss. Er glaubte deshalb, dass das bei Franklin'schen Platten von verschiedener Glasdicke am Sinuselectrometer zu beobachtende Potential, die so-

1) Pogg. Ann. CLIII. p. 22.

genannte disponible Ladung, stets derselbe Bruchtheil der ursprünglichen Ladung sein müsse.

Das ist indess nur der Fall, wenn die von der Franklin'schen Platte zu dem Sinuselectrometer führende Leitung und das Electrometer eine gegen diejenige der Franklinschen Platte verschwindend kleine electrische Capacität haben. Sowie die Capacität der mit der Franklin'schen Platte in Verbindung stehenden leitenden Theile eine merkliche ist, muss bei gleicher Influenzwirkung auf den Isolator der Gang des Potentialwerthes ein ähnlicher sein, wie ihn Hr. von Bezold beobachtete. Es ergibt sich das unmittelbar aus der Gleichung, die wir in den früheren §§ für a oder, wenn der Zwischenraum zwischen den leitenden Platten ganz mit dem Isolator ausgefüllt ist, für α erhielten:

$$\alpha = \frac{B-A}{B-D}.$$

In dieser Gleichung ist, wie wir sahen, B der Quotient der Potentiale der freischwebenden und der auf dem Isolator liegenden, A der Quotient zwischen den Potentialen der freischwebenden und der in gleicher Entfernung über der Condensatorplatte schwebenden, aber statt des Isolators durch Luft von derselben getrennten Platte. Es folgt somit, dass:

$$\frac{1}{B} : \frac{1}{A} = \frac{A}{B} = L$$

die dem einer bestimmten Dauer der Einwirkung angehörenden Werthe von B entsprechende sogenannte disponible Ladung ist. Entwickeln wir aus obiger Gleichung diesen Quotienten, so wird:

$$\frac{A}{B} = L = \frac{A(1-\alpha)}{A-\alpha D} = \frac{1-\alpha}{1-\alpha \frac{D}{A}}.$$

In dem Ausdrucke für L ist α das Maass der in gleichen Zeiten im Isolator bewirkten Influenz, somit wenn die Influenz von der Plattendicke unabhängig ist, für alle

Plattendicken dasselbe. D ist eine Constante des Apparates kleiner wie 1, aber grösser wie Null, sobald die Capacität des Electrometers nicht verschwindend klein gegen die Capacität der freischwebenden Collectorplatte ist. Der Werth von A wird dagegen um so grösser, je geringer der Abstand von Collectorplatte und Condensatorplatte ist, er nimmt also mit wachsender Plattendicke ab. Die Form obiger Gleichung lässt nun schon unmittelbar erkennen, dass bei gleichem α grösseren Werthen von A kleinere Werthe von L entsprechen, da der Zähler des Ausdrucks constant ist, der Nenner dagegen mit wachsendem A grösser wird. So würde sich z. B. bei den Capacitätsverhältnissen meiner Apparate und Plattendicken, welche denen, die Hr. von Bezold angewandt, ähnlich sind, für die am Sinuselectrometer beobachteten disponibeln Ladungen ergeben:

Für $\alpha = 0.5$ und einer Plattendicke von:

	Mm.	Mm.	Mm.
	3.53	2.65	1.77
L gleich	0.5909	0.5786	0.5565

Für $\alpha = 0.75$:

L gleich	0.3249	0.3138	0.3044.

Die von Hrn. von Bezold gefundenen Werthe gaben allerdings viel grössere Unterschiede in den disponibeln Ladungen; will man nicht annehmen, dass die Werthe wesentlich von dem während der Versuche stattfindenden Electricitätsverlust beeinflusst sind, so würde aus diesen Werthen zu schliessen sein, dass trotz gleicher influencirender Kraft, die Influenz in dünneren Platten eine viel stärkere ist, als in dickeren Platten.

Der Versuch von Kohlrausch würde, wenn man den Unterschied in der Rückstandsbildung nicht der Verschiedenheit des angewandten Glases zuschreiben will, das gerade entgegengesetzte Resultat liefern, es müsste die Influenz in sehr viel stärkerem Verhältniss in den dickeren Platten wachsen, als in den dünneren. (Schluss folgt.)

V. *Ueber die thermoelectrischen Eigenschaften des Gypses, des Diopsids, des Orthoklases, des Albits und des Periklins; von W. Hankel.*

(Aus den Berichten der math. phys. Klasse der K. Sächs. Ges. der Wiss. 1875 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

In der 8. 9. und 10. Abhandlung meiner electrischen Untersuchungen habe ich die thermoelectrischen Eigenschaften des Topases, des Schwerspathes und des Aragonites, also dreier Mineralien, deren Krystalle dem rhombischen Systeme angehören und keinen Hemimorphismus zeigen, näher dargelegt; in der 11. wurden sodann die Beobachtungen der electrischen Vorgänge an vier sogenannten einaxigen Substanzen, nämlich an zwei in hexagonalen oder rhomboedrischen Gestalten krystallisirenden, dem Kalkspathe und dem Beryll, und an zwei in den Formen des tetragonalen Systemes auftretenden, dem Idokras (Vesuvian) und dem Apophyllite (Ichthyophthalm) mitgetheilt. In der zwölften Abhandlung,[1]) gehe ich nun zur Darlegung der thermoelectrischen Erscheinungen an solchen Mineralien über, deren Krystalle den schiefaxigen Systemen, und zwar sowohl dem monoklinoedrischen als auch dem triklinoedrischen angehören, und behandle in derselben die Krystalle des Gypses, des Diopsids, des Orthoklases, des Albits und des Periklins. Ich werde mich jedoch hier auf eine Zusammenstellung der allgemeinen Resultate, zu welchen meine Untersuchungen geführt haben, beschränken, und bemerke nur, dass ich einen grossen Theil der untersuchten Krystalle auf den vier jener Abhandlung beigefügten Tafeln abgebildet, und die an

---

1) Dieselbe ist im XVIII. Bd. der Abhandlg. der K. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften (11. Bd. der Abh. der math. phys. Klasse S. 475—539) erschienen.

den verschiedenen Stellen der Oberfläche dieser Krystalle beobachteten electrischen Spannungen in diese Abbildungen eingetragen habe. Dabei sind, wie dies auch der leichteren Uebersicht wegen früher von mir geschehen, die positiven und negativen Zonen durch Ueberdrucken mit verschiedenen Farben leicht kenntlich gemacht worden.

Der Kürze wegen gebe ich im Folgenden für alle Krystalle nur diejenige Vertheilung der beiden Electricitäten an, wie sie beim Erkalten auftritt; beim Erhitzen ist sie die gerade entgegengesetzte. Während die Gypskrystalle nur bis zu 98° C. erhitzt wurden, sind die Krystalle der übrigen Mineralien einer Temperatur von 130° bis 140° ausgesetzt worden.

I. Gyps.

Die Vertheilung der Electricität auf der Oberfläche der Gypskrystalle von den verschiedensten Fundorten ist sehr constant.

Auf den einfachen Krystallen sind beim Erkalten die Flächen ∞Ꝑ∞ negativ, dagegen die Flächen der verticalen Prismen ∞P und ∞Ꝑ2, sowie die Flächen der negativen Halbpyramide P positiv. Nur greift bisweilen, namentlich wenn die Flächen ∞Ꝑ∞ keine grosse Ausdehnung besitzen, die ihnen entsprechende negative Polarität mehr oder weniger auf die benachbarten Prismenflächen ∞P und ∞Ꝑ2 hinüber.

Durch die Zwillingsbildung, welche beim Gyps in zweifacher Weise (1, Zwillingsaxe die Hauptaxe, und 2, Zwillingsaxe die Normale auf dem negativen Hemidoma −Ꝑ∞) statt hat, wird, ebenso wie ich dies früher beim Aragonit nachgewiesen, die zuvor angegebene electrische Vertheilung nicht geändert.

Wird ein Gypskrystall parallel seinem vollkommensten Durchgange, also parallel dem klinodiagonalen Hauptschnitte oder den Flächen ∞Ꝑ∞ gespalten, so zeigen seine Theile ein analoges electrisches Verhalten[1]), wie bei

1) Nur mit entgegengesetzten Zeichen der Electricität.

zersprengten Topas- und Apophyllitkrystallen. Wird parallel der negativen Krystallfläche ∞P∞ eine dünne Platte abgespalten, so ist die innere Spaltungsfläche dieser Platte positiv, während die am grossen Stücke befindliche Spaltungsfläche, welche an der zuvorgenannten angelegen hatte, negativ verbleibt, wenn auch schwächer als die Krystallfläche. Bei immer tieferem Eindringen der Spaltungsfläche gegen die Mitte des Krystalles hin nimmt diese negative Spannung auf der Durchgangsfläche am grösseren Stücke ab, bis sie bei einer gewissen Annäherung an die Mitte ebenfalls in die positive übergeht; dann zeigen also beide Spaltungsflächen, die vorher auf einander gelegen hatten, positive Polarität.

Auf Flächen, welche senkrecht gegen die Hauptaxe oder senkrecht gegen die Orthodiagonale angeschliffen sind, besteht die positive Spannung, welche auf den durch den Schnitt abgetrennten Krystallflächen ihren Sitz hatte, wenn auch in geänderter Intensität, fort.

Während die Art der Vertheilung auf den Gypskrystallen der verschiedenen Fundorte sich nicht ändert, zeigen sich dagegen sehr beträchtliche Unterschiede in der Stärke der electrischen Erregungen. Am grössten erscheint die electrische Spannung auf den nach dem oben erwähnten ersten Gesetze (Zwillingsaxe die Hauptaxe) gebildeten Zwillingen aus der Mariengrotte bei Reinhardtsbrunn oder Friedrichsrode, an welchen nicht das Prisma ∞P, sondern vielmehr das Prisma ∞P2 auftritt. Schwächer, und zwar je nach dem Fundorte in mehr oder minderem Grade ist die electrische Spannung auf den einfachen Krystallen, welche von den Gestalten ∞P, ∞P∞ und −P gebildet werden; noch schwächer wird sie auf den längeren säulenförmigen Krystallen, an welchen ausser den ebengenannten Flächen auch die Flächen der positiven Halbpyramide +P sich finden; und endlich ist sie auf den nach dem zweiten Gesetze (Zwillingsaxe die Normale auf dem negativen Hemidoma −P∞) gebildeten Zwillingsbruchstücken vom Montmartre äusserst schwach, ja oft unmerklich, während

sie wieder auf den gleichgebildeten Zwillingskrystallen von Castellina in Toscana in nicht unbeträchtlicher Stärke sich zeigt.

II. Diopsid.

Unter dem Namen Diopsid begreift man die graulichweissen, grünlichweissen bis lauchgrünen durchsichtigen oder wenigstens stark durchscheinenden Augite. Gewöhnlich erscheinen die Diopsidkrystalle als vierseitige, von den Flächen $\infty \bar{P} \infty$ und $\infty \breve{P} \infty$ gebildete Säulen, deren Seitenkanten durch schmale Flächen ∞P und $\infty \bar{P} 3$ abgestumpft sind, während die Enden der Hauptaxe die Flächen der Pyramiden $-P$ und $2P$ tragen. Auf den Flächen $\infty \bar{P} \infty$ und $\infty \breve{P} \infty$ liegen nun vorzugsweise die electrischen Zonen.

In Betreff der Vertheilung der beiden Electricitäten unter jene Flächen tritt beim Diopsid eine Eigenthümlichkeit auf, die ich in ähnlicher Weise bereits beim Kalkspath und beim Beryll beobachtet habe; es zeigen nämlich einige Krystalle gerade die entgegengesetzte Polarität als andere. Beim Kalkspathe hing dieser Gegensatz mit einer Aenderung der äusseren Gestalt zusammen, während es bei den Elbaer Beryllen mir nicht gelungen ist, ein äusseres Merkmal für die eine oder die andere Vertheilung der beiden Electricitäten aufzufinden. Auch beim Diopside habe ich in der äusseren Gestalt keinen Umstand wahrgenommen, welcher die an einem Krystalle auftretende Vertheilung mit Sicherheit im voraus erkennen liess. Darf ich nach dem mir vorliegenden, freilich nur beschränkten Materiale urtheilen, so scheint es, als ob die piemontesischen aus dem Alathale die eine Modification, die tyroler von Schwarzenstein die gerade entgegengesetzte darbieten.

Bei den piemontesischen Diopsiden sind die Flächen $\infty \bar{P} \infty$ beim Erkalten positiv, die Flächen $\infty \breve{P} \infty$ aber negativ; bei den tyroler Krystallen dagegen zeigen die Flächen $\infty \bar{P} \infty$ negative und die Flächen $\infty \breve{P} \infty$ positive Spannung.

Ueber die Polarität an den Enden der Hauptaxe wage ich bei dem Mangel ringsum vollkommen ausgebildeter Krystalle keine sichere Angabe aufzustellen. Soweit ich die Pyramidenflächen am oberen ausgebildeten Ende untersucht habe, sind sie negativ oder unelectrisch; das untere Ende zeigt, wenn es verbrochen ist, keine deutlich ausgesprochene Polarität; bei unvollkommener Ausbildung scheint es positiv zu sein. Dieser electrische Gegensatz zwischen den beiden ungleich vollkommen gestalteten Enden der Hauptaxe weist jedoch in keiner Weise auf eine hemimorphische Bildung in der Richtung der Hauptaxe hin, sondern findet eben in der gehemmten Bildung des unteren Endes seine vollständige Erklärung.

III. Orthoklas.

a) Adular. Auf einem einfachen, ringsum normal ausgebildeten Adularkrystalle von nicht zu geringer Länge der Hauptaxe, den wir blos von den Flächen 0P, Ꝑ∞ und ∞P begrenzt annehmen, ist die electrische Vertheilung die folgende: die Flächen 0P und Ꝑ∞ an den beiden Enden der Hauptaxe, sowie die orthodiagonalen Seitenkanten (oder die auf ihnen auftretenden Flächen ∞Ꝑ∞) sind positiv, die Flächen des verticalen Prismas ∞P aber negativ. Auf diesen letzteren Flächen ∞P nimmt die negative Spannung von den klinodiagonalen Seitenkanten nach den orthodiagonalen hin ab, und geht an letzteren in die positive über. Diese positive Electricität an den orthodiagonalen Seitenkanten vermag jedoch in solchen Fällen, wo die positive Spannung auf den Endflächen 0P eine sehr grosse Intensität erreicht, nicht hervorzutreten, selbst wenn jene Kanten durch die Flächen ∞Ꝑ∞ abgestumpft sind. Diese Flächen ∞Ꝑ∞ erscheinen namentlich auch bei Krystallen mit nur kurzer Hauptaxe, bei denen also die Flächen ∞P keine grosse Ausdehnung besitzen, negativ. Tritt aus besonderen Ursachen bei solchen kurzen Krystallen die positive Spannung auf den Flächen ∞Ꝑ∞ hervor, so nimmt als Compensation die

negative Polarität einen Theil der schiefen Endfläche 0P und der Fläche Ꝑ∞ ein. Ebendies findet auch statt, wenn infolge eigenthümlicher Bildungsvorgänge die positive Electricität sich von einer orthodiagonalen Kante aus über einen grossen Theil einer oder zweier Prismenflächen ∞P verbreitet.

Beim Zerspalten nach dem mit 0P parallelen Durchgange verhalten sich die Adularkrystalle wie die sächsischen Topase und die Apophyllite oder auch wie die Gypskrystalle, wenn letztere parallel ihrem Hauptdurchgange zersprengt werden; nur sind bei den Gypskrystallen die Polaritäten gerade die umgekehrten. Wird an einem vollständigen Adularkrystalle eine dünne Platte parallel mit 0P abgesprengt, so zeigt die Durchgangsfläche am dünnen Stücke negative Spannung, während die ihr angelegen habende Durchgangsfläche am grossen Stücke positiv verbleibt, wenn auch in geringerer Stärke als die ursprüngliche, ihr parallele Krystallfläche. Die Stärke dieser positiven Spannung am grösseren Stücke nimmt immer mehr ab, je weiter der Durchgang, in welchem das Zersprengen erfolgt, nach der Mitte des Krystalles hin rückt, so dass, wenn der Durchgang sich dieser Mitte nähert, beide auf einander gelegen habende Durchgangsflächen negativ erscheinen. Dabei treten öfter auf diesen negativ-electrischen Durchgangsflächen in der Nähe der orthodiagonalen Seitenkanten kleine positive Zonen auf, selbst wenn auf diesen Seitenkanten die positive Spannung nicht mehr wahrgenommen werden kann. Es ist dies ein ähnliches Verhalten, wie es die entsprechenden Durchgangsflächen beim Topase in der Nähe der positiven brachydiagonalen Kanten zeigen.

Auf dem mit dem klinodiagonalen Hauptschnitte oder mit den Flächen ∞Ꝑ∞ parallelen Durchgange scheint, wenn ich aus einem einzelnen mir vorliegenden Falle einen allgemeinen Schluss ziehen darf, ebenfalls negative Polarität aufzutreten; es entspräche dies den Beobachtungen am Topase, an welchem beim Anschleifen der brachydia-

gonalen Kanten, also beim Anschleifen einer mit dem makrodiagonalen Hauptschnitte parallelen Fläche, auf dieser angeschliffenen Fläche negative Spannung hervortritt.

Die Intensität der auf den verschiedenen Adularkrystallen erregten electrischen Spannung ist sehr ungleich: auf manchen durch eine weissliche, etwas milchichte Farbe ausgezeichneten Krystallen zeigt sie eine gleiche Stärke wie auf den Turmalinen und brasilianischen Topasen, während sie auf anderen, namentlich mehr glasähnlichen, bisweilen ausserordentlich gering erscheint.

Ausser den einfachen Krystallen habe ich noch eine grosse Anzahl von Zwillingen, und zwar nach den drei verschiedenen Gesetzen gebildeten, sowie auch von noch mehrfach zusammengesetzten Krystallen untersucht. Ebenso wie beim Aragonit und beim Gyps bleibt die auf den einfachen Krystallen beobachtete electrische Vertheilung soweit möglich auf den einzelnen Flächen des zusammengesetzten Krystalles erhalten. Betrachten wir z. B. bei einem durch wiederholte Anwendung des sogenannten Bavenoer Gesetzes gebildeten Vierlinge, in welchem die einzelnen Individuen sehr ineinander verschlungen sind, die Seite, auf welcher die Flächen ∞P von je zwei einander gegenüberliegenden Individuen den einspringenden Winkel bilden, und an der Oberfläche Stücke der Flächen ∞P mit Stücken von, den anderen Individuen angehörigen Flächen Ᵽ∞ abwechseln, so erscheint beim Erkalten überall auf den Flächen Ᵽ∞ die positive Electricität, während die Flächen ∞P negative Spannung darbieten.

b) Orthoklas von Elba (Pegmatolith Breith.). Die milchweissen, kaum durchscheinenden Orthoklaskrystalle von Elba, sowohl die einfachen als die Zwillinge, zeigen im allgemeinen dieselbe Vertheilung wie der Adular. Eigenthümlich verhält sich jedoch ein sehr schöner grosser, nach dem sogenannten Carlsbader Gesetze gebildeter Zwilling, der noch dadurch ausgezeichnet ist, dass bei ihm die Flächen 0P und Ᵽ∞ der beiden Individuen auf der einen (vorderen) Seite fast genau in eine Ebene fallen; an

diesem Krystalle erscheinen, wenn ich nur die Abweichungen von der oben für die Adulare angegebenen Vertheilung namhaft mache, drei von den Prismenflächen ∞P positiv, anstatt negativ, und andererseits tritt auf den Flächen $0P$ nnd $P\infty$ auf der (hinteren) Seite, wo sie nicht in eine Ebene fallen, negative Spannung auf.

Mehrere Orthoklase von Elba zeigen sehr starke electrische Spannungen.

c) Orthoklas von Hirschberg. Die undurchsichtigen gelbbräunlichen Krystalle von Lomnitz bei Hirschberg stimmen in ihrem electrischen Verhalten im allgemeinen mit den Adularen überein, und manche erzeugen ziemlich starke Ausschläge des Electrometers.

IV. Albit und Periklin.

Wenn auch die Winkel an den Krystallen des Albits und Periklins dieselbe Grösse zeigen und auch die chemische Zusammensetzung beider Mineralien übereinzustimmen scheint, so sind dieselben doch in ihrem Aussehen, in ihrer Gesammtgestalt, in ihrer Zwillingsbildung und in der Art ihres Wachsthums (der Lage ihrer Ansatzpunkte) gar sehr verschieden.

a) Albit. Einfache Krystalle gehören zu den grössten Seltenheiten; gewöhnlich erscheint der Albit in Zwillingen und Doppelzwillingen. Zwei Individuen legen sich, wobei die Normale auf dem brachydiagonalen Hauptschnitte die Umdrehungsaxe bildet, zu einem Zwillinge zusammen, und zwei solche Zwillinge verbinden sich wieder (nach dem sogenannten Carlsbader Gesetze der Orthoklaszwillinge) zu einem Doppelzwillinge. Solcher Doppelzwillinge standen mir vier zur Verfügung.

Da die früheren Untersuchungen gezeigt haben, dass die Zwillingsbildung die electrische Vertheilung nicht wesentlich abändert, so ist es wohl gestattet, aus den Beobachtungen an den zuvor erwähnten Zwillingen einen Schluss auf das Verhalten der einfachen Krystalle zu machen. Hiernach sind die an den Enden der Hauptaxe gelegenen

Flächen $0P$ und $\bar{P}\infty$, sowie die mit dem brachydiagonalen Hauptschnitte parallelen Flächen $\infty\breve{P}\infty$ positiv, dagegen die Flächen des verticalen Prismas ∞P negativ, und zwar ist die electrische Erregung der Albitkrystalle ziemlich stark.

b) Periklin. Während die Albite in der Richtung der Makrodiagonale zusammengedrückte, tafelartige Krystalle bilden, besitzen gerade umgekehrt die Periklinkrystalle gewöhnlich in der Richtung der Makrodiagonale die grösste Dimension. Dieser Unterschied hängt mit der Art des Ansetzens und Wachsthums der beiden Mineralien zusammen; während nämlich die Albite wohl meistens mit dem einen Ende der Brachydiagonale oder dem einen Ende der Hauptaxe angewachsen sind, dient bei den Periklinen sehr gewöhnlich das eine Ende der Makrodiagonale als Ansatzpunkt. Da nun die Hauptaxe bei den Periklinen nur kurz ist, also auch die prismatischen Seitenflächen ∞P nur eine geringe Ausdehnung besitzen, so tritt auf ihnen dieselbe Anordnung der Electricitäten ein, wie ich solche auch unter ähnlichen Verhältnissen bei dem Adular beobachtet habe. Die beiden Flächen $0P$ sind positiv, dagegen die beiden Flächen $\bar{P}\infty$ negativ. Eben diese letztere Polarität zeigen auch die Flächen ∞P. Die Flächen $\infty\breve{P}\infty$ sind bei einigen Krystallen positiv, bei anderen negativ, und bei noch anderen fast unelectrisch.

Durch die Zwillingsbildung, die bei den von mir untersuchten Krystallen nach zwei verschiedenen Gesetzen erfolgt ist, wird in der angegebenen Vertheilung der Electricität nichts geändert. Während manche Perikline nur schwache electrische Spannungen zeigen, wird auf anderen eine nicht unbeträchtliche Intensität der Electricität beobachtet.

VI. *Ueber das magnetische Verhalten des Nickels und des Kobaltes; von W. Hankel.*

(Aus den Berichten der math. phys. Klasse der K. Sächs. Ges. der Wiss. 1875 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Die magnetischen Eigenschaften des Nickels und Kobaltes zu bestimmen, sind allerdings schon mehrfache Versuche gemacht worden; indess waren die geprüften Metalle wohl selten rein und niemals in grösseren Stücken vorhanden.

Durch die Güte des Hrn. Professor Dr. Winkler in Freiberg bin ich in den Stand gesetzt worden, zwei möglichst reine und grosse Parallelepipeda der genannten beiden Metalle auf ihr magnetisches Verhalten zu prüfen, und es wird die Mittheilung der erhaltenen Resultate, eben weil die Messungen an möglichst reinen und grossen Massen ausgeführt sind, nicht ohne Interesse sein.

Die beiden Metallstücke waren von Hrn. Professor Dr. Winkler im Jahre 1867 nach der im Zusatze von ihm selbst beschriebenen Methode für die Pariser Ausstellung dargestellt worden.

Das von mir zur Bestimmung der magnetischen Eigenschaften des Nickels und Kobaltes angewandte Verfahren war einfach folgendes:

Ein an einem Coconfaden aufgehangener magnetischer Stahlspiegel befand sich in einer als Dämpfer dienenden Kupferkugel, welche auf der Spiegelseite durchbrochen war. Hinter diesem Spiegel stand eine mehrere hundert Windungen enthaltende Drahtrolle, welche mit dem magnetischen Spiegel ein Galvanometer bildete; vor dem Spiegel in der Richtung senkrecht auf den magnetischen Meridian befand sich in einem Abstande von 1824 Mm. eine Spirale aus dickem Kupferdrahte ($3^1/_2$ Pfd.). Dieser Draht war auf eine Messinghülse von 168 Mm. Länge gewunden, deren innerer Hohlraum der Grösse und Gestalt der bei-

den Parallelepipeda aus Nickel und Kobalt entsprach, so dass beide (namentlich das etwas dickere Nickelstück) noch eben eingeschoben werden konnten.

Zuerst wurde nun die Stärke des Stromes eines oder mehrerer constanter Zinkplatinelemente gemessen, indem derselbe durch die Galvanometerrolle ging; sodann durchlief derselbe (ohne durch die Galvanometerrolle zu gehen) die Spirale aus dickem Drahte. Die durch diese Spirale erzeugten Ablenkungen des Spiegels mussten den durch die Galvanometerrolle erzeugten Ausschlägen proportional sein. Darauf wurden die zu magnetisirenden Parallelepipeda in die Spirale geschoben und die Ablenkungen des Spiegels gemessen, und zwar unter Umkehrung der Richtungen des Stromes und der Lage der Metallstücke. Zum Schluss wurde wieder die Wirkung der Spirale allein und endlich die der Galvanometerrolle gemessen, um die Constanz des Stromes während der Versuche beurtheilen zu können. Durch Subtraction der durch die Spirale allein erzeugten Ablenkung von der nach dem Einlegen der Metalle erhaltenen wurde ein Maass für den temporären Magnetismus der letzteren gewonnen.

Der etwa im Metallstücke zurückbleibende permanente Magnetismus liess sich bestimmen, indem nach Unterbrechung des Stromes dasselbe in seiner Lage umgekehrt wurde.

Um den Magnetismus des Nickels und Kobaltes mit dem des Eisens bei gleichen Stromstärken vergleichen zu können, liess ich zwei Eisenparallelepipeda von sehr nahe gleicher Grösse und Gestalt mit dem Nickel- und Kobaltstücke anfertigen, und bestimmte ihren Magnetismus jedesmal unmittelbar nach den Versuchen mit dem Nickel und Kobalt.

Nickel.

Das Parallelepipedum aus Eisen, mit welchem das Nickelstück verglichen werden sollte, hatte 168.0 Mm. Länge, 42.5 Mm. Breite und 13.7 Mm. Dicke. Das Nickelstück war ihm nahe gleich; seine Länge betrug gleichfalls

168 Mm.; seine Breite maass im Mittel an dem einen Ende 41,1 Mm., blieb so bis gegen die Mitte, und nahm dann nach dem anderen Ende hin bis 40.1 Mm. ab, seine Dicke schwankte zwischen 13.1 bis 13.5 Mm. An dem einen Ende fanden sich ferner mehrere kleine Gruben, während auf der anderen Hälfte nur einige sehr kleine Grübchen bemerklich waren.

Das Gewicht des Eisenstückes betrug 774.50 Gr., seine Dichtigkeit 7.800; das Gewicht des Nickelstückes 780.36 Gr., seine mittlere Dichtigkeit 8.520; hieraus folgt das Volumen des Eisenstückes 99.29 und des Nickels 91.59 Cc.

In der nachstehenden Tabelle sind die Resultate der oben beschriebenen Messungen zusammengestellt. In der ersten Spalte stehen die Ausschläge des Spiegels durch die Galvanometerrolle, in der zweiten die Ausschläge des Spiegels durch die blosse Spirale; beide können als Maass für die Stärke des electrischen Stromes dienen.[1]) In der dritten Spalte finden sich die durch die Spirale und das Nickel, und in der vierten die durch die Spirale und das entsprechende Eisenstück erhaltenen Ausschläge.[2])

Galvanometer.	Spirale allein.	Spirale mit Nickel.	Spirale mit Eisen.
455.2	38.8	168.7	277.8
243.2	21.2	124.9	148.2
121.9	10.6	80.1	74.4
63.3	5.5	37.1	38.5
32.5	2.9	19.1	19.2
18.8	1.7	11.0	11.2

Durch Subtraction der Zahlen der zweiten Spalte von denen der dritten und vierten werden die durch den

1) Die Galvanometerrolle wurde überhaupt nur aufgestellt, um die Stromstärke mit grösserer Genauigkeit, als wie solche aus dem viel geringeren Ausschlage durch die Spirale entnommen werden konnte, zu bestimmen.

2) Sämmtliche im Folgenden angeführte Ausschläge sind auf die doppelten Tangenten des Ablenkungswinkels reducirt.

Magnetismus des Nickels und des Eisens allein erzeugten Ablenkungen erhalten.

Stärke des Stromes.	Magnetismus des Nickels. beobachtet.	Magnetismus des Nickels. reducirt.	Magnetismus des Eisens.
455.2	129.9	133.4	239.0
243.2	103.7	106.5	127.0
121.9	59.5	61.1	63.8
63.3	31.6	32.4	33.0
32.5	16.2	16.6	16.3
18.8	9.3	9.5	9.5

Zur leichteren Uebersicht sind in der Zeichnung p. 290 diese Werthe durch die ausgezogenen Linien dargestellt; die Stromstärken wurden als Abscissen genommen, und die beobachteten Magnetismen des untersuchten Nickel- und Eisenstückes als Ordinaten aufgetragen.

Da das Nickelstück etwas kleiner war als das Eisenstück, mit welchem es verglichen wurde, so habe ich den Magnetismus des Nickels auf ein dem Eisen gleiches Volumen reducirt, indem ich die Magnetismen den Cubikwurzeln aus dem Volumen proportional setzte.[1]) Die so

1) Für Eisenstücke von gleicher Länge und nur wenig von einander verschiedenem Querschnitt ist die obige Correction brauchbar. Wird der Magnetismus des später beschriebenen zweiten Eisenstückes, welches mit dem Kobaltstücke nahe gleichen Querschnitt hat, auf ein dem obigen (ersten) Eisenstücke gleiches Volumen nach jener Proportion reducirt, so ergibt sich z. B. für einen Galvanometerausschlag von 455.2 Scalentheilen der Werth 238.3, welcher sehr nahe mit dem beim ersten Eisenstück beobachteten (239.0) übereinstimmt. Ich hatte ferner noch zwei Eisenstücke von 168 Mm. Länge anfertigen lassen, von denen das eine (dritte) in der Breite 20.55 Mm. und in der Dicke 12.25 Mm., das andere (vierte) aber in der Breite 40.83 Mm. und in der Dicke 6.05 Mm., maass; jedes hatte also sehr nahe ein halb so grosses Volumen, als das zuvor genannte zweite grosse Eisenstück. Leider war das zu ihnen verwendete Eisen von einem etwas geringeren specifischen Gewichte, so dass genaue Vergleichungen nicht möglich sind. Dagegen genügen die mit ihnen ausgeführten Messungen zum Nachweise der Zulässigkeit der obigen Correction.

reducirten Werthe finden sich in der vorstehenden Tabelle unter der Ueberschrift „reducirt“ und sind in der Zeichnung durch punktirte Linie dargestellt worden.

Man erkennt sogleich, dass die für das Eisen gefundenen Werthe auf einer geraden Linie liegen, dass also in dem dicken Eisenstücke innerhalb der angewandten Stromstärken der Magnetismus noch in aller Strenge proportional mit jenen Stromstärken zunahm. Anders verhält sich das Nickel: während es anfänglich, d. h. bei schwachen Strömen, nahe dieselbe magnetische Kraft zeigt, wie das Eisen, beginnt sein Magnetismus doch sehr bald in geringerem Grade zu wachsen als beim Eisen, so dass bei der stärksten angewandten Stromstärke derselbe wenig über die Hälfte des im Eisen entwickelten beträgt.

Beide untersuchten Metallstücke, sowohl das Nickel als auch das Eisen, besassen fast keine Coercitivkraft. Beim Nickel blieb z. B. nach dem zweitstärksten Strome, welcher ihm den temporären Magnetismus 103.7 ertheilte, nur ein Rest von permanentem Magnetismus 0.3; und beim Eisen betrug dieser Rest nach dem stärksten angewandten Strome nur 0.1. In Bezug auf Coercitivkraft verhielt sich also dieses Nickelstück fast ganz wie weiches Eisen.

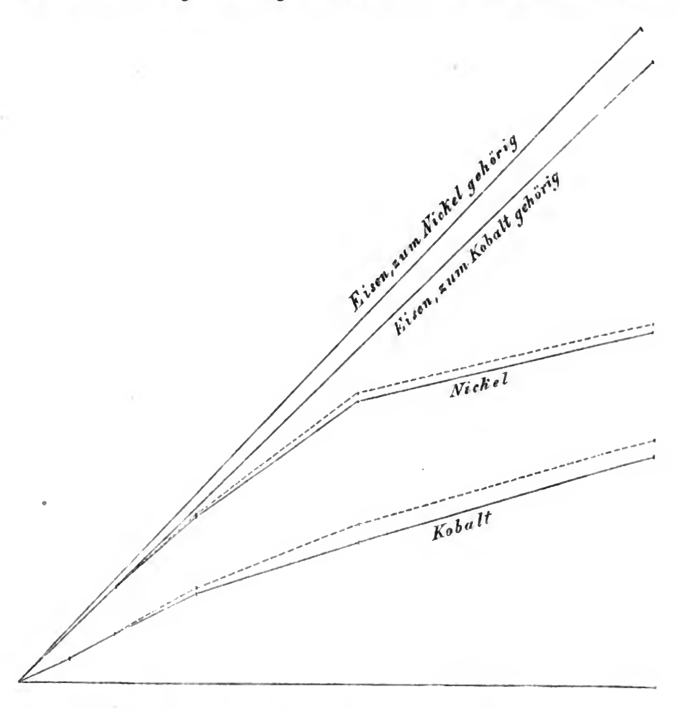
Kobalt.

Das Kobaltstück war zwar nur wenig kleiner als das zuvor beschriebene Stück Nickel; um jedoch eine strengere Vergleichung seines Magnetismus mit dem des Eisens zu ermöglichen, habe ich ein zweites Parallelepipedum aus

Bei gleicher Stromstärke erhielt das zweite Eisenstück den Magnetismus 125.04, das dritte 95.16, und das vierte 109.81. Die Aenderung der Breite und Dicke hat also nicht gleichen Einfluss; nimmt man das Mittel von 95.16 und 109.81, so ist 125.04 : 102.48 = 1 : 0.819, während $1 : \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 1 : 0.794$. Da nun die Metallstücke, deren Magnetismus oben auf ein gegebenes Volumen reducirt werden sollen, nur wenig in Breite und Dicke verschieden sind, so dürfte die angewandte Correction eine für die vorliegenden Zwecke hinreichende Annäherung gewähren.

weichem Eisen, welches dem Kobaltstücke in seinen Dimensionen möglichst nahe kam, anfertigen lassen.

Die Länge dieses Eisens war 168 Mm., die Breite 41.0 Mm. und die Dicke 12.2 Mm. Das Kobaltstück hatte bei einer Länge von gleichfalls 168 Mm. an dem einen



Ende eine Breite von 41.0 und an dem anderen von 40.2 Mm.; seine Dicke variirte von 12.0 bis 11.1 Mm. An beiden Enden des Kobaltstückes fanden sich mehrere Gruben, besonders an dem einen Ende eine ziemlich ausgedehnte.

Das absolute Gewicht des Eisens betrug 653.48 Gr., die Dichtigkeit 7.790; das Gewicht des Kobaltes war 568.85 Gr., die mittlere Dichtigkeit 7.177; hieraus

folgt das Volumen des Eisens 83.83 und des Kobaltes 79.26 Cc.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate der Messungen; die Bedeutung der Zahlen in den einzelnen Spalten ist dieselbe wie in der vorhergehenden Tabelle.

Galvanometer.	Spirale allein.	Spirale mit Kobalt.	Spirale mit Eisen.
460.1	39.2	124.0	266.9
244.7	21.2	75.4	142.7
124.4	10.7	41.6	72.5
65.3	5.5	21.6	37.7
33.5	2.9	10.1	19.2
19.2	1.7	5.4	10.9

Hieraus ergeben sich die Beziehungen zwischen der Stärke des electrischen Stromes und dem Magnetismus des Kobaltes und Eisens:

Stärke des Stromes.	Magnetismus des Kobaltes.		Magnetismus des Eisens.	
	beobachtet.	reducirt.	beobachtet.	reducirt.
460.1	84.8	91.4	227.7	240.9
244.7	54.2	58.4	121.5	128.6
124.4	30.9	33.3	61.8	65.4
65.3	16.0	17.2	32.1	34.0
33.5	7.2	7.8	16.3	17.2
19.2	3.7	4.0	9.2	9.7

In der p. 290 befindlichen Zeichnung sind die Zahlenwerthe der zweiten und vierten Columne in gleicher Weise, wie zuvor beim Nickel, durch die ausgezogene Linie dargestellt. In der dritten und fünften Columne der obigen Tabelle finden sich unter der Bezeichnung „reducirt" die Werthe, welche der Magnetismus eines Kobalt- und Eisenstückes von dem Volumen des ersten Eisenstückes (Volumen 99.29 Cc.) bei den in der ersten Columne angegebenen Stromstärken zeigen würde. Den Verlauf dieser Werthe für Kobalt zeigt die punktirte Linie; die Werthe für Eisen fallen mit der Linie des ersten zum Nickel gehörigen Eisenstückes zu-

sammen. Diese letztere Linie, sowie die beiden punktirten Linien stellen also die Magnetismen gleicher Parallelepipeda von Eisen, Nickel und Kobalt dar.

Die Curve für die magnetische Kraft des Kobaltes liegt anfangs gegen die Abscissenaxe etwas convex; erst nach der dritten Messung (vom schwächsten Strome aus gerechnet) beginnt sie ihre concave Seite der genannten Axe zuzuwenden. Dieser anfängliche Gang der Curve ist durch den Umstand bedingt, dass das Kobaltstück nicht ohne Coercitivkraft ist.

Das Kobalt gleicht dem Nickel darin, dass auch bei ihm bereits bei mässig starken Strömen der Magnetismus in geringerem Grade zunimmt als die Stromintensität, unterscheidet sich aber von ihm durch eine viel geringere Stärke des Magnetismus innerhalb der angewandten Stromstärken. Bei der beträchtlicheren Zunahme des Magnetismus im Kobalt gegen die beim Nickel von der vorletzten bis zur letzten Beobachtung wäre es jedoch nicht unmöglich, dass bei sehr starken electrischen Strömen der Magnetismus des Kobaltes grösser würde als der des Nickels.

Auf das Verhalten des permanenten Magnetismus im Kobalt werde ich bei einer anderen Veranlassung zurückkommen, und bemerke hier nur, dass der Strom 244.7, welcher dem Kobaltstück einen temporären Magnetismus von 54.2 ertheilte, einen zuvor vorhandenen permanenten Magnetismus 2.5[1]) nicht soweit zu vernichten vermochte, dass bei beiden Stromrichtungen gleiche Reste von permanentem Magnetismus verblieben; hatte der obige Strom eine solche Richtung, dass er den Kobaltstab in entgegengesetztem Sinne wie die bereits vorhandene Polarität magnetisirte, so blieb ein Rest 7.1 in diesem entgegengesetzten Sinne, während gleich darauf ein ebenso starker Strom in der anderen Richtung, bei welcher also die temporäre Magnetisirung mit der ursprünglichen übereinstimmte, einen Rest 7.9 von permanentem Magnetismus im ursprünglichen

1) Es war dies ein Rest einer früheren etwas stärkeren Magnetisirung, welche durch einen Strom bis 2.5 geschwächt worden.

Sinne zurückliess. Dagegen blieb unter Anwendung des stärksten Stromes 460.1 bei beiden Richtungen desselben der gleiche Rest von permanentem Magnetismus 10.5; da der durch diesen Strom erzeugte temporäre Magnetismus 84.8 betrug, so war ungefähr der achte Theil desselben permanent geblieben.

Hr. Professor Dr. Winkler in Freiberg hatte die Güte, mir über die Darstellung der im Vorstehenden untersuchten Nickel- und Kobaltstücke Folgendes mitzutheilen.

„Es hatte die Darstellung dieser strengflüssigen Metalle in grösseren und dabei dichten, blasenfreien Gusstücken ihre ganz bedeutenden Schwierigkeiten und im Verlauf der hierüber angestellten Versuche sind von jedem der in Rede stehenden Metalle wohl an 100 Kgr. in Mengen von je 2 bis 5 Kgr. eingeschmolzen und gegossen worden.

Insbesondere galt es:

1. die Erzeugung einer hinlänglich hohen Temperatur;
2. die Herstellung feuerfester Schmelzgefässe;
3. die Fernhaltung von Kohlenstoff und Silicium von den schmelzenden Metallen;
4. das Giessen in sauerstoffreier Atmosphäre, weil die Anwesenheit sauerstoffhaltiger Luft stets ein Saugen der Metalle und die Erzeugung blasiger Gusstücke zur Folge hatte.

Als Schmelzapparat diente ein runder feuerfester Ofen mit hoher Esse, worin statt eines Rostes eine durchlochte Eisenplatte eingelegt worden war, welche gleichzeitig die Decke eines Windreservoirs bildete. Die Construction war eine ähnliche, wie diejenige des bekannten Deville'schen Gebläseofens. In die Mitte der eisernen Platte kam auf einen sogenannten Käse aus feuerfestem Thon der beschickte Tiegel zu stehen, worauf der Ofen mit Holzkohlen gefüllt und zu mässiger Rothgluth erhitzt wurde. Nachdem dies geschehen, ward Kohle und Asche entfernt, der ganze Ofen gut gereinigt, frische Holzkohle aufgegeben und nun von unten der Wind eines Cylindergebläses zugeführt, welches pro Minute 3—400 Cubikfuss Luft lieferte.

Die Verbrennung erfolgte jetzt auf das lebhafteste unter Entwickelung hoher Hitze; durch fortwährendes Einstossen eines eisernen Stabes in das Brennmaterial wurde das Hohlbrennen und das Kaltblasen des Tiegels sorgfältigst zu verhindern gesucht.

Holzkohle allein gab zu flüchtige Hitze; Cokes allein liess bald Verschlackung eintreten; es wurde deshalb mit dem Brennmaterial derart gewechselt, dass man

5 Minuten lang mit reiner Holzkohle
5 „ „ „ 2 Vol. Holzkohle und 1 Vol. Cokes
5 „ „ „ 1 Vol. Holzkohle und 1 Vol. Cokes
5 „ „ „ reinen Cokes

schmolz.

Bei Beobachtung dieser Regel erzielte man vollkommene, für das Auge ganz unerträgliche Blauglut und vermochte innerhalb 20 Min. 5—6 Kgr. Kobalt oder Nickel sicher in dünnen Fluss zu bringen, ohne dass der Ofen zuschlackte.

Es wurde sodann der Wind abgestellt, der thönerne Vorsetzer, welcher die Brust des Ofens bildete, abgenommen, das Brennmaterial behend herausgezogen und dem Tiegel, welcher zumeist vollkommen erweicht war, eine halbe Minute zu oberflächlicher Erstarrung gegönnt, worauf man ihn mit der Zange fassen und herausheben konnte. Der fest aufgeschmolzene Deckel wurde dann sofort mit Meissel und Hammer entfernt und das in blendender Gluth befindliche Metall in eine Form aus trockenem Sand oder gebranntem Thon gegossen.

Die beim Schmelzen angewendeten Tiegel wurden nach vielen Variationen am zweckmässigsten durch eine Combination mehrerer Tiegel aus verschiedenem Material erhalten. Einfache Tiegel, selbst die besten englischen Graphittiegel, widerstanden der Hitze nie, sondern flossen zusammen.

Man setzte deshalb in einen derartigen Tiegel einen hessischen Thontiegel, füllte die Zwischenräume mit Chamotte aus und bettete in den Thontiegel mit Hülfe eines

Magnesiafutters wieder einen grossen Tiegel aus Elgersburger Porcellan ein. Es kam nur selten vor, dass alle drei Tiegel geschmolzen gewesen wären; gewöhnlich war der Graphittiegel ganz verschwunden und der hessische stark angegriffen, immerhin aber doch nur so, dass er im Verein mit dem Magnesiafutter noch eine hinlänglich schützende Hülle für den Porcellantiegel bildete.

Die Deckel mussten die Stärke gewöhnlicher Mauerziegel haben, wenn sie nicht wegschmelzen sollten. Nachdem der Tiegel gefüllt war, wurde der Deckel aufgesetzt und das Ganze bis auf eine kleine Oeffnung mit einem Gemenge von gebranntem und ungebranntem Porcellanthon und Wasserglas lutirt. Hierauf musste wenigstens 24 Stunden lang stark getrocknet und sehr vorsichtig angewärmt werden.

Die Tiegelbeschickung war folgende: Zunächst wurde reines geglühtes und gemahlenes Kobalt- oder Nickeloxydul mit 10—12 % reiner Stärke oder feinstem Weizenmehl innig gemischt und dieses Gemenge in einen Tiegel gebracht, welchen man in einen zweiten setzte, so dass alle Zwischenräume mit Holzkohlenpulver gefüllt werden konnten. Es wurde hierauf bis zum mässigen Glühen erhitzt und erkalten gelassen. Der innere Tiegel enthielt dann Kobalt- oder Nickelmetall in Gestalt eines zarten Pulvers, welches jedoch etwas kohlenstoffhaltig war. Im übrigen enthielt es nur Spuren von Verunreinigungen, war frei von Eisen, Kupfer, Arsen, Schwefel u. s. w. und das Kobalt enthielt ca. 0.3 % Nickel, wie umgekehrt das Nickel 0.3—0.5 % Kobalt enthalten mochte.

Das feine Metallpulver wurde nun mit 25—30 % seines Gewichtes reinen Kobaltoxyduls, beziehungsweise Nickeloxyduls innig gemengt, das Gemenge in den in gedachter Weise umhüllten Porcellantiegel gebracht und, wie beschrieben, eingeschmolzen. Der Sauerstoff der zugesetzten Oxyde verbrannte hierbei den geringen Kohlenstoffgehalt der Metalle vollständig und man fand schliesslich

nicht allein das reine Metall, sondern auch den zugesetzten Oxydüberschuss in vollkommenem Flusse.

Beim Giessen begann das Metall, sobald es in die Form gebracht worden war und erstarren wollte, gewöhnlich lebhaft zu schäumen und zu spritzen, wahrscheinlich weil es Sauerstoff absorbirt hatte, den es nun plötzlich fahren liess. Man erhielt infolge dessen stets undichte, blasige Güsse.

Es wurde deshalb um den Einguss der Form ein starker Baumwollendocht gelegt, der mit Theer oder Petroleum getränkt war. Bei der Annäherung des heissen Tiegels entzündeten sich diese und bildeten eine grosse reducirende Flamme, durch die hindurch das Giessen erfolgte. Auf solche Weise gelang es, das Metall vom absorbirten Sauerstoff zu befreien und Güsse zu erhalten, die dicht, oder doch fast ganz dicht waren.

Die Gusstücke liess man langsam erkalten, befreite sie oberflächlich vom anhaftenden Sande und nahm dann mit Hülfe der Hobelmaschine an allen Seiten 5—6 Mm. weg, wodurch die sogenannte Gusschwarte vollkommen beseitigt wurde.

VII. *Ueber die Abhängigkeit der Reibung der Gase von der Temperatur; von J. Puluj.*

(Aus den Wien. Ber. zweite Abth. LXXIII. Mai-Heft. Jahrg. 1876; vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Reibungsapparat.

Die Untersuchungen über die Reibung der Gase, welche hier mitgetheilt werden sollen, wurden im physikalischen Institute in Strassburg ausgeführt. Es diente mir zu denselben ein Apparat, den Hr. Professor Dr. Kundt mir bereitwilligst zur Verfügung stellte. Derselbe ist von einer

etwas einfacheren Construction als jener, den Prof. Kundt und Warburg zu ihren Versuchen über Reibung und Wärmeleitung der Gase benutzten.[1]) Zur Erläuterung der Zeichnung, die ich nach dem Apparate gemacht habe, möge Folgendes dienen.

Ein starker Eisenring Taf. I Fig. 5 ruht auf drei Stellschrauben und trägt acht Messingsäulen, in denen acht Messingstäbe sich auf- und niederschrauben lassen. Vier von diesen Stäben *a* tragen die obere fixe Scheibe, welche aus zwei Halbscheiben von dickem Spiegelglas besteht; die untere Scheibe ruht auf vier Stäben *b*. Beide können der schwingenden Scheibe aus dünnem Spiegelglas, die sich zwischen denselben befindet, nach Belieben genähert werden. Am Eisenring ist noch ein Stativ *hh* befestigt und trägt oben (in der Zeichnung nicht sichtbar) eine Vorrichtung für die bifilare Aufhängung. Die bewegliche Scheibe war an einem Messingstiel *r* von 22.5 Mm. Länge, 4.4996 Mm. Durchmesser und 28.301 Gr. Gewicht senkrecht angekittet. Am Stiele lässt sich eine sehr feine Messinghülse mit einem Spiegel *s* aus platinirtem Glas auf- und niederschieben, und am oberen Ende desselben ist eine sehr kleine Rolle angebracht, über die der Aufhängedraht — ein sehr feiner Silberdraht von 0.06301 Mm. Durchmesser — geschlungen werden kann. Die Rolle hat den Zweck, die Ausdehnung des Drahtes auf beide Theile der bifilaren Aufhängung gleichmässig zu vertheilen. Hülse sammt Spiegel und Rolle hatten ein Gewicht von 1.297 Gr.

Die Aufhängevorrichtung, bestehend aus zwei Metallstäbchen, deren Enden mit nach aufwärts gebogenen Häkchen versehen sind, gestattet durch Auf- und Niederschrauben eines jener Stäbchen in der verticalen Richtung die Länge des Aufhängedrahtes nach Belieben zu ändern. Die ganze Aufhängevorrichtung lässt sich noch um ihre verticale Axe drehen, wodurch dem Spiegel eine geeignete Stellung gegen das Fernrohr gegeben werden kann.

---

1) Pogg. Ann. CLV.

Ein neben dem Spiegel, senkrecht gegen den Stiel, angekittetes Stückchen weichen Eisendrahtes dient dazu, um die bewegliche Scheibe durch einen Magnet in Schwingungen zu versetzen.

Die Distanz zwischen den festen Scheiben wurde mit zwischengelegten Stückchen aus Spiegelglas gemessen.[1]) Der Halbmesser der schwingenden Scheibe war:

$$r = 7.965 \text{ Ctm.}$$

und für die Dicke derselben lieferten Messungen mittelst des Sphärometers und die Berechnung aus Gewicht und Radius entsprechend:

$$d = 0.14920 \text{ Ctm. und } 0.14835 \text{ Ctm.}$$

Das Gewicht der schwingenden Scheibe war:

72.3494 Gr.,

woraus sich ihr Trägheitsmoment zu 2294.97 Gr. Ctm^2, und mit Berücksichtigung des Trägheitsmomentes des Stieles sammt Spiegel zu:

$$M = 2369.88$$

berechnet.

Ein Vergleich dieser Zahlen mit den in der erwähnten Abhandlung, p. 331, für dieselbe Art von Aufhängung angegebenen, lässt sofort erkennen, dass auch hier die störenden Widerstände des Stieles sammt Spiegel und der inneren Reibung des Aufhängedrahtes gegen das dämpfende Moment der Gase zu vernachlässigen sind.

Die Aufstellung des Apparates, über den eine Glasglocke gestülpt war, sowie die Verbindung mit der Pumpe und dem Gasentwickelungsapparate ist im Wesentlichen dieselbe geblieben. In die Messingfassung, welche an einer durchbohrten Stelle der Glasglocke angekittet war, wurde ein ⊤-förmiges Glasrohr, an dessen beiden Enden Glashähne angeschmolzen waren, mittelst Siegellack sorgfältig eingekittet. Durch einen derselben konnte die Verbindung zwischen der Pumpe und der Glocke, durch den zweiten

1) Pogg. Ann. l. c.

zwischen der letzteren und dem Trockenapparate — Waschflasche mit Schwefelsäure gefüllt und drei Babo'sche Trockenröhren von 70 Ctm. Länge — hergestellt werden. Bei dieser Zusammenstellung war es möglich, die Glocke zu evacuiren, zu trocknen und eventuell mit einem Gas zu füllen, wenn der Trockenapparat mit dem Gasentwickelungsapparate in Verbindung stand.

Am Stativ, unmittelbar über der festen Scheibe, hing ein Baudin'sches Thermometer, welches mit dem Normalthermometer verglichen wurde. An demselben liessen sich noch Hundertel eines Grades schätzen. Die Entfernung des Fernrohres vom Spiegel war 2.341 M.

Der Apparat von dieser Construction empfiehlt sich nicht blos durch die Leichtigkeit und Genauigkeit, mit der er zusammengesetzt und justirt werden kann, sondern auch durch die Feinheit und Eleganz, mit der er vom Mechaniker Meyer in Strassburg gebaut wird. Das Einzige, was bei der Zusammenstellung desselben einige Schwierigkeiten bietet und bei einiger Ungeschicklichkeit auch mehrere Tage in Anspruch nehmen kann, ist das Einhängen der beweglichen Scheibe. Es scheint mir daher nicht überflüssig zu sein, des näheren zu erläutern, wie dieselbe schnell und bequem eingehängt werden kann. Der Draht muss vorsichtig, ohne geknickt zu werden, von der Spule abgewickelt werden, da er wegen seiner grossen Feinheit an der betreffenden Stelle unvermeidlich reissen würde. Aus dem abgewickelten Theil wird eine kleine Schlinge gemacht, auf das Häkchen der Aufhängevorrichtung so aufgesetzt, dass die geschlungene Stelle der Schleife nach oben kommt und die Drähte zu beiden Seiten des Häkchens nach unten gerichtet sind, und während das eine Drahtende festgehalten wird, wird das andere nach unten gezogen. Nachher wird beim Abwickeln auf den Draht ein U-förmig gebogenes Glasröhrchen aufgesetzt, die nöthige Länge abgewickelt und das Drahtende am zweiten Häkchen auf dieselbe Weise befestigt. Die eine Hälfte des Drahtes wird zwischen die Gabel des Stieles geschoben,

die Rolle eingesetzt und nachher das U-förmige Glasstäbchen abgehoben.

Resultate der bisherigen Untersuchungen.

Die dynamische Theorie der Gase liefert bekanntlich für die innere Reibung zwei Hauptgesetze: Das Gesetz der Unabhängigkeit der Reibung vom Drucke und das der Proportionalität derselben mit der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur.

Während das erste Gesetz durch zahlreiche Versuche von Maxwell, Graham, O. E. Meyer und andern bestätigt und von Kundt und Warburg[1]) mit Berücksichtigung der Gleitung bis zur unteren Grenze von 1 Mm. Quecksilberdruck ausgedehnt wurde, führten Versuche über die Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur zu Resultaten, die jenes Gesetz der Proportionalität mit der Temperatur als zweifelhaft erscheinen lassen, aber auch unter einander noch keine befriedigende Uebereinstimmung zeigen. Es sollen hier die Resultate dieser Klasse von Versuchen in Kürze zusammengestellt werden.

Maxwell fand durch Schwingungsversuche mit Messingscheiben, dass die Reibung der Luft der absoluten Temperatur unmittelbar proportional sei, was bekanntlich auch die Veranlassung war, dass er die ältere Gastheorie, welche von der Hypothese ausgeht, dass die Gasmolecüle sich mit grosser Geschwindigkeit nach allen Richtungen bewegen, und beim Zusammenstoss wie elastische Kugeln sich verhalten, aufgab, und eine neue aufstellte, der zufolge die Molecüle mit abstossenden Kräften auf einander wirken, die der fünften Potenz ihrer Entfernungen umgekehrt proportional sind. Abgesehen davon, dass, um kleinere Potenzen der absoluten Temperatur, welche nachherige Versuche lieferten, zu erklären, viel höhere Potenzen der Entfernungen angenommen werden müssten, stellen sich dieser neuen Maxwell'schen Theorie bedeutende Schwierig-

1) Pogg. Ann. CLV. p. 547.

keiten entgegen, worauf schon Stefan aufmerksam machte,[1]) denn die Versuche von Joule und Thomson über innere Arbeit der Gase berechtigen eher zur Annahme anziehender als abstossender Kräfte zwischen den Gasmolecülen. Gegen die Annahme einer abstossenden Fernewirkung spricht auch noch ein zweiter gewichtiger Umstand, dass ein Gas zu einer Flüssigkeit, ja sogar zu einer schneeartigen Masse sich verdichten lässt. O. E. Meyer wiederholte die Versuche nach der Maxwell'schen Methode, und fand für die Abhängigkeit der Luftreibung von der Temperatur ϑ, je nachdem er der Berechnung verschiedene Voraussetzungen zu Grunde legte:

$$\left.\begin{array}{rl} & \eta = 0.000186\,(1 + 0.0030\,\vartheta) \\ \text{oder} & \eta = 0.000189\,(1 + 0.0025\,\vartheta) \end{array}\right\} \; 19^0 \text{ bis } 82^0 \text{ C.}$$

gegen das Maxwell'sche Resultat:

$$\eta = 0.000188\,(1 + 0.00365\,\vartheta) \quad 10^0 \text{ bis } 84^0 \text{ C.}$$

Den Grund des Fehlers dieser letzten Bestimmung sucht Meyer in der ungenauen Bestimmung der Temperatur des durch Wasserdampf erwärmten Apparates, sowie in der Art der Aufhängung der Scheiben, durch deren Schwingungen der Reibungscoefficient bestimmt wurde.

Ferner fand Meyer aus Transspirationsversuchen[2]) mit einer Capillare von 79.75 Ctm. Länge und 0.0161 Ctm. Halbmesser:

$$\eta = 0.000171\,(1 + 0.0024\,\vartheta)\; 20^0 \text{ bis } 99^0 \text{ C.}$$
$$\eta = 0.000170\,(1 + 0.0028\,\vartheta)\; 21^0 \text{ bis } 100^0 \text{ C.}$$

und nach einer anderen Methode mit einer Capillare von 86.5 Ctm. Länge und 0.00691 Ctm. Halbmesser:

$$\eta = 0.000174\;(1 + 0.0030\,\vartheta).$$

v. Obermayer fand aus Strömungsversuchen[3]) mit drei Capillaren von $l = 52$, 36 und 126.3 Ctm. und respective

1) Wien. Ber. LXV. Abth. II, Aprilheft 1872.
2) Pogg. Ann. CXLVIII. p. 203.
3) Wien. Ber. LXXI. Februarheft 1875.

$r = 0.0196$, 0.02241 und 0.02655 Ctm. als Mittel von acht Bestimmungen:

$$\eta = 0.000171\,(1 + 0.0027\,\vartheta) \quad -21.5^0 \text{ bis } 99.5^0 \text{ C.}$$

Die letzte Capillare lieferte den Temperaturcoefficienten 0.0024 zwischen 16.1° und 99.5° C. Eine zweite Versuchsreihe mit zwei anderen Capillaren, mit einer von der Länge $l = 39.4$ Ctm. und $r = 0.0138$ Ctm. und einer Messingcapillare $l = 170$ Ctm., $r = 0.075$ Ctm. ergab:

$$\eta = 0.000168\,(1 + 0.0027\,\vartheta) \quad -21.5^0 \text{ bis } 52.9^0 \text{ C.}$$

Es sei hier noch bemerkt, dass in der zweiten Versuchsreihe die Temperaturcoefficienten bei niederen Temperaturintervallen durchgehends etwas grösser waren, als bei hohen Temperaturen.

Die von mir angestellten Reibungsversuche[1]) mit einer Capillare $l = 155.76$ Ctm. und $r = 0.019735$ Ctm. ergaben:

$$\eta = 0.000179\,(1 + 0.0024\,\vartheta) \quad 13.4^0 \text{ bis } 27.2^0 \text{ C.}$$

und drei andere Versuchsreihen, ausgeführt mit einem zweiten Apparate und derselben Capillare:

$$\eta = 0.000179\,(1 + 0.0023\,\vartheta) \quad 13.6^0 \text{ bis } 76.7^0 \text{ C.}$$
$$\eta = 0.000181\,(1 + 0.0022\,\vartheta) \quad 1.1 \;\;„\;\; 77.4 \;\;„$$
$$\text{und } \eta = 0.000180\,(1 + 0.0021\,\vartheta) \quad 1.5 \;\;„\;\; 92.7 \;\;„$$

Es ist nicht zu verkennen, dass bei allen diesen Resultaten eine ganz befriedigende Uebereinstimmung derselben mit- und untereinander vermisst wird. Ich entschloss mich daher, die diesbezügliche Untersuchung mit dem beschriebenen Apparate zu wiederholen und auf andere Gase auszudehnen, um die Frage zu beantworten, ob das Gesetz der Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur auf gleiche Weise auch für andere Gase gelte, wie aus Graham's Transspirationsversuchen gefolgert werden könnte.[2])

---

1) Wien. Ber. II. Abth. Februarheft. LXIX. und Juliheft LXX. 1874.

2) Pogg. Ann. CXXV, p. 190. CXXVII. p. 378 und 380.

Versuche mit dem Reibungsapparate.

Zu den Versuchen wurde gewöhnliche Zimmerluft, Kohlensäure und Wasserstoff verwendet. Die Kohlensäure wurde aus doppeltkohlensaurem Natron, der Wasserstoff aus Zink mittelst reiner verdünnter Schwefelsäure entwickelt.

Vor Beginn einer Versuchsreihe wurde der Apparat 12 bis 15 mal bis 10 Mm. Quecksilberdruck ausgepumpt, und nachher trockene Luft, resp. Kohlensäure oder Wasserstoff langsam eingelassen. Während der ganzen Dauer der Versuche mit Luft war die Glocke in Verbindung mit dem Trockenapparate, die Luft stand somit unter dem Drucke einer Atmosphäre. Bei den Versuchen mit Kohlensäure und Wasserstoff war der Druck des Gases etwas kleiner als der Atmosphärendruck, und die Glocke blieb immer vom Trocken- und Gasentwickelungsapparate abgesperrt.

Zur Erreichung höherer Temperaturen wurde das Zimmer geheizt, und der Apparat vor jedem Versuche derselben Temperatur 6 bis 12 Stunden ausgesetzt. Waren die Temperaturen im Apparate und im Zimmer nahezu gleich, so begann der Versuch. Die Zimmertemperatur konnte während der Dauer eines Versuches ziemlich constant erhalten werden. Um die Temperaturschwankungen im Apparate möglichst klein zu machen, wurde über die Glasglocke noch eine zweite aus Pappendeckel gestellt.

Wegen häufiger Erschütterungen des Beobachtungslocals, welche sich auch dem Fernrohr mittheilten und oft einen Fehler von 1 Scalentheil verursachten, wurden einige Versuche mit Luft und fast alle Versuche mit Kohlensäure abends oder in der frühe ausgeführt; daher sind auch die bei den zwei letzteren Versuchsreihen gewonnenen Zahlen etwas genauer, wie eine allgemeine Uebersicht über die Columnen $B-R$ zeigen wird.

Zur Controle machte ich zuerst einige Vorversuche zur Bestimmung des absoluten Werthes der Reibungsconstante für Luft, und berechnete dieselbe nach der von Maxwell entwickelten Formel:

$$\eta = \frac{2MD\lambda}{m\tau\pi R^4\left(1+\frac{4\alpha}{R}\right)},$$

$$\alpha = \frac{2b}{\pi}\,\text{logn}\,10\left\{\text{logbr}\,2 + \text{logbr}\,\sin\frac{\pi D}{2b}\right\}.$$

Darin bedeutet M das Trägheitsmoment, D den Abstand der inneren Flächen der festen und beweglichen Scheibe, $2b$ den der inneren Flächen der festen Scheiben, λ das Decrement in Brigg'schen Logarithmen, $m = 0.43429$, τ die Schwingungsdauer und R den Halbmesser der schwingenden Scheibe. Ich machte je drei Versuche bei zwei verschiedenen Distanzen der festen Scheiben. Die der Rechnung zu Grunde gelegten Zahlen und erhaltenen Resultate mögen hier Platz finden:

$2b$	= 0.6825 Ctm.	0.5156 Ctm.
D	= 0.26685 Ctm.	0.1834 Ctm.
λ	= 0.02862	0.04096
$\frac{4\alpha}{R}$	= 0.06906	0.0408354

$M = 2369.88$

$\tau = 32''26$

$\eta = 0.0001916$	$\eta = 0.0001917$
$t = 19.5^0$ C.	$t = 20^0$ C.

Ebenso machte ich Versuche unmittelbar vor Beginn der Versuchsreihen mit Kohlensäure und Wasserstoff bei der Distanz der festen Scheiben $2b = 0.5156$ Ctm. und erhielt:

für Kohlensäure	$\lambda = 0.0332$	$\eta = 0.0001528$	19.9° C.
„ Wasserstoff	$\lambda = 0.01984$	$\eta = 0.00009285$	15.85° C.,

welche Resultate in bester Uebereinstimmung sind mit den von Prof. Kundt und Warburg bei 15° C. gefundenen Werthen[1]:

für Luft	$\eta = 0.000189$	
„ Kohlensäure	0.000152	$\frac{\text{Gramm}}{\text{Centimeter . Secunde.}}$
„ Wasserstoff	0.0000923	

1) Pogg. Ann. l. c. p. 539.

Ich habe je eine Versuchsreihe mit Luft, Kohlensäure und Wasserstoff ausgeführt. Bei allen blieb die Distanz der festen Scheiben dieselbe: $2b = 0.5156$ Ctm.

Bei tiefen Temperaturen (von $+3^0$ C.) war die Scala ziemlich schlecht zu sehen (beiläufig vom Nullpunkte der Scala bis 120 Mm. links und rechts von demselben), weil das Ocular und das Objectiv des Fernrohres beim Nähern des Auges und der Gasflamme sich mit Wasserdampf beschlugen. Diesem Uebelstande wurde theilweise durch Auflegen warmer Tücher auf das Fernrohr abgeholfen. Ausserdem waren im Gesichtsfelde zwei Bilder der Scala, ein stärkeres und ein etwas schwächeres, zu sehen. Wurden dieselben durch Verschieben des Oculars zum Zusammenfallen gebracht, so waren die Striche zu undeutlich. Man suchte den Grund in der geänderten Stellung der vorn an der Glocke dem Spiegel gegenüber aufgekitteten Glasplatte. Daher habe ich in der ersten Versuchsreihe, vor den Beobachtungen vom 5. Januar, bei merklich nicht geänderter Stellung des Tellers und des darauf stehenden Apparates, die Glocke um ihre verticale Axe gedreht, nachher, um die Glocke fest anzudrücken, drei Kolbenzüge gemacht und trockene Luft eingelassen. Es wäre nicht wahrscheinlich, anzunehmen, dass während dieser kurzen Manipulation feuchte Luft hineindiffundirte. Die Scala war noch immer schlecht zu sehen, und erhielt ihre frühere Deutlichkeit, so oft der Apparat der höheren Temperatur ausgesetzt wurde.

Vor Beginn der Versuchsreihe mit Kohlensäure wurde der Apparat von neuem justirt, weil ich nicht sicher war, ob auch durch eine unmerkliche Verschiebung des Tellers die horizontale Lage der Scheiben sich nicht geändert habe. In der neuen Stellung blieb der Apparat bis zum Ende der Versuche.

Nach Beendigung der Versuchsreihe mit Kohlensäure wurden die Trockenröhren rein ausgewaschen und die Glasperlen dreimal nach einander mit reiner concentrirter Schwefelsäure genetzt.

Hier möge gleich die Berechnung der Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur aus den logarithmischen Decrementen, die ich im Anschluss an die Beobachtungen folgen lasse, sich anreihen.

Berechnung der Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur.

Wie aus der Maxwell'schen Formel für η zu ersehen ist, ist die Reibungsconstante eines Gases dem logarithmischen Decremente direct proportional, und daher lässt sich die Formel für die Abhängigkeit dieser Constanten von der Temperatur unmittelbar aus den zusammengehörigen Werthen der Temperaturen und der logarithmischen Decremente berechnen. Eine Aenderung der Schwingungsdauer mit zunehmender Temperatur konnte nicht beobachtet werden.

In der nachfolgenden tabellarischen Zusammenstellung bedeutet t die Temperatur (reducirt), λ das logarithmische Decrement, beide arithmetische Mittel aus vier bis fünf und auch mehr Zahlen; jedes λ wurde aus 20 Ablesungen berechnet. Aus der Columne Nr. ist die Reihenfolge der Versuche zu ersehen.

Zur Berechnung wurden 49 Versuche mit Luft, 52 mit Kohlensäure und 48 mit Wasserstoff benutzt.

Luft			Kohlensäure			Wasserstoff		
Nr.	t	λ	Nr.	t	λ	Nr.	t	λ
10	−3.135C.	0.03843	9	+1.332C.	0.03126	8	−1.505C.	0.01898
4	+0.680	3851	10	3.773	3150	6	−0.378	1906
3	0.933	3858	6	5.955	3183	2	+0.320	1917
2	8.686	3947	5	6.605	3193	7	5.614	1939
5	11.210	3962	8	10.802	3239	3	6.348	1935
6	14.589	4001	4	14.410	3267	4	13.070	1979
1	18.530	4036	11	14.503	3274	1	15.730	1984
7	19.750	4058	7	19.470	3328	9	17.602	1997
8	23.860	4092	12	21.492	3343	5	21.146	2010
9	25.570	4134	3	21.740	3339	12	21.913	2012
			2	22.510	3366	10	24.983	2028
			1	29.065	3416	11	30.175	2058

Controlversuche, welche am Ende der Versuchsreihen mit Kohlensäure und Wasserstoff angestellt wurden, sind innerhalb der Fehlergrenzen in bester Uebereinstimmung mit den Anfangsversuchen (12 und 3 Kohlensäure, 12 und 5 Wasserstoff), was mir die Gewissheit verschaffte, dass während der Versuche keine fremden Gase hinzugekommen waren.

Setzt man $\eta = a + bt$, so findet sich aus den obigen Zahlen mittelst der Methode der kleinsten Quadrate:

für Luft . . . . $a = 0.03855 \pm 0.000040$ (mittl. Fehler),
mit den Fehlergrenzen $\alpha_1 = 0.000046$,
$\alpha_2 = 0.000034$,
$b = 0.00010213 \pm 0.000002582$,
mit den Fehlergrenzen $\beta_1 = 0.00000297$,
$\beta_2 = 0.00000219$;

für Kohlensäure $a = 0.03118 \pm 0.000027$,
$\alpha_1 = 0.000030$,
$\alpha_2 = 0.000023$,
$b = 0.00010532 \pm 0.000001598$,
$\beta_1 = 0.000001378$,
$\beta_2 = 0.000001818$;

für Wasserstoff $a = 0.01909 \pm 0.000013$,
$\alpha_1 = 0.000011$,
$\alpha_2 = 0.000014$,
$b = 0.000048388 \pm 0.000000760$,
$\beta_1 = 0.000000864$,
$\beta_2 = 0.000000655$.

Aus a und b berechnen sich auf bekannte Weise die Exponenten der absoluten Temperatur, und zwar:

für Luft zu . . . . . . 0.72196 ± 0.01825
mit den Fehlergrenzen 0.02101, 0.01550;
für Kohlensäure zu . 0.91654 ± 0.01394
mit den Fehlergrenzen 0.01199, 0.01582;
und für Wasserstoff zu 0.69312 ± 0.01088
mit den Fehlergrenzen 0.00938, 0.01238.

Für die Ausdehnungscoefficienten wurde nach Jolly angenommen:

Für	Luft	0.003695,
„	CO_2	0.003706,
„	H	0.003656.

Der Exponent für Luft ist kleiner als der Meyer'sche $\frac{3}{4}$, und grösser als der von mir aus Transspirationsversuchen gefundene $\frac{2}{3}$. Dasselbe gilt auch vom Exponenten für Wasserstoff, der auch noch kleiner ist als der der Luft. Auffallend gross ist der Exponent für Kohlensäure, bei der die Reibung nahezu das Maxwell'sche Gesetz zu befolgen scheint. Hier liegt die Vermuthung nahe, dass ein guter Theil der Differenzen in den für Luft gewonnenen Resultaten verschiedener Beobachter vielleicht einer verschiedenen Zusammensetzung der benutzten Luftarten und namentlich den verschiedenen Mengen von Kohlensäure zuzuschreiben ist.

Als sicher ist anzunehmen, dass nicht bei allen Gasen die Reibung mit der Temperatur auf gleiche Weise sich ändert.

Es wäre wünschenswerth, Versuche dieser Art mit noch anderen Gasen und auch innerhalb weiterer Temperaturgrenzen anzustellen, um so ein reiches Material zu sammeln, welches eine feste Basis für die Theorie, die uns noch immer eine befriedigende Erklärung dieses molecularen Vorgangs schuldig bleibt, bilden könnte.

Die mittelst der Constanten b zurückgerechneten logarithmischen Decremente λ sind mit den der Rechnung zu Grunde gelegten Zahlen in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt, in der B die auf Bögen reducirten Scalentheile, R die mittelst λ zurückgerechneten Bögen bezeichnet.

Die einzelnen Versuchszahlen finden sich sämmtlich in den Sitzungsberichten der K. Akademie der Wissenschaften zu Wien, Bd. LXXIII. Abth. II. Mai 1876.

Luft			Kohlensäure			Wasserstoff		
B	*R*	*B–R*	*B*	*R*	*B–R*	*B*	*R*	*B–R*
0.03843	0.03823	+20	0.03126	0.03132	– 6	0.01898	0.01902	–4
3851	3862	–11	3150	3158	– 8	1906	1907	–1
3858	3864	– 6	3183	3181	+ 2	1917	1911	+6
3947	3944	+ 3	3193	3188	+ 5	1939	1936	+3
3962	3970	– 8	3239	3232	+ 7	1935	1939	–4
4001	4004	– 3	3267	3270	– 3	1979	1972	+7
4036	4044	– 8	3274	3271	+ 3	1984	1985	–1
4058	4055	+ 3	3328	3323	+ 5	1997	1994	+3
4092	4099	– 7	3343	3344	– 1	2010	2011	–1
4134	4116	+18	3339	3347	– 8	2012	2015	–3
			3366	3355	+11	2028	2030	–2
			3416	3424	– 8	2058	2055	+3

Nachschrift.

Nach Uebersendung meiner Arbeit erhielt ich den akademischen Anzeiger, welcher eine kurze Notiz über eine von A. v. Obermayer der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien vorgelegte Abhandlung: „Ueber die Abhängigkeit der Coefficienten der inneren Reibung der Gase von der Temperatur“ enthält. Die Resultate seiner Untersuchungen sind:

Luft . . . . . . $\eta = 0.0001678\,(1 + 0.003665\,t)^{0.76}$
Wasserstoff . . . $0861\,(1 + 0.003665\,t)^{0.70}$
Sauerstoff . . . $1878\,(1 + 0.003665\,t)^{0.80}$
Kohlenoxyd . . . $1625\,(1 + 0.003665\,t)^{0.74}$
Aethylen . . . . $0922\,(1 + 0.003665\,t)^{0.96}$
Stickstoff . . . $1559\,(1 + 0.003655\,t)^{0.74}$
Stickoxydul . . . $1353\,(1 + 0.003719\,t)^{0.93}$
Kohlensäure . . $1383\,(1 + 0.003701\,t)^{0.94}$
Aethylchlorid . . $0889\,(1 + 0.003900\,t)^{0.98}$

Der Reibungscoefficient der permanenten Gase ist nach diesen Versuchen nahezu der Potenz $^3/_4$, jener der coercibeln Gase nahe der Potenz 1 der absoluten Temperatur proportional.

Für Temperaturen zwischen 150° C. und 300° C. ergab Luft dieselben Werthe des Exponenten wie zwischen den niederen Temperaturen —21.5° C. und 53.5° C.; für Kohlensäure wurde eine langsame Abnahme des Exponenten mit der Temperatur aus den Versuchen gefolgert.

Die Differenzen in den von A. v. Obermayer und mir erhaltenen Resultaten sind so unbedeutend, dass dieselben auch den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden können.[1])

Wien, den 20. Juni 1876.

VIII. *Ueber electrische Rauchfiguren; von Karl Antolik,*

Professor am Gymnasium zu Arad in Ungarn.

Wenn wir Reibungselectricität auf ruhende Rauchflächen einwirken lassen, so bieten sich uns einige überraschend hübsche, meines Wissens bis jetzt ganz unbekannte Erscheinungen dar.

Zur Darstellung solcher Rauchflächen wurde eine 30 Ctm. lange, 2.5 Ctm. weite, im Gefäss *cd* stehende und mit kaltem Wasser umgebene Eisenröhre *ab* (Taf. I. Fig. 6) mit Taback gefüllt, der mit etwas Zucker gemischt ist. Durch einen Blasebalg an der Kautschukröhre *e* wird das Brennen langsam unterhalten und der Rauch durch eine Kautschukröhre *f* zu einem zweiten Kühlapparat *kk* und durch ein 4 Ctm. weites und 50 Ctm. langes Glasrohr *gh* geleitet, aus dem er durch einen zu einem breiten Spalt von 1 Ctm. Höhe zusammengepressten Papiertrichter *pp* von 15—20 Ctm. Länge langsam und gleichförmig auf einen glatten schwarzen Tisch ausströmt und sich daselbst in einer kreisrunden Fläche ausbreitet. Ist der Rauch in *kk* nicht gehörig gekühlt, so bildet er auf dem

1) Vgl. auch E. Wiedemann. Arch. de Gen. Juli 1876. Die Red.

Tische unregelmässige Wellen, die für den Versuch ungeeignet sind.

Bringen wir nun eine Leydner Flasche von etwa 500 □ Ctm. innerer Belegung, welche mit positiver Electricität bis zur Ausstrahlung geladen ist, in eine Entfernung von etwa 1 M. Höhe über die Rauchfläche, so entstehen für einen Augenblick, von dem Mittelpunkt der Einwirkung ausgehend, auf der ganzen Fläche des Rauches scharf begrenzte Wölkchen von rundlicher und elliptischer Gestalt. Die ganze Rauchfläche theilt sich in viele concentrische Kreise, die an ebenso vielen Stellen regelmässig und radial durchbrochen erscheinen. Das ist der Glanzmoment der Erscheinung, der aber nur $^1/_2$—1 Secunde anhält. Einen Augenblick später lässt sich die Erscheinung, die dann etwas länger anhält, annähernd mit den wohlbekannten Schäfchenwolken vergleichen, und im günstigsten Momente zeigen sich Einschnitte, die aber augenblicklich wieder verschwinden Die Anzahl der Wölkchen kann unter Umständen auf einige Tausend geschätzt werden; ihre Grösse variirt zwischen 1 und 2 □ Ctm.; oft sind sie auch grösser.

Ein Theil der verwaschenen Umrisse der einzelnen Wölkchen bleibt noch längere Zeit sichtbar und breitet sich, vom Mittelpunkte der Wirkung, gegen die äusseren Ränder der Rauchfläche aus.

Die Entstehung der Figuren scheint die Folge einer Mittheilung der Electricität und nicht die Folge der Influenz zu sein; denn als ich über der Rauchfläche in verschiedenen Entfernungen eine dünne Glasscheibe anbrachte, so bildeten sich die Figuren nur um die Glasscheibe herum, nicht aber unter derselben.

Vielleicht dürfte die ganze Erscheinung auf sehr sanfte, in unmerkbar kurzer Zeit von der Leydner Flasche zur Rauchfläche sich fortpflanzende Stösse langgestreckter cylindrischer electrischer Luftwellen zurückgeführt werden,

die in den Wölkchen selbst eine momentane Vertheilung der Electricität hervorrufen.

Auf diese Art lässt sich die Erscheinung ganz gut erklären; allein noch nicht mit Bestimmtheit ihre Ursache angeben. Die Entstehung der concentrischen Kreise lässt sich auf die beim Ausfliessen aus dem Papiertrichter entstehenden Rauchwellen zurückführen, deren Cohäsion fortzubestehen scheint, obgleich sie in kleiner Entfernung von dem Trichter ineinanderfliessen. Es lassen sich nämlich die einzelnen Rauchwellen von einander loslösen und in diesem Zustande weiter treiben, wenn man die geladene Flasche dem Papiertrichter vorsichtig näherrückt.

Die schwieriger, als die concentrischen Kreise, zu beobachtenden radialen Spaltungen haben wahrscheinlich ihren Grund nur in der regelmässigen Anordnung der Wölkchen, die etwas später polar ineinanderfliessen.

Die Figuren können längere Zeit erhalten werden, wenn man die Leydner Flasche der Rauchfläche langsam nähert; sie verwaschen sich dabei aber immer mehr; wohl weil der einmal gebrauchte Rauch zur Bildung der Wölkchen nicht mehr gut geeignet ist; denn obwohl hier und da auf der Rauchfläche kleinere Gruppen von Wölkchen auch späterhin entstehen, so sind sie nicht mehr vollkommen, und zeigen weder ringförmige noch radiale Spaltungen.

Die zweite Erscheinung ist, dass, wenn wir die nun etwas geschwächte Flasche der Rauchfläche näher rücken, die Wölkchen, bei einer gewissen Grenze, statt der rundlichen und elliptischen Formen, ein gekräuseltes Aussehen annehmen (wie etwa die stark zerstöberte Wolle der Hutmacher). Es heben sich die einzelnen Wölkchen wirbelnd, aber ziemlich langsam in die Höhe, fallen aber meistens bald wieder in sich selbst zurück.

Auch kann man in der Rauchschicht beide Erscheinungen zu gleicher Zeit wahrnehmen, wobei aber die zweite weniger hervortritt.

Die gekräuselten Wölkchen lassen sich etwas längere Zeit erhalten, namentlich wenn sie hinlänglich nahe dem Rande der Rauchschicht auftreten, wobei zugleich auch Spuren von radialen Spaltungen bemerkbar sind. Ich halte sie für eine Folge der electrischen Influenz.

Bringen wir endlich die schon sehr geschwächte Flasche ganz in die Nähe der Rauchschicht, so dass ein kleiner Funke auf den Tisch überschlagen kann, so wird die ganze Rauchschicht in Form einer concaven Kreisfläche schnell auseinandergetrieben. Vor diesem letzten Stadium verschwindet indess gewöhnlich der Rauch auf dem Tische, indem die kleinen Kohlentheilchen desselben an dem Tisch adhäriren und sich von demselben nicht mehr loslösen können.

Eine dritte Erscheinung erhält sich, wenn sie einmal auftritt, bis zum letzten Augenblicke des Experimentes. Es zeigen sich nämlich auf der Rauchschicht sich schlängelnde und scharf begrenzte Furchen, die schattenartig in der Rauchschicht herumschwimmen und den Bewegungen der Leydner Flasche überall nachfolgen.

Anfangs treten nur wenige Furchen, manchmal nur eine einzige auf, später mehren sie sich so sehr, dass sie in der Rauchschicht vollständige Unordnung herbeiführen.

Diese Erscheinung scheint darauf hinzudeuten, dass sich an den Kopf der Leydner Flasche kleine Staubkörnchen ansetzen, von denen, wie von Spitzen, der electrische Wind in unendlich feinen kegelartigen Strahlen (Bündeln) ausströmt, die an ihrer Oberfläche sehr glatt und ungemein zart sein müssen, da die Ränder der durch sie erzeugten Furchen scharf abgeschnitten erscheinen, eine Furche sich oft nur bis in die Hälfte der ohnehin nicht dicken Rauchschicht senkt und in ihr die Wölkchen der ersten Erscheinung auftreten und sie ausfüllen. Wenn wir beim Entstehen der Furchen die Leydner Flasche ganz ruhig halten, so erscheinen nur schattige, grössere und kleinere Punkte in der Rauch-

schicht, die dauernd ihre Stellen behalten, selbst wenn die Rauchwellen aus dem Papiertrichter schneller ausströmen. Bewegt man aber die Leydner Flasche und treten nur zwei oder drei kegelartige Strahlen nebeneinander auf, so schlängeln sie sich parallel nebeneinander. Die Umrisse der Furchen bleiben mehrere Secunden hindurch sichtbar, namentlich auf dem Rande der Rauchfläche, wo diese weniger beweglich ist. Sie sind, wenn sie einmal auftreten, um so breiter, je weiter die Leydner Flasche von der Rauchfläche entfernt ist.

Gute Leiter und Glastafeln unter der Rauchschicht scheinen auf alle diese Erscheinungen keinen Einfluss auszuüben.

Ist die Leydner Flasche mit negativer Electricität geladen, so treten ganz dieselben Erscheinungen auf, nur muss die Flasche viel näher an die Rauchschicht gebracht werden.

Alle diese Erscheinungen scheinen den Beweis liefern zu können, dass die am Himmel sichtbaren Schäfchenwolken den Grund ihrer Bildung in den mit Electricität geschwängerten Luftströmen haben. Mögen dieselben positiv oder negativ electrisch sein, so werden sie gewiss auf die gefrorenen Wasserdämpfe der atmosphärischen Luft selbst in grosser Höhe über denselben mittheilend oder auch influenzirend wirken. Die verdünnte Luft muss die Fernwirkung der Electricität im hohen Maasse begünstigen, und es können demnach in letzterem Falle die Schäfchenwolken an dem Orte ihrer Entstehung längere Zeit ruhig verweilen.

Zum Abschluss dieser Versuche dürfte noch längere Zeit erforderlich sein, weshalb ich sie schon jetzt in ihrem ersten Stadium veröffentliche.

Arad, den 3. Februar 1877.

IX. *Apparat zur Bestimmung der Brennweite sphärischer Linsen und Linsensysteme; von Dr. Meyerstein in Göttingen.*

Es ist längst meine Absicht gewesen, den von mir construirten Apparat zur Bestimmung der Haupt- und Brennpunkte sphärischer Linsen und Linsensysteme zu beschreiben, zu dessen Construction ich durch Gauss' „dioptrische Untersuchungen" angeregt war, allein meine vielen Arbeiten nahmen mich fortwährend in Anspruch, so dass ich schliesslich nicht mehr daran gedacht hatte und erst durch Hrn. Dr. Hoppe wieder daran erinnert wurde. — Ich gebrauche meinen Apparat seit dem Jahre 1844 und nur durch einen Zufall erhielt Hr. Dr. Hoppe Kenntniss von demselben, nachdem er seinen Aufsatz schon längst Hrn. Prof. Poggendorff eingesandt hatte.

Da ich bei der Construction meines Apparates vorzüglich darauf bedacht war, Linsen von ausserordentlich kleinen Brennweiten mit grosser Schärfe messen zu können, so genügten mir die Beobachtungen mit blossem Auge nicht.

Ich betrachte das Bild, welches von einer entfernten Scala durch die zu messende Linse entsteht, mit einem Mikroskope und messe seine Grösse mit demselben. Dasselbe Verfahren wende ich auch bei Linsen von grossen Brennweiten an. Durch diese Methode bin ich genöthigt, eine andere Formel für die Berechnung der Brennweite zu gebrauchen, als die, welche aus der theoretischen Entwickelung des Hrn. Dr. Hoppe für seinen Apparat hervorgeht. Bezeichnet man nämlich die Grösse des durch die Linse entstandenen Bildes der Scala mit B und den Werth des Mikrometer-Mikroskops für ein Millimeter, in Theilen des Schraubenkopfes des Mikroskops ausgedrückt, mit A, so ist $\frac{A}{B}$ die Vergrösserungszahl, welche ich in

meiner Formel mit n bezeichne, und ich erhalte demnach für die Brennweite:

$$F = \frac{a+b-c}{n-\frac{1}{n}}.$$

In dieser Formel bedeutet:

a den Abstand der Linse von der Scala, b den Abstand der Linse von der Scala, nachdem die Linse um 180°, mittelst einer verticalen Axe, gedreht ist. Bei der Bestimmung von a und b ist die Voraussetzung gemacht, dass das Bild der Scala sowohl in der Stellung bei a, als auch bei b ein mit dem Mikroskop vollkommen scharf messbares ist.

c bezeichnet den Abstand eines Objectes von der Scala, welches zwischen der Scala und dem Mikroskope sich befindet und mit dem Mikroskope scharf sichtbar ist.

Die Grössen c und A sind für einen und denselben Apparat constant.

Die Einrichtung meines Apparates ist folgende:

Auf dem mit einem schweren Fusse versehenen Cylinder S, Fig. 1b Taf. II lässt sich eine cylindrische Röhre R, deren Länge etwas mehr als ein Meter beträgt, auf- und abschieben. Am Ende dieser Röhre befindet sich eine Scala von Elfenbein s' Fig. 1, a, b, c), welche sich ebenfalls höher und tiefer stellen lässt. Die Röhre ist in einzelne Millimeter getheilt, der Nullpunkt der Theilung liegt mit der eingetheilten Fläche der Elfenbein-Scala in einer Verticalebene.

Um eine Durchbiegung der Röhre R zu vermeiden, ist dieselbe durch den Stab T unterstützt. Auf der Röhre R lässt sich der kleine Apparat zur Aufnahme der zu messenden Linsen oder Linsensysteme verschieben. Dieser Apparat besteht aus einer gekreuzten Platte aaa' (Fig. 1a u. b), in welcher zwei einander gegenüberliegende Schlitze zur Führung der verticalen Ständer bb sich befinden. Ein jeder dieser Ständer bb ist in verticaler Richtung mit einer Nuth versehen, zwischen welchen die zu messende

Linse L durch das Zusammenschieben der Ständer nicht nur festgehalten wird, sondern so geschoben werden kann, dass ihr Mittelpunkt in einer durch die Axe des Mikroskops gedachten Verticalèbene liegt; die richtige Höhe der Linse, um sie in die Axe des Mikroskops zu bringen, wird durch Verschiebung der Röhre R auf dem Cylinder S erreicht. — Die Platte aaa' ist nach unten mit einem Zapfen z versehen, welcher in eine auf H befestigte Hülse e eingepasst ist und in derselben sich drehen lässt. An e ist ein Arm cc befestigt. An einem jeden Ende desselben befindet sich eine Correctionsschraube, gegen welche, an der einen oder anderen Seite, der mit d bezeichnete Vorsprung, welcher an a' sitzt, sich anlegt; dadurch ist man im Stande, dem Stücke aaa' eine Drehung von genau 180° zu geben.

Das zur Messung dienende Mikrometer-Mikroskop M lässt sich, wie aus Fig. 1, b ersichtlich ist, mit der Röhre R parallel stellen. — Nachdem nun der Werth des Mikroskopes für ein Millimeter bestimmt ist, bringt man ein weisses Blättchen Papier, auf welchem auf beiden Seiten ein feines Kreuz gezeichnet ist, zwischen die Ständer bb und verschiebt H so lange, bis man im Mikroskope ein scharfes Bild des Kreuzes erhält. In dieser Stellung liest man die Theilung auf R ab, welche der Index an H angibt. Der Index fällt mit der Axe des verticalen Zapfens z nahezu zusammen. Nun dreht man aaa' um 180°, bringt das Kreuz wieder zum deutlichen Sehen im Mikroskope und liest die Theilung auf R wieder ab. Das Mittel aus diesen beiden Ablesungen ist der Werth, den ich in meiner Formel mit c bezeichnet habe. — Soll nun die Brennweite einer Linse bestimmt werden, so bringt man dieselbe zwischen die Ständer bb und bewegt H so lange vor oder zurück, bis man ein scharfes messbares Bild von der Eintheilung der Scala s erhält. Nachdem man in dieser Stellung den Stand von H abgelesen hat, welcher in der Formel mit a bezeichnet ist, wird das Bild der Scala (A) mit dem Mikroskope gemessen und in Trom-

meltheilen des Mikroskopes ausgedrückt, alsdann wird b durch Umdrehung der Axe z und durch Verschieben auf R bestimmt. Die Anstellung einer Messung erfordert nur wenige Minuten, wenn die Constanten B und c bestimmt sind. — Will man ein Linsensystem für Mikroskope, oder Oculare messen, so sind diese mit ihren Fassungen auf das Kreuz $a\,a\,a'$ zu legen und werden dann durch das Zusammenschieben der Ständer $b\,b$ festgehalten, wobei selbstverständlich darauf zu achten ist, dass die Fassungen derselben parallel mit der Röhre R und dem Mikroskope M liegen.

Von den vielen Messungen, welche ich seit Jahren mit diesem Apparate ausgeführt habe, will ich, um die Uebereinstimmung der Messung mit der Rechnung zu zeigen, nur die eines Ramsden'schen Oculars anführen, welche ich in der jüngsten Zeit vorgenommen habe. Nachdem ich den Werth von $c = 980$ von $A = 480^p$ für 1 Mm. bestimmt hatte, fand ich für die Augenlinse:

$$a = 959.5$$
$$b = 942.5$$
$$B = 14.6 \text{ also } \frac{A}{B} = 32.1.$$

Es ist demnach:

$$F = \frac{959.5 + 942.5 - 980}{32.1 - \frac{1}{32.1}} = 28.7 \text{ Mm.}$$

Für die zweite Linse des Oculars, in derselben Weise gemessen, ist $F' = 37.2$ Mm.

Der Abstand der inneren Hauptpunkte beider Linsen beträgt 13 Mm. Berechnet man nun die dem Oculare zugehörige äquivalente Linse, so ergibt sich für $F'' = 20.2$.

Nun habe ich das zusammengesetzte Ocular wie oben gemessen und fand für:

$$a = 958.0$$
$$b = 963.0$$
$$B = 10.2 \text{ also } n = 47.0.$$

Es ist also: $F'' = 20.0.$

Um Objective von grossen Brennweiten nach demselben Princip messen zu können, benutze ich denselben Apparat, entferne nur die Elfenbein-Scala von demselben und befestige eine solche in einer den zu messenden Objectiven entsprechenden Entfernung an der Wand, messe aber diesen Abstand genau bis zu dem Nullpunkte der Röhre *R*.

Schliesslich bemerke ich noch, dass Hr. Dr. Matern in Hamburg mir eine von der meinigen ganz verschiedene Methode zur Bestimmung der Brennweiten kleiner Linsen mitgetheilt hat. Die von Hrn. Dr. Matern erhaltenen Resultate stimmen mit meinen Messungen gut überein und ich hoffe, dass derselbe seine Methode selbst veröffentlichen wird.

Göttingen, im März 1877.

X. *Erklärung von G. Helm.*

Hr. Dorn hat jüngst (Pogg. Ann. CLX, p. 56) eine Untersuchung veröffentlicht, in welcher gegen die von mir (Pogg. Ann. CLVII, p. 645) gegebene Erklärung einiger von Hrn. Edlund beobachteten Erscheinungen Bedenken erhoben werden, die mich veranlassen, einen Hauptpunkt meiner a. a. O. nur kurz mitgetheilten Erklärung deutlich hervorzuheben. Wenn ein Theil des Leiters in der Richtung des Stromes beweglich ist, fordert der stationäre Zustand, dass überall durch einen unbeweglich (räumlich fest) gedachten Querschnitt dieselbe Electricitätsmenge J in der Zeiteinheit gehe. Die von mir mit C bezeichnete Grösse bedeutet nun die Geschwindigkeit der Electricität im Leiter, d. h. in Bezug auf einen mit der ponderabeln Masse fest verbundenen Querschnitt. J ist daher gleichzeitig von C und c (der Geschwindigkeit des Leiters) abhängig. Will man in der von mir angegebenen Formel C durch eine Stromstärke ersetzen, wie es Hr. Dorn

thut, so muss man diejenige Stromstärke J_o einführen, die vorhanden sein würde, wenn der Leiter durchgängig ruhte, und hat zu substituiren:

$$C = \frac{J_o}{\delta q}, \text{ nicht wie Hr. Dorn } C = \gamma \frac{J}{q} = \frac{J}{\delta q}$$

(δ Dichtigkeit des electrischen Fluidums).

Dass übrigens aus der von mir angegebenen Ursache sich eine Aenderung der Stromstärke bei Bewegung des Leiters ergeben muss, ist, auch wenn sich die Edlund'schen Beobachtungen auf Diaphragmenströme zurückführen lassen, nach den Rowland'schen Versuchen über electrische Convection (Pogg. Ann. CLVIII, p. 487) kaum zweifelhaft, und es ist nur bei neuen Versuchen über den Gegenstand dafür zu sorgen (etwa durch Ersetzen des flüssigen durch einen festen beweglichen Leiter), dass die Convectionserscheinung nicht durch den Diaphragmenstrom verdeckt werde.

XI. *Blitzableiter im Alterthum; von Dr. Munk.*

Talmud, Tosefta Sabbath VII, Ende, findet sich eine Stelle folgenden Inhalts: „Wer ein Eisen stellt zwischen Geflügel, übertritt das Verbot der Nachahmung heidnischer Sitten; zum Schutze vor Blitz und Donner ist dies jedoch zu thun erlaubt.“ Es ergibt sich hieraus, dass man in dem 4. bis 5. Jahrhundert n. Chr. den Einfluss des Blitzes auf Metalle, ja eine ähnliche Einrichtung wie die der Franklinschen Blitzableiter gekannt hat.[1])

Provinzial-Rabbinat zu Marburg, 4. Mai 1877.

1) Auch die Aegypter scheinen sich schon der hohen, an ihren Spitzen mit Kupfer beschlagenen, resp. vergoldeten Mastbäume neben den Pylonenflügeln oder am Propylon der Tempel als Blitzableiter bedient zu haben, „im Abwehren des Unwetters, dieses, des Himmels“, oder „um zu brechen das aus der Höhe kommende Unwetter“. Vgl. Dümichen, Baugeschichte des Denderatempels p. 13. Strassburg 1877. Die Red.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1877. ANNALEN № 7.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND I.

I. *Die Polarisation des gebeugten Lichtes; von Dr. J. Fröhlich in Budapest.*

(Vorgelegt der K. Ung. Akademie am 4. November 1876.)

Die Aenderung der Polarisation des Lichtes durch Diffraction wurde zuerst von Stokes[1]) untersucht. Derselbe entwickelte in seiner sogenannten mechanischen Theorie der Diffraction, welche er aus den allgemeinen Elasticitätsgleichungen ableitete, die Richtungsänderungen, welche das geradlinig polarisirte Licht infolge der Diffraction erleidet.

Er fand den Zusammenhang zwischen der Richtung des gebeugten Lichtes und dessen Polarisations-Azimuth durch folgende Formel ausgedrückt:

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\psi \cos\delta,$$

wobei ψ der Winkel zwischen der Normale der Diffractionsebene (Einfallsebene) und der Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes, φ derjenige zwischen der erwähnten Normale und der Schwingungsrichtung des gebeugten Lichtes, und δ der Diffractionswinkel (gebildet durch die Wellennormale des einfallenden und die Wellennormale des gebeugten Strahles) ist. Dabei ist vorausgesetzt, dass die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Welle mit der Normale der beugenden Fläche (z. B. der Gitterebene) zusammenfällt.

Stokes beabsichtigte, durch Verificirung dieser theoretischen Folgerung die für die gesammte Optik so wichtige Frage zu entscheiden, ob die Schwingungsrichtung

1) Cambridge Transactions IX. p. 1.

des geradlinig polarisirten Lichtes parallel oder senkrecht zu dessen Polarisationsebene sei.

Seine Versuche, welche er mit senkrecht einfallendem, geradlinig polarisirtem und nach dem Durchgange durch ein Glasgitter gebeugtem Lichte ausführte, ergaben im allgemeinen unregelmässige Resultate; doch schienen dieselben im ganzen Fresnel's Hypothese zu bestätigen, wonach das Licht zur Polarisationsebene senkrecht schwingt.

Holtzmann[1]) wiederholte diese Versuche mit einem Schwerd'schen Russgitter und zerlegte das einfallende Licht durch ein doppeltbrechendes Prisma in zwei zu einander senkrecht polarisirte Bündel. Aus seinen Messungen glaubte er den der Fresnel'schen Hypothese entgegengesetzten Schluss ziehen zu müssen.

Um die divergirenden Beobachtungen dieser beiden Experimentatoren zu vereinigen und von einem gemeinschaftlichen Gesichtspunkte aus erklären zu können, entwickelte F. Eisenlohr[2]) eine neue, allgemeine Theorie, in welcher die Reflexion, die Brechung und die Diffraction des Lichtes im Zusammenhange betrachtet werden, erstere sowohl für durchsichtige Körper als auch für Metalle; letztere für ein Gitter.

Infolge dieser Theorie haben die Longitudinalschwingungen auf die Lichterscheinungen sehr wesentlichen Einfluss; mit Hülfe derselben gelangt Eisenlohr zu einer Formel, welche die Holtzmann'schen Beobachtungen mit erträglicher Genauigkeit darstellt. Daraus folgert er nun, dass die Schwingungen senkrecht gegen die Polarisationsebene erfolgen.

Man darf jedoch nicht ausser Acht lassen, dass Holtzmann im ganzen nur fünf Beobachtungsdaten geliefert hat; eines derselben wurde zur Bestimmung der Constante in der Eisenlohr'schen Formel verwendet; eine Beobachtung weicht von dem theoretischen Werthe bedeutend ab,

1) Pogg. Ann. XCIX. p. 446.
2) Pogg. Ann. CIV. p. 337.

und nur die übrigen drei Daten stimmen leidlich. Bemerkt man ferner, dass sämmtliche Daten sich innerhalb eines verhältnissmässig engen Intervalles befinden, so ist klar, dass die vermeintliche Verificirung der Eisenlohr'schen Theorie eine noch durchaus ungenügende ist.

Beobachtungen über die Polarisation des gebeugten Lichtes stellte auch Lorenz[1]) an, um damit zugleich auch die Richtigkeit seiner sehr eigenthümlichen Lichttheorie zu beweisen. Seine Beobachtungen sind jedoch trotz der angewandten Sorgfalt so wenig genau, dass sie eben nur die Stokes'schen Resultate bestätigen.

Die genaueste und zuverlässigste Beobachtungsreihe ist jedenfalls die von Mascart[2]), welcher das einfallende Licht ebenfalls durch ein doppeltbrechendes Prisma in zwei senkrecht zueinander polarisirte Componenten zerlegte und deren Intensitätsverhältnisse im gebeugten Lichte maass. Er verfolgte das gebeugte Licht bis zu einem Diffractionswinkel von nahezu 70^0 und fand dabei fast genau das sogen. Stokes'sche Cosinusgesetz (die zu Anfang erwähnte Formel) bestätigt, soweit dies nämlich die Beobachtungsfehler zuliessen.

Alle diese Beobachtungen wurden mit senkrecht zur beugenden Gitterebene einfallendem Lichte, resp. dem durch das Gitter gedrungenen, durchgehenden Lichte angestellt; alle führten zu dem Schlusse, dass das geradlinig polarisirte Licht senkrecht zu seiner Polarisationsebene schwinge.

Einen schwierigen Punkt bieten jedoch noch immer Holtzmann's Beobachtungen; doch ist es sehr wahrscheinlich, dass in diesem Falle die die Ränder der Gitterstreifen bildenden Russtheilchen auf die Bewegung des durchgehenden Lichtes von wesentlichem Einfluss sind.

Die vorliegende Arbeit hatte den Zweck, die Polarisation des Lichtes durch Diffraction möglichst allgemein zu untersuchen.

1) Pogg. Ann. CXI. p. 315.
2) C. R. LXIII. p. 1005.

Es wurde daher das auffallende Licht unter verschiedenen Einfallswinkeln zur Gitterebene geleitet und dabei nicht nur das durchgegangene, sondern (im Verlaufe dieser Versuche überwiegend) auch das reflectirte gebeugte Licht untersucht. In Bezug auf das letztere habe ich nirgends Messungen gefunden, so dass es der Aufmerksamkeit der Beobachter entgangen zu sein scheint, oder dass dieselben es nicht einer näheren Untersuchung für werth gehalten haben.

Die Beobachtung des reflectirten gebeugten Lichtes dürfte jedenfalls schon deshalb vortheilhaft erscheinen, weil dasselbe nur eine einmalige Reflexion, und dann die Diffraction erleidet, während das durchgehende Licht zweimal reflectirt und einmal gebrochen wird, was die Reinheit der ursprünglichen Erscheinung unbedingt beeinträchtigt.

Die Untersuchung geschah mit zwei Glasgittern, deren Linien mit Diamant eingeritzt waren, und deren resp. Abstände von einander 0.0506 Mm. und 0.00617 Mm. betrugen. (Diese Gitter hatte Prof. Dr. A. Jedlik selbst mit Hülfe einer von ihm construirten Theilmaschine verfertigt.)

Zur Ausführung der Beobachtungen wurden folgende Anordnungen getroffen:

In ein dunkles Zimmer wurde mittelst eines Heliostaten ein Bündel nahezu paralleler Sonnenstrahlen geleitet. Ein passend angebrachtes Diaphragma gestattete nur dem mittleren Theil dieses Bündels den Durchgang. Die Strahlen fielen auf ein mit einem Theilkreise versehenes Nicol'sches Prisma, welches vor dem Spalte der Collimatorröhre eines Goniometers mit horizontalem Theilkreise befestigt war. Die Breite des Spaltes konnte geändert werden, und befand sich derselbe im Hauptbrennpunkte der Collimatorlinse. In der Mitte des horizontalen Kreises des Goniometers war das betreffende Gitter senkrecht zur Ebene desselben aufgestellt. Das von diesem Gitter reflectirte oder durch dasselbe hindurchgehende gebeugte Licht wurde durch das Objectiv des Beobachtungsfern-

rohres gesammelt und durch ein Nicol, welches sich vor dem Oculare dieses Fernrohres befand, analysirt.

Hierdurch konnte das einfallende natürliche Sonnenlicht durch das erste Nicol in beliebiger Richtung geradlinig polarisirt werden; dann passirte das Licht den Spalt und fiel durch die Collimatorlinse als paralleles Strahlenbündel auf das Gitter.

Die Richtung des gebeugten Lichtes bestimmte die Lage des Beobachtungsfernrohres; die Polarisationsebene desselben wurde gemessen, indem das zweite Nicol so lange gedreht wurde, bis das Licht am meisten ausgelöscht erschien.

In der Mitte des Collimatorspaltes war ein feiner horizontaler Faden ausgespannt, welcher sowohl zur richtigen Einstellung des Beobachtungsfernrohres, als auch dazu diente, um die reflectirenden Flächen der Gitter senkrecht zum horizontalen Theilkreis zu stellen. Der Nullpunkt dieses horizontalen Kreises bestimmte sich, indem das Beobachtungsfernrohr der Collimatorröhre gegenübergestellt wurde, so dass ihre Axen zusammenfielen, was daran zu erkennen war, dass der Faden des Collimatorspaltes genau zusammenfiel mit dem Mittelpunkte des Fadenkreuzes des Beobachtungsfernrohres. (Dabei war der Spalt sehr enge gemacht.)

Zuvörderst waren die Grundstellungen der Nicols zu bestimmen. Es wurde daher zuerst das zweite (vor dem Ocular des Beobachtungsfernrohres befindliche) Nicol entfernt, und das Licht fiel unter dem Polarisationswinkel einer Glasplatte auf dieselbe; das erste Nicol wurde nun so lange gedreht, bis die reflectirte Componente vollkommen ausgelöscht wurde. Diese Lage entsprach dem Nullpunkte des ersten Nicols.

Nun wurde das zweite Nicol an seinen Ort gesetzt und das erste Nicol entfernt, während der Einfallswinkel des Lichtes immer derselbe blieb; dann ergab sich der Nullpunkt des zweiten Nicols, indem Letzteres so lange

gedreht wurde, bis die reflectirte Componente wieder ausgelöscht war.

Zur Controlirung der Richtigkeit dieser Nullpunkte wurde das erste Nicol wieder vor den Spalt gesetzt und demselben ein beliebiges Azimuth gegeben, während das zweite Nicol auf den Nullpunkt eingestellt war und auch in dieser Lage verblieb. Wenn nun, während das erste Nicol beliebige Azimuthe annahm, die reflectirte Componente trotzdem immer vollkommen ausgelöscht blieb, so zeigte dies an, dass der Nullpunkt des zweiten Nicols richtig war, und das Licht thatsächlich unter dem Polarisationswinkel der reflectirenden Fläche einfiel.

Schliesslich wurde das erste Nicol auf seinen Nullpunkt eingestellt und das zweite Nicol 90° von seiner Grundstellung gedreht; dann wurde die reflectirende Glasplatte entfernt und das Beobachtungsfernrohr auf den Nullpunkt des horizontalen Theilkreises gestellt, so dass dessen Axe mit derjenigen der Collimatorröhre genau zusammenfiel. Standen nun die Polarisationsebenen der beiden Nicols senkrecht zu einander und war das durchgehende Licht vollständig ausgelöscht, so waren auch die Nullpunkte der beiden Nicols richtig bestimmt.

Nach diesen vorbereitenden Bestimmungen, welche (besonders für die Grundstellungen der beiden Nicols) im Verlaufe der Untersuchung öfter wiederholt wurden, begannen die eigentlichen Beobachtungen.

Das einfallende Licht fiel immer auf die geritzte Fläche des Gitters, nur in einzelnen, besonders zu erwähnenden Ausnahmefällen war dies nicht der Fall.

Wie schon bemerkt, richtete diese Untersuchung ihr Hauptaugenmerk auf die Polarisation des reflectirten gebeugten Lichtes.

Trotzdem die geritzte Fläche dem einfallenden Lichte zugewendet war, wurde dasselbe doch auch von der hinteren Fläche des Gitters reflectirt, so dass im reflectirten Lichte zwei verschiedene Systeme von Spectren auftraten, die sich gegenseitig theilweise bedeckten. Glücklicherweise

jedoch waren die resp. Begrenzungsflächen der beiden benutzten Gitter nicht genau parallel zu einander, so dass das von der hinteren Fläche reflectirte Licht von dem von der vorderen (geritzten) Fläche reflectirten Lichte dadurch unterschieden werden konnte, dass das von der vorderen und von der hinteren Fläche des Gitters reflectirte Bild des Collimatorspaltes und des in dessen Mitte horizontal ausgespannten Fadens verschiedene Orte einnahmen, welche mittelst des Beobachtungsfernrohres sehr genau erkannt und bestimmt werden konnten. Dieser Faden war auch im gebeugten Lichte als horizontaler, durch das ganze Gesichtsfeld gehender schwarzer Streifen erkennbar, und da nun zwei Flächen das Licht reflectirten, so hatte auch, dem Obigen zufolge, der erwähnte schwarze Streifen in den zugehörigen beiden Spectrensystemen verschiedene Höhen (gerechnet vom Mittelpunkte des Fadenkreuzes des Beobachtungsfernrohres), und konnten also diese beiden Lichtarten strenge erkannt und unterschieden werden.

Natürlich wurden die Beobachtungen an dem von der geritzten Fläche reflectirten Lichte ausgeführt.

Bei allen hier aufgeführten Beobachtungsreihen war das einfallende Licht 45^0 zur Einfalls-(Diffractions-)Ebene polarisirt, und wurde dasselbe in Intervallen von 5^0 zu 5^0 unter den Einfallswinkeln von 85^0—25^0 zur geritzten Fläche des Gitters geleitet.

In Bezug auf das engere Gitter (0,00617 Mm.) wurden die den Linien *B*, *D*, *E*, *F*, *G* zugehörigen Lichtgattungen der reflectirten Spectren untersucht, indem das zweite Nicol so lange gedreht wurde, bis diese Lichtgattungen gänzlich ausgelöscht waren. Dieser Umstand trat fast immer ein; nur in wenigen Fällen veschwand das gebeugte Licht nicht vollständig, zum Zeichen, dass eine, wenn auch sehr geringe elliptische Polarisation vorhanden war. Um auf die erwähnten Linien genauer einstellen zu können, wurde der Collimatorspalt gehörig verengert und nach dem Einstellen wieder gehörig verbreitert, damit das

einfallende, und daher auch das gebeugte Licht grössere Intensität besitze und die Lage der Polarisationsebene leichter zu bestimmen sei.

Bei diesem Gitter konnte bei keinem der Einfallswinkel das gebeugte Licht weiter als bis zum zweiten Spectrum inclusive verfolgt werden: theils wegen der geringen Intensität des unter grossem Diffractionswinkel gebeugten Lichtes, theils weil nach dem zweiten Spectrum nicht mehr reine, getrennte Lichtgattungen folgten, sondern vielmehr eine Uebereinanderlagerung der Spectren stattfand.

Jedes Polarisations-Azimuth wurde durch zehn Ablesungen bestimmt.

Nachdem die beschriebene Beobachtungsreihe für dieses Gitter vollendet war, wurden sämmtliche Theile des Goniometers, sowie auch die beiden Nicols mit ihren Theilkreisen, auseinander genommen und dann das ganze Instrument von neuem zusammengestellt und alle Grundstellungen desselben neu bestimmt. Nun wurde mit demselben Gitter genau dieselbe Beobachtungsreihe wiederholt, um dadurch sowohl die etwaigen Fehler in der Bestimmung der Grundstellungen ersichtlich zu machen, als auch um, wenigstens annähernd, ein Maass für die Genauigkeit der Beobachtungen zu gewinnen.

Es stellte sich heraus, dass die Fehler der Grundstellungen ausserordentlich klein waren; ihr Mittelwerth überstieg nicht 2′, während die Beobachtungsdaten, d. i. die Polarisations-Azimuthe nur in den allerseltensten Fällen (thatsächlich nur zweimal) um einen Grad differirten, und zwar nur dann, als die Intensität des gebeugten Lichtes ausserordentlich gering war; ihr mittlerer Unterschied betrug weniger als einen halben Grad.

Beachtet man die in der Natur der Erscheinung liegende Schwierigkeit der Beobachtung und besonders die schnelle Abnahme der Intensität des gebeugten Lichtes mit zunehmendem Diffractionswinkel, so zeigen die beiden Beobachtungsreihen vollkommen genügende Uebereinstimmung.

Die Daten der beiden Beobachtungsreihen wurden zusammengezogen und geordnet, so dass jedes hier mitgetheilte Polarisations - Azimuth den Mittelwerth von zwanzig Ablesungen repräsentirt.

Mit dem anderen Gitter, dessen Intervalle 0,0506 Mm. betrugen, wurden ebenfalls zwei, den obigen entsprechende Beobachtungsreihen durchgeführt; doch konnten hier nicht die den einzelnen Fraunhofer'schen Linien entsprechenden Lichtgattungen untersucht werden, weil die einzelnen Spectren viel schmaler waren, und diese Linien sehr nahe an einander fielen. Es wurde hier vielmehr gebeugtes Licht untersucht, sobald es die gehörige Intensität dazu hatte, ganz ohne Rücksicht darauf, ob dasselbe einer reinen Lichtgattung angehörte oder aus der Uebereinanderlagerung mehrerer Spectren entstanden war, ob dasselbe von Spectren erster oder zweiter Klasse herrührte. Daher begann hier die Beobachtung des gebeugten Lichtes bei dem möglichst kleinen Diffractionswinkel und wurde dann bei regelmässig wachsendem Winkel fortgesetzt; infolge dessen war fast sämmtliches beobachtete Licht aus verschiedenen Lichtgattungen verschiedener Spectrenklassen zusammengesetzt. Die in den Tabellen enthaltenen Werthe der Polarisations-Azimuthe entstanden ebenfalls aus der Vereinigung der beiden Beobachtungsreihen.

In den beigefügten Tabellen[1]) bedeutet d den Winkel zwischen der Wellennormale des einfallenden Lichtes und der Wellennormale des gebeugten Lichtes; δ den Winkel zwischen der Richtung des mittleren weissen Streifens

1) Im Folgenden sind nur einige der aus Zusammenstellung der Beobachtungsdaten entstandenen Tabellen mitgetheilt; sämmtliche Tafeln würden einen viel zu grossen Raum einnehmen.

Aus demselben Grunde unterbleiben auch die aus der graphischen Darstellung der Beobachtungen hervorgegangenen Zeichnungen; im Gebrauchsfalle wird man sich dieselben immer sehr leicht anfertigen können und man wird finden, dass die aus denselben folgenden, im Texte erwähnten Consequenzen sich unmittelbar ergeben.

Engeres Gitter (0.00617 Mm.)

$i = 85^0$ $\psi = 45^0$			
d	δ	φ	$\varphi_0 - \varphi$
10° —′	0° —′	+39.61°	0.00°
27 6	17 6	28.32	+11.29
28 26	18 26	27.45	12.16
29 22	19 22	26.49	13.12
30 45	20 45	25.61	14.00
32 10	22 10	24.67	14.94
36 6	26 6	21.39	18.22
38 —	28 —	19.01	20.60
39 23	29 23	17.69	21.92
41 24	31 24	16.04	23.57
43 13	33 13	+15.01	+24.60

$i = 55^0$ $\psi = 45^0$			
d	δ	φ	$\varphi_0 - \varphi$
43° 6′	26° 54′	+16.07°	−17.50°
47 6	22 54	13.33	14.26
51 7	18 53	11.44	12.37
57 10	12 50	7.73	8.64
58 54	11 6	7.00	7.93
60 5	9 55	6.31	7.24
61 4	8 56	5.35	6.28
62 8	7 52	+4.88	−5.81
70 —	0 —	−0.93	0.00
76 28	6 28	7.93	+7.00
77 15	7 15	8.18	7.25
77 48	7 48	8.23	7.30
78 41	8 41	8.75	7.82
79 33	9 33	9.27	8.34
82 12	12 12	11.96	11.03
83 37	13 37	12.91	11.98
84 36	14 36	14.01	13.08
86 7	16 7	15.21	14.28
87 45	17 45	−16.33	+15.40

$i = 25^0$ $\psi = 45^0$			
d	δ	φ	$\varphi_0 - \varphi$
115° 32′	14° 28′	−32.20°	−5.10°
117 6	12 54	32.62	4.68
118 33	11 27	33.28	4.02
119 30	10 30	33.95	3.35
120 48	9 12	34.48	2.82
122 52	7 8	35.04	2.26
123 44	6 16	35.12	2.18
124 28	5 32	35.41	1.89
125 —	5 —	35.60	1.70
125 28	4 32	36.14	−1.16
130 —	0 —	37.30	0.00
134 20	4 20	38.72	+1.42
135 —	5 —	39.15	1.85
135 23	5 23	39.17	1.87
135 52	5 52	39.18	1.88
136 28	6 28	39.55	+2.25

Breiteres Gitter (0.0506 Mm.)

$i = 85^0$ $\psi = 45^0$

d	δ	φ	$\varphi_0 - \varphi$
10° —'	0° —'	+39.54°	0.00°
13 3	3 3	37.54	+2.00
14 12	4 12	36.91	2.63
15 16	5 16	36.06	3.48
16 22	6 22	35.38	4.16
17 27	7 27	34.80	4.74
18 43	8 43	34.17	5.37
19 56	9 56	33.48	6.06
21 14	11 14	32.50	7.04
22 46	12 46	31.62	7.92
24 19	14 19	30.74	8.80
25 56	15 56	29.94	9.60
27 29	17 29	28.51	11.03
29 16	19 16	27.15	12.39
31 12	21 12	25.83	13.71
33 23	23 23	23.24	16.30
35 26	25 26	21.60	17.94
37 36	27 36	18.40	21.14
40 —	30 —	+16.37	+23.17

$i = 55^0$ $\psi = 45^0$

d	δ	φ	$\varphi_0 - \varphi$
48° 24'	21° 36'	+13.96°	−15.83°
50 19	19 41	13.02	14.89
52 9	17 51	11.98	13.85
53 54	16 6	10.97	12.84
55 34	14 26	9.73	11.60
57 9	12 51	8.13	10.00
58 39	11 21	6.96	8.83
60 4	9 56	6.05	7.92
61 24	8 36	5.13	7.00
62 39	7 21	3.83	5.70
63 49	6 11	2.92	4.79
64 54	5 6	1.84	3.71
65 57	4 3	+0.86	2.73
67 —	3 —	−0.10	1.77
68 —	2 —	0.85	1.02
69 —	1 —	1.21	−0.66
70 —	0 —	1.87	0.00
71 —	1 —	3.15	+1.28
72 —	2 —	3.78	1.91
73 —	3 —	4.97	3.10
74 —	4 —	5.73	3.86
75 4	5 4	6.49	4.62
76 14	6 14	7.01	5.24
77 29	7 29	7.71	5.94
78 49	8 49	8.49	6.62
80 14	10 14	9.85	7.98
81 44	11 44	11.26	9.39
83 19	13 19	12.69	10.82
84 59	14 59	14.09	12.22
86 44	16 44	15.62	13.75
88 34	18 34	16.84	14.97
90 29	20 29	18.07	16.20
92 29	22 29	−19.91	+18.04

$i = 25^0$ $\psi = 45^0$

d	δ	φ	$\varphi_0 - \varphi$	d	δ	φ	$\varphi_0 - \varphi$
108° 24'	21° 36'	−29.31°	−7.71°	125° 57'	4° 3'	−36.16°	−0.86°
110 11	19 49	29.79	7.23	127 —	3 —	36.48	0.54
112 9	17 51	30.23	6.79	128 —	2 —	36.73	0.29
113 54	16 6	30.95	6.07	129 —	1 —	37.00	−0.02
115 34	14 26	31.57	5.45	130 —	0 —	37.02	0.00
117 9	12 51	32.23	4,79	131 —	1 —	37.60	+0.58
118 39	11 21	32.90	4.12	132 —	2 —	38.23	1.21
120 4	9 56	33.54	3.48	133 —	3 —	38.68	1.66
121 24	8 36	34.43	2.59	134 —	4 —	38.92	1.90
122 39	7 21	35.05	1.97	135 4	5 4	39.10	2.08
123 49	6 11	35.53	1.49	136 14	6 14	−39.63	+2.61
124 54	5 6	35.89	1.13				

Direct reflectirtes Licht.

I. Engeres Gitter (0.00617 Mm.) $\psi = 45^0$				II. Breiteres Gitter (0.0506 Mm.) $\psi = 45^0$			
Einfalls-winkel.	φ_0 beobacht.	φ_0 berechnet.	Differenz	Einfalls-winkel.	φ_0 beobacht.	φ_0 berechnet.	Differenz
85° —'	+39.61°	+39.65°	−0.04°	85° —'	+39.54°	+39.43°	+0.11°
80 —	33.87	34.09	−0.22	80 —	33.76	33.55	+0.21
75 —	28.01	28.12	−0.11	75 —	27.53	27.50	+0.03
70 —	21.74	21.62	+0.12	70 —	20.27	20.80	−0.53
65 —	14.85	14.64	+0.21	65 —	13.45	13.63	−0.18
60 —	+7.20	+6.93	+0.27	60 —	+6.14	+6.00	+0.14
55 —	−0.93	−0.90	−0.03	55 —	−1.87	−1.83	−0.04
50 —	8.13	8.68	+0.55	50 —	9.66	9.50	−0.16
45 —	16.18	16.02	−0.16	45 —	16.88	16.70	−0.18
40 —	22.26	22.62	+0.36	40 —	23.18	23.17	−0.01
35 —	28.62	28.33	−0.29	35 —	28.60	28.73	+0.13
30 —	33.41	33.12	−0.29	30 —	33.28	33.40	+0.12
25 —	−37.30	−37.18	−0.12	25 —	37.02	37.35	+0.33

(d. i. dem direct reflectirten Lichte) und der Richtung des gebeugten Strahls; ψ das Polarisations-Azimuth des einfallenden Lichtes (hier immer 45°), φ das Polarisations-Azimuth des gebeugten Lichtes, $\varphi_0 - \varphi$ die Differenz zwischen dem Polarisations-Azimuth des mittleren weissen Streifens und dem des übrigen, gebeugten Lichtes. Zwischen d und δ besteht natürlich die Gleichung:

$$d = 180^0 - 2i + \delta \qquad \text{oder} \qquad d = 180^0 - 2i - \delta,$$

je nachdem nämlich der gebeugte Strahl auf der einen oder der anderen Seite vom mittleren Streifen liegt; i ist der Einfallswinkel.

Ausserdem wurden für beide Gitter die Polarisations-Azimuthe des unter den einzelnen Einfallswinkeln direct reflectirten Lichtes (entsprechend dem mehrfach erwähnten mittleren Streifen) zusammengestellt, und mit den nach der bekannten Fresnel'schen Formel:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\cos(\alpha + \alpha')}{\cos(\alpha - \alpha')}$$

berechneten Werthen verglichen. Hiebei ist:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} = \operatorname{tg} P,$$

unter P den aus den Beobachtungen erhaltenen Polarisationswinkel verstanden. Die darauf bezüglichen Tabellen zeigen, dass die beobachteten Werthe der Polarisations-Azimuthe von den aus der Fresnel'schen Näherungsformel folgenden theoretischen Werthen nicht mehr und nicht weniger abweichen, als dies bei gewöhnlichen, nicht geritzten Glasoberflächen der Fall ist, so dass es also auf die Lage der Polarisationsebene des reflectirten Lichtes keinen Einfluss hat, ob dieses von einer Fläche von grösserer Ausdehnung oder aber von so engen Flächenelementen reflectirt wird, dass ihre Breite fast dieselbe Grössenordnung wie die Wellenlängen selbst besitzen, vorausgesetzt, dass die Natur der reflectirenden Flächen dieselbe ist.

Schliesslich geschahen auch Beobachtungen an durchgehendem, gebeugtem Lichte; bei senkrechter Incidenz des einfallenden Lichtes entsprach das beobachtete Polarisations-Azimuth des gebeugten Lichtes sehr nahezu dem Stokes'schen Cosinus-Gesetz. Aber die Daten des bei schiefer Incidenz einfallenden, durchgehenden und gebeugten Lichtes zeigten durchaus nicht den gleichmässigen Verlauf, welcher sich bei dem reflectirten Lichte kundgab; ferner war, unter sonst gleichen Umständen, die Abweichung des Polarisations-Azimuthes des gebeugten Strahles von dem Azimuthe des mittleren weissen Streifens bei durchgehendem Licht unvergleichlich geringer als bei dem reflectirten.

Dann wurde z. B. das engere Gitter einem bestimmten, aber sonst beliebigen Einfallswinkel entsprechend aufgestellt, und es wurden die Linien *B*, *D*, *E*, *F*, *G* sowohl in den reflectirten als auch in den durchgelassenen Spectren untersucht: es ergab sich, dass die Lagen dieser Linien in den beiden Spectrensystemen in Bezug auf die Normale der einfallenden Welle genau dieselben waren, aber dass

die Lagen der Polarisationsebenen in beiden Systemen ein durchaus verschiedenes Gesetz befolgten. Man kann daher in Bezug auf die Lage und resp. Intensität der unter dem Einfallswinkel i reflectirten Spectren dieselben betrachten, als ob sie von einem unter demselben Einfallswinkel einfallenden und durchgehendem Lichte herrührten; aber für die Polarisationsverhältnisse ist diese Betrachtung durchaus unzulässig.

Ausserdem sind die Beobachtungen im durchgehenden Lichte nicht ganz rein, da schon durch die Brechung in der Glasplatte sich das Polarisations-Azimuth des durchgehenden Strahles geändert hat.

Infolge der angeführten Gründe unterbleibt hier die Mittheilung der Beobachtungsdaten für das durchgehende gebeugte Licht.

Es erhellt aus den Tabellen, welche nur die Polarisation des reflectirten Lichtes enthalten, dass die Polarisations-Azimuthe des gebeugten Lichtes mit dem Diffractionswinkel in stetigem und regelmässigem Zusammenhange stehen; dass die Lage der Polarisationsebene nur vom Einfalls- und Diffractionswinkel abhängt und dass dieses Azimuth von der Lichtgattung unabhängig ist, sowie auch davon, ob das Licht der Bestandtheil eines reinen Spectrums, oder ob es aus der Uebereinanderlagerung mehrerer Lichtgattungen verschiedener Spectren entstanden ist.

Die aus der graphischen Darstellung dieser Beobachtungen hervorgehenden Curven zeigen, dass die Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen sich im allgemeinen den Polarisations-Azimuthen des entsprechenden direct reflectirten Lichtes nähern (d. i. desjenigen reflectirten Lichtes, welches mit der Wellennormale des einfallenden Lichtes denselben Winkel bildet, wie das gebeugte Licht). Doch sind ebenfalls fast durchgehends die Polarisations-Azimuthe der gebeugten Strahlen kleiner als diejenigen der reflectirten Strahlen; und zwar ist diese Differenz um so grösser, je grösser der Diffractionswinkel (δ).

Da ferner die Beobachtungsresultate für beide, so sehr verschiedene Intervalle besitzende Gitter im grossen und ganzen zu fast genau demselben Resultate der ganzen Erscheinung führten (der einzige Unterschied besteht nur in dem etwas verschiedenen Brechungsverhältnisse, resp. Polarisationswinkel der beiden Gitter), so folgt unmittelbar, dass der Polarisationszustand des gebeugten Lichtes von der Grösse der Intervalle des angewendeten beugenden Gitters vollständig unabhängig ist.

Für Werthe von d, welche in der Nähe von 0^0 oder 180^0 liegen, nähert sich das Polarisations-Azimuth des gebeugten Lichtes sehr dem des direct reflectirten, und der Unterschied der beiden entsprechenden Azimuthe wird bedeutender, sobald d einen von den oben erwähnten etwas mehr abweichenden Werth annimmt. —

Das einfallende Licht gelangt in Form eines parallelen Strahlenbündels in geradlinig polarisirtem Zustande zur geritzten Gitterfläche. Nach dem Huyghens'schen Principe werden die Theilchen dieser Flächen zu neuen Bewegungscentren der Lichtoscillation, von welchen sich die Bewegung nach allen Seiten ausbreitet. Wie immer auch die Bewegung des einfallenden Lichtes beschaffen sei: die Bahn der kleinsten Theilchen an der Gitteroberfläche muss immer eine Ellipse sein. Ferner hat man durch Versuche bewiesen, dass die Lichtbewegung immer senkrecht zur Richtung der Fortpflanzung stattfindet, wie auch sonst der Polarisationszustand des Lichtes sein mag.

Da aber gerade die an dieser Grenzfläche liegenden Theilchen zu gleicher Zeit an der Bewegung des einfallenden, des gebrochenen und des reflectirten Lichtes theilnehmen müssen, so ist klar, dass (ausgenommen den Fall, wenn das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene schwingt, oder wenn das einfallende sowohl als auch das gebrochene und das reflectirte Licht in die Normale der Trennungsfläche fällt) das Theilchen an der Grenzfläche zweier Medien unmöglich zu gleicher Zeit senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung d r e i e r, ja auch nur z w e i e r Wel-

lensysteme schwinge. Dazu kommt noch, dass durch Diffraction sich das Licht nach zahllosen anderen Richtungen fortpflanzen kann, was die erwähnte Unmöglichkeit noch mehr bestätigt.

Andererseits beweist die Untersuchung des durchgehenden gebeugten Lichtes (d. i. die experimentelle Verificirung des Stokes'schen Cosinusgesetzes) nicht nur, dass die Schwingungsrichtung des geradlinig polarisirten Lichtes senkrecht zur Polarisationsebene ist, sondern geradezu auch, dass die von einem schwingenden Oberflächentheilchen als Bewegungscentrum nach verschiedenen Richtungen sich ausbreitenden Lichtbewegungen (entsprechend den einzelnen Strahlen) immer senkrecht zu ihren Fortpflanzungsrichtungen stattfinden, wie immer auch die Bewegung des Centrums beschaffen sei. (Denn eben aus dieser senkrechten Richtung der Lichtbewegung zu ihrer Wellennormale folgt aus den einfachsten theoretischen Betrachtungen das Stokes'sche Gesetz.) Bei diesen Versuchen fiel jedoch das Licht senkrecht zur Gitterebene, und daher fiel das einfallende, reflectirte und gebrochene Licht in die Normale dieser Fläche, und das Flächentheilchen oscillirte natürlich in einer zu dieser Ebene parallelen Ebene, oder vielmehr in der Trennungsebene selbst; daher konnte auch die Diffraction dieses Lichtes zu beiden Seiten der Flächennormale mit vollkommener Symmetrie vor sich gehen. In diesem Falle musste auch, wie leicht ersichtlich, das Polarisations-Azimuth des um 90° von dieser Normale gebeugten Lichtes gleich 0 sein.

Sobald aber das einfallende Licht nicht mehr senkrecht zur Gitterebene einfiel, hörte auch sofort die symmetrische Anordnung des gebeugten Lichtes und zugleich damit die Einfachheit und Symmetrie der Polarisationsverhältnisse desselben auf. Genau dieselben Umstände finden im reflectirten gebeugten Lichte statt, nur dass hier das unter senkrechter Incidenz reflectirte Licht nicht direct beobachtet werden kann.

In allen Fällen der schiefen Incidenz kann das

Theilchen an der Grenzfläche nicht parallel zu dieser Trennungsfläche schwingen, denn wäre dies der Fall, so müsste derjenige gebeugte Strahl, welcher zur Grenzfläche nahezu parallel verläuft, das Polarisations-Azimuth 0 haben. Diese Folgerung befindet sich jedoch mit den hier mitgetheilten Beobachtungen in directem Widerspruche. So ist z. B. bei dem engeren Gitter ($90^0 - i$ ist selbstverständlich der Winkel zwischen der einfallenden Wellennormale und der reflectirenden Fläche):

$i = 65^0 \qquad 90^0 - i = 25^0 \qquad d = 27^0 41' \qquad \varphi = 27^0 46'$,

und ferner bei dem Gitter mit weiteren Intervallen:

$i = 80^0 \qquad 90^0 - i = 10^0 \qquad d = 11^0 12' \qquad \varphi = 38^0 15'$

$i = 75^0 \qquad 90^0 - i = 15^0 \qquad d = 15^0 44' \qquad \varphi = 35^0 61'$

$i = 70^0 \qquad 90^0 - i = 20^0 \qquad d = 21^0 16' \qquad \varphi = 32^0 35'$

Es kann mithin die Oscillation nicht parallel zur Trennungsfläche vor sich gehen, mit anderen Worten: bei schiefer Incidenz des Lichtes schwingen die Theilchen an der Grenzfläche in einer zur Letzteren geneigten Bahn, d. i. die Bewegung hat eine zur Trennungsfläche senkrechte Componente. Unter solchen Umständen kann man durchaus nicht eine gleichmässige symmetrische Verbreitung der Lichtbewegung erwarten.

Die Beobachtungen wurden mit Vernachlässigung der elliptischen Polarisation angestellt; es ist jedenfalls sehr wahrscheinlich, dass, wie das als geradlinig polarisirte einfallende Licht von den reflectirenden Flächen als elliptisch polarisirtes zurückgeworfen wird, so auch das gebeugte Licht diese Eigenschaft besitzt. Da das gebeugte Licht durch das zweite Nicol fast immer nahezu gänzlich verdunkelt werden konnte, so musste auch die elliptische Polarisation desselben gering sein, und dürften die hier gegebenen Polarisations-Azimuthe sehr nahe die Polarisations-Azimuthe der in der Richtung der grossen Axen der Ellipsenbahnen liegenden Schwingungscomponenten vorstellen.

Es stellen nun die einzelnen Tabellen die Polarisationsebenen (oder die darauf senkrechten Schwingungsrichtungen) der von einem und demselben schwingenden Mittelpunkt (Trennungsflächentheilchen) nach verschiedenen Richtungen sich fortpflanzenden Bewegungen dar. Diese bieten oft sehr eigenthümliche Erscheinungen, wenn z. B. das Licht unter dem Polarisationswinkel auf die geritzte Fläche auffällt (wie dies auch geschehen, aber hier der Weitläufigkeit wegen nicht angeführt wird), so ist der mittlere weisse Streifen der reflectirten Diffractionserscheinung unter dem Azimuthe 0 polarisirt, während die Polarisations-Azimuthe der zu beiden Seiten dieses Streifens liegenden Spectren zu beiden Seiten dieses Null-Azimuthes liegen. Aehnliche Fälle kommen in diesen Tabellen häufig vor, wo das in einer bestimmten Richtung gebeugte Licht das Azimuth 0 besitzt, während die zu beiden Seiten dieser Richtung liegenden gebeugten Strahlen zu beiden Seiten dieses Nullpunktes liegende Azimuthe haben.

Will man nun nicht annehmen, dass die Lichtbewegung des Grenztheilchens senkrecht zur Einfalls-(Diffractions)-Ebene vor sich gehe — eine hier gänzlich unmotivirte und daher unzulässige Annahme — so scheint es unmöglich, die Erscheinung anders aufzufassen als unter der Voraussetzung, dass die von einem und demselben Bewegungscentrum nach verschiedenen Richtungen sich verbreitenden Bewegungscomponenten verschiedene Phasen besitzen, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in demselben Medium nach verschiedenen Richtungen dieselbe bleibt. Ob und inwiefern diese Folgerung mit dem Huyghens'schen Principe verträglich ist, dürfte sich bald genug herausstellen. Leider besass das physikalische Institut in Pest noch nicht die geeigneten Apparate, welche zur genauen Untersuchung der elliptischen Polarisation erforderlich wären, und ohne welche man die erwähnte Frage wohl kaum definitiv erledigen kann.

Schliesslich ist man berechtigt, aus der ganzen Untersuchung folgende Schlüsse zu ziehen:

1. Bestätigung des schon von früheren Beobachtern gefundenen Umstandes, dass das geradlinig polarisirte Licht senkrecht zu seiner Polarisationsebene schwingt.

2. Wie immer auch die Bewegung der Lichtquelle als Oscillationscentrum beschaffen sei: die Schwingung der von diesem Centrum nach beliebiger Richtung sich verbreitenden Bewegung ist immer senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung derselben. (Dieser Umstand war auch schon früher aus misslungenen Interferenzversuchen gefolgert worden).

3. Die Schwingungsrichtung des gebeugten Lichtes ist abhängig von der Natur der reflectirenden Fläche, vom Einfallswinkel und vom Diffractionswinkel; vollständig unabhängig hingegen von den Intervallen des benutzten Gitters, von der Lichtgattung und dem Spectrensystem, von der Uebereinanderlagerung der verschiedenen Lichgattungen und verschiedener Klassen von Spectren etc.

4. Die Polarisations-Azimuthe des reflectirten Lichtes bleiben dieselben, ob das Licht von einer Fläche grösserer Ausdehnung reflectirt wird, oder von einer Anzahl von Flächenelementen, deren Breite von derselben Grössenordnung ist, wie die der Lichtwellenlängen; vorausgesetzt natürlich, dass in beiden Fällen die Natur der reflectirenden Fläche unverändert geblieben ist.

5. Die Beobachtungen machen es ausserordentlich wahrscheinlich, dass die von einem an der Grenzfläche zweier Medien schwingenden Oscillationscentrum nach verschiedenen Richtungen sich fortpflanzenden Bewegungscomponenten verschiedene Phasen, und daher auch verschiedene Phasendifferenzen, aber (im selben Medium) dieselben Fortpflanzungsgeschwindigkeiten besitzen.

Schliesslich erlaube ich mir, den Herren Professoren Dr. A. Jedlik und Dr. Baron Roland Eötvös meinen wärmsten Dank für ihre Unterstützung bei diesen Versuchen auszudrücken.

Physikalisches Institut der Universität Budapest, im Sept. 1876.

II. *Notiz, betreffend die Dispersionscurve der Mittel mit mehr als Einem Absorptionsstreifen; von E. Ketteler.*

Wenngleich ich in meinen letzten Aufsätzen[1]) das von mir vorgeschlagene Dispersionsgesetz in grösster Allgemeinheit behandelt habe, so ist dasselbe doch bis jetzt erst für Substanzen, die innerhalb des sichtbaren Spectrums einen einzigen Absorptionsstreifen zeigen, specieller beleuchtet und mit der Erfahrung verglichen worden.[2]) Im Folgenden werde ich mich mit Mitteln mit zwei, drei oder mehr Absorptionsstreifen beschäftigen, und habe ich für einen speciellen Fall die bezügliche Dispersionscurve berechnet und zur Veranschaulichung auf Taf. III, Fig. 1 in ziemlich grossem Maassstabe gezeichnet.

Wenn man in der Gleichung:

$$n^2 - n_x^2 = \Sigma \frac{D' L^2}{l^2 - L^2} \tag{1}$$

die innere Wellenlänge $l = \frac{\lambda}{n}$ durch die äussere (λ) ersetzt und sie nach n auflöst, so erhält man $(m + 1)$ Wurzeln, wenn m Summanden, resp. Absorptionsstreifen vorkommen. Die zugehörige Curve $(n = f(\lambda))$ besteht nämlich aus einer Anzahl Zweige von folgendem Verlauf. Während die beiden äussersten — der der Ordinatenaxe nächste und fernste — hyperbolisch verfliessen und sich zwischen zwei Asymptoten halten, von denen die eine horizontal, d. h. der Abscissenaxe parallel, die andere geneigt ist und durch den Anfangspunkt hindurchgeht, zeigen die zwischenliegenden Zweige einen Krümmungswechsel. Auch sie gehen vom Anfangspunkte aus, bilden

1) Pogg. Ann. CLX. p. 466. und Erg. Bd. VIII. p. 444.

2) In einem Referat im Naturforscher (29. Juli 1876) heisst es irrthümlich, dass überhaupt nur solche Mittel berücksichtigt seien.

dann gegen die Ordinatenaxe zuerst ein Maximum, dann ein Minimum und werden zuletzt unendlich gross. Endlich erscheint jedes folgende Minimum mit jedem Maximum des vorhergehenden Zweiges durch ein complexes Curvenstück verbunden. Konnte nun früher bezüglich eines Mittels mit nur einem Absorptionsstreifen gezeigt werden, dass bei einer bestimmten Auffassung den sämmtlichen Theilen der Curve eine physikalische Bedeutung zukomme, so beschränkt sich diese hier nur auf diejenige Linie, welche sich zu beiden Seiten der horizontalen Asymptote hinzieht, bald reell, bald complex werdend, und sich bei nicht zu grossem D' nirgends erheblich von ihr entfernt.

Dass freilich das Gesetz dieser letzteren ein so verwickeltes ist, rührt daher, weil jeder neu hinzutretende Absorptionsstreifen nicht bloss im allgemeinen die Brechungsverhältnisse ändert, sondern auch die Lage und Breite aller einzelnen Streifen gegen einander verschiebt, weil also — ganz in Uebereinstimmung mit der Erfahrung und entgegen den Annahmen von Sellmeier und Helmholtz — die Configuration der Absorptionsbänder keine feste, etwa an die Wellenlänge gebundene, sondern eine völlig variable ist.

Mit Rücksicht auf die vorstehenden Bemerkungen lässt sich nun ein Näherungsverfahren einschlagen. Wir schaffen zunächst (in etwas vollständigerer Weise als dieses Bd. CLX. p. 479 geschehen ist) den Einfluss aller, bloss in ihrer Gesammtheit einwirkenden ultravioletten und ultrarothen Absorptionen fort und suchen dann die Gleichung dahin zu vereinfachen, dass sie sich wesentlich auf die eine, physikalisch in Betracht kommende Linie beschränkt.

Zu dem Ende zerlege man die Totalsumme der Gleichung (1) in die folgenden drei:

$$n^2 - n_\infty^2 = \left(-S_1 \frac{D' L^2}{L^2 - l^2} + S_2 \frac{D' L^2}{l^2 - L^2}\right) + \Sigma \frac{D' L^2}{l^2 - L^2}$$

und beziehe die erste auf das ultrarothe Gebiet (l klein

gegen L), die zweite auf das ultraviolette (l gross gegen L) und die dritte auf das optische, für welches l und L von gleicher Ordnung sind. Dem entsprechend darf man schreiben:

$$n^2 - n_\infty^2 = \left(- k' l^2 - a + \frac{b}{l^2} + \frac{c'}{l^4}\right) + \Sigma \frac{D' L^2}{l^2 - L^2},$$

oder auch:

$$n^2 \left(1 + \frac{k'}{n^4} \lambda^2 - \frac{b}{\lambda^2} - \frac{c' n^2}{\lambda^4}\right) - a' = \Sigma \frac{D' L^2}{l^2 - L^2}.$$

Da diese Beziehung für $D' = 0$ die Dispersionscurve des Lösungsmittels der untersuchten absorbirenden Medien ist, und da dann der Erfahrung zufolge das zweite wie vierte Glied der Klammer nur einen geringen Einfluss ausübt, so wird man selbst dann, wenn alle links stehenden Glieder durch die Anwesenheit der Farbstoffe eine kleine Modification erfahren, in $\frac{k'}{n^4}$ sowie in $c' n^2$ für n^2 einen gewissen Mittelwerth einsetzen dürfen. So erhält man, wenn auch die rechte Seite anders geschrieben und die Summe der D' mit a' zusammengefasst wird:

$$n^2 \left(1 + k \lambda^2 - \frac{b}{\lambda^2} - \frac{c}{\lambda^4}\right) - a = \Sigma \frac{D' \lambda^2}{\lambda^2 - n^2 L^2}.$$

Es werde jetzt zur Abkürzung gesetzt:

(2)
$$\mathfrak{n}^2 = \frac{a}{k\lambda^2 + 1 - \frac{b}{\lambda^2} - \frac{c}{\lambda^4}}.$$
$$D \frac{\mathfrak{n}^2}{a} = \mathfrak{D}.$$

Alsdann wird:

(3)
$$n^2 - \mathfrak{n}^2 = \Sigma \frac{\mathfrak{D} \lambda^2}{\lambda^2 - n^2 L^2},$$

welche Gleichung der Form nach ganz mit Gl. (1) übereinstimmt, wenn man in letztere statt des Grenzbrechungsindex n_∞ (für $\lambda = \infty$) den anderen n_0 (für $\lambda = 0$) einführt.

Um dieselbe für die weitere Verwendung möglichst homogen zu machen, empfiehlt es sich, sie nicht nach n^2, sondern nach:

$$n^2 - \mathfrak{n}^2 = \Delta$$

aufzulösen. Setzt man daher zur ferneren Abkürzung:

$$\frac{\lambda^2}{L^2} - \mathfrak{n}^2 = \mathfrak{l}^2, \quad \frac{\mathfrak{D}}{L^2} = \mathfrak{d}, \tag{4}$$

so hat man beispielsweise für drei Glieder:

$$\Delta = \frac{\mathfrak{d}_1 \lambda^2}{\mathfrak{l}_1^2 - \Delta} + \frac{\mathfrak{d}_2 \lambda^2}{\mathfrak{l}_2^2 - \Delta} + \frac{\mathfrak{d}_3 \lambda^2}{\mathfrak{l}_3^2 - \Delta}. \tag{5}$$

Wir werden diese Gleichung nach Potenzen von Δ entwickeln und die so für drei Absorptionsstreifen geltende Reihe durch Nullsetzung von $\mathfrak{d}_3$, $\mathfrak{d}_2$ successive auf zwei, resp. einen Absorptionsstreifen beschränken. Man erhält:

Für drei Absorptionen:

$$\begin{gathered} -\Delta^4 + \Delta^3(\mathfrak{l}_1^2 + \mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{l}_3^2) - \Delta^2[(\mathfrak{l}_1^2\mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{l}_1^2\mathfrak{l}_3^2 + \mathfrak{l}_2^2\mathfrak{l}_3^2) + (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 + \mathfrak{d}_3)\lambda^2] \\ + \Delta\{\mathfrak{l}_1^2\mathfrak{l}_2^2\mathfrak{l}_3^2 + [\mathfrak{d}_1(\mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{l}_3^2) + \mathfrak{d}_2(\mathfrak{l}_1^2 + \mathfrak{l}_3^2) + \mathfrak{d}_3(\mathfrak{l}_1^2 + \mathfrak{l}_2^2)]\lambda^2\} \\ - (\mathfrak{d}_1\mathfrak{l}_2^2\mathfrak{l}_3^2 + \mathfrak{d}_2\mathfrak{l}_1^2\mathfrak{l}_3^2 + \mathfrak{d}_3\mathfrak{l}_1^2\mathfrak{l}_2^2)\lambda^2 = 0. \end{gathered}$$

Für zwei Absorptionen:

$$\Delta^3 - \Delta^2(\mathfrak{l}_1^2 + \mathfrak{l}_2^2) + \Delta[\mathfrak{l}_1^2\mathfrak{l}_2^2 + (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)\lambda^2] - (\mathfrak{d}_1\mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{d}_2\mathfrak{l}_1^2)\lambda^2 = 0.$$

Für eine Absorption:

$$-\Delta^2 + \Delta\mathfrak{l}^2 - \mathfrak{d}\lambda^2 = 0.$$

Nur diese letztere Gleichung ist ohne weiteres aufzulösen, dagegen häufen sich die Schwierigkeiten, die sich der analytisch-geometrischen wie der algebraischen und numerischen Behandlung der übrigen entgegenstellen, mit Zunahme der Absorptionen. Wenn freilich die einzelnen dispergirenden Kräfte $\mathfrak{d} = \frac{\mathfrak{D}}{L^2}$, wie solches beispielsweise bei den Messungen Kundt's durchweg der Fall war, eine gewisse Grösse nicht überschreiten, so werden die Δ echte Brüche und dürfen alsdann die höheren Potenzen derselben von einer gewissen unteren Grenze an vernachlässigt werden. Weiter unten werde ich zeigen, dass für gewöhnlich Δ^4 und oft schon Δ^3 ausser Acht gelassen werden darf.[1]

---

1) Wollte man schon Δ^2 vernachlässigen, so ginge z. B. die letzte

Mit Rücksicht hierauf lassen sich sämmtliche obige Gleichungen als quadratische behandeln, sofern nur Δ^3 als näherungsweise bekannt vorausgesetzt wird. Man erhält dann:

(6) $$n^2 - \mathfrak{n}^2 = \tfrac{1}{2} M \pm \sqrt{\tfrac{1}{4} M^2 - N}.$$

Hierin bedeuten M und N und zwar:

Für einen Absorptionsstreifen:

(7) $$M = \mathfrak{l}^2 = \frac{\lambda^2}{L^2} - \mathfrak{n}^2, \quad N = \mathfrak{d}\lambda^2 = \mathfrak{D}\frac{\lambda^2}{L^2}.$$

Für zwei Absorptionsstreifen:

(8) $$M = \frac{\mathfrak{l}_1^2 \mathfrak{l}_2^2 + (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)\lambda^2}{\mathfrak{l}_1^2 + \mathfrak{l}_2^2}, \quad N = \frac{(\mathfrak{d}_1 \mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{d}_2 \mathfrak{l}_1^2)\lambda^2 - \Delta^3}{\mathfrak{l}_1^2 + \mathfrak{l}_2^2}.$$

Für drei Absorptionsstreifen:

(9) $$M = \frac{\mathfrak{l}_1^2 \mathfrak{l}_2^2 \mathfrak{l}_3^2 + [\mathfrak{d}_1(\mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{l}_3^2) + \mathfrak{d}_2(\mathfrak{l}_1^2 + \mathfrak{l}_3^2) + \mathfrak{d}_3(\mathfrak{l}_1^2 + \mathfrak{l}_2^2)]\lambda^2}{\mathfrak{l}_1^2 \mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{l}_1^2 \mathfrak{l}_3^2 + \mathfrak{l}_2^2 \mathfrak{l}_3^2 + (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 + \mathfrak{d}_3)\lambda^2}.$$
$$N = \frac{(\mathfrak{d}_1 \mathfrak{l}_2^2 \mathfrak{l}_3^2 + \mathfrak{d}_2 \mathfrak{l}_1^2 \mathfrak{l}_3^2 + \mathfrak{d}_3 \mathfrak{l}_1^2 \mathfrak{l}_2^2)\lambda^2 - \Delta^3(\mathfrak{l}_1^2 + \mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{l}_3^2)}{\mathfrak{l}_1^2 \mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{l}_1^2 \mathfrak{l}_3^2 + \mathfrak{l}_2^2 \mathfrak{l}_3^2 + (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 + \mathfrak{d}_3)\lambda^2}.$$

Analog für vier und mehr Streifen.

Die bei einer Absorption sich darbietende Erscheinung ist schon früher beleuchtet. Da der Radicand der Gleichung (6) in Bezug auf λ^2 zweiten Grades ist, so verschwindet er für zwei Werthe λ_g', λ_g'', die sogenannten Grenzwellenlängen, denen sich die Grenzbrechungsverhältnisse n_g', n_g'' zuordnen. Innerhalb des Intervalles $\lambda_g' - \lambda_g''$ wird n complex, also:

$$n = \nu \pm q\sqrt{-1},$$

und zwar bedeutet hier ν das physikalisch reelle Brechungs-

Gleichung für einen Absorptionsstreifen über in die Sellmeier-sche Form:

$$n^2 - \mathfrak{n}^2 = \frac{\mathfrak{D} L^2}{\lambda^2 - \mathfrak{n}^2 L^2},$$

und würde man dieselbe, um den Widerspruch zu vermeiden, dass die von vornherein als klein vorausgesetzte Grösse Δ doch für $\lambda = \mathfrak{n} L$ unendlich gross wird, nur auf weite Entfernungen vom Absorptionsstreifen beziehen dürfen.

verhältniss für senkrechte Incidenz und q den zugehörigen Extinctionscoefficienten, der den Absorptionsfactor $e^{-\frac{2\pi}{\lambda}qd} = e^{-\varepsilon d}$ zur Folge hat. Ausserhalb des genannten Intervalles wird $q = \varepsilon = 0$. Was noch das Vorzeichen der Wurzel betrifft, so ist dasselbe positiv zwischen den Grenzen $\lambda = 0$ und $\lambda = \lambda_g'$, negativ zwischen $\lambda = \lambda_g''$ und $\lambda = \infty$; für erstere Strecke ist die Curve der $n = \nu$ gegen die Abscissenaxe concav, für letztere convex.

Betrachten wir jetzt ebenso die Erscheinung bei zwei Absorptionen. Was zunächst wieder den Radicanden betrifft, so ist derselbe in Bezug auf λ^2 vierten Grades; und von der Wahl der Constanten wird es abhängen, ob die Wurzeln desselben sämmtlich oder nur theilweise reell sind. Nehmen wir den ersteren Fall. Der Radicand geht dann viermal durch die Null hindurch, und so theilen die bezüglichen vier Grenzwellenlängen λ_1', λ_1'', λ_2', λ_2'' die Abscissenaxe in fünf Strecken, für deren erste, dritte und fünfte derselbe positiv, für deren zweite und vierte er negativ wird. Diese beiden letzteren umfassen sonach die Breiten zweier Absorptionsstreifen.

Im Folgenden werde ich die Curve der ν die Refractionscurve, die Curve der q die Absorptionscurve nennen und beide als die Dispersionscurve zusammenfassen.

Die Refractionscurve hat auf der Verbindungslinie der beiden Absorptionsstreifen die beiden bemerkenswerthen Punkte n_3, n_4. Der erstere ist dadurch charakterisirt, dass für ihn $n = \mathfrak{n}$ und sonach $\Delta = 0$ wird. Die Bedingung hierfür ist:

$$N = \mathfrak{d}_1 \mathfrak{l}_2^2 + \mathfrak{d}_2 \mathfrak{l}_1^2 = 0,$$

so dass sich ableitet:

$$\frac{\mathfrak{n}_3^2}{\lambda_3^2} = \frac{\frac{1}{\mathfrak{D}_1} + \frac{1}{\mathfrak{D}_2}}{\frac{1}{\mathfrak{d}_1} + \frac{1}{\mathfrak{d}_2}}.$$

Für den anderen Punkt n_4 wird der gemeinschaftliche

Nenner von M und N unendlich gross, so dass man für ihn auf die ursprüngliche Gleichung zurückgreifen muss. Derselbe ist also geknüpft an die Beziehung:

$$\mathfrak{l}_1{}^2 L_2{}^2 + \mathfrak{l}_2{}^2 L_1{}^2 = 0,$$

woraus:

$$\frac{\mathfrak{n}_4{}^2}{\lambda_4{}^2} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{L_1{}^2} + \frac{1}{L_2{}^2}\right),$$

und er ist Wendepunkt der Curve. Und da wieder, wie bei dem früheren einfacheren Fall, das Wurzelzeichen positiv ist für den concaven und negativ für den convexen Theil der Curve, so hat man Ersteres für die Intervalle von $\lambda = 0$ bis $\lambda = \lambda_1'$ und von $\lambda = \lambda_4$ bis $\lambda = \lambda_2'$, Letzteres für die Strecken von $\lambda = \lambda_1''$ bis $\lambda = \lambda_4$ und von $\lambda = \lambda_2''$ bis $\lambda = \infty$.

Die Absorptionscurve, für welche beide Vorzeichen gleich berechtigt sind, besteht diesmal aus der durch zwei Erhöhungen unterbrochenen Graden ($q = 0$). Jeder dieser Berge begreift den Punkt in sich, für den resp.:

$$\lambda_{m_1} = \mathfrak{n}_{m_1} L_1, \qquad \lambda_{m_2} = \mathfrak{n}_{m_2} L_2,$$

und welcher in dem Falle dem Maximum der Absorption und zugleich der Mitte des Streifens entspricht, wenn jeder nur für sich da ist, oder wenigstens beide hinlänglich weit von einander abstehen.

Durch Verschiebung des einen der beiden Berge, also dadurch, dass man die Constante L_2 successive die ganze Abscissenaxe durchlaufen lässt, erhält man dann auch den Uebergang zwischen diesem und dem vorigen Falle.

Ich habe nun die Refractions- und die Absorptionscurve unter Annahme zweier Absorptionen berechnet und auf Taf. III, Fig. 1 gezeichnet. Die specielleren Unterstellungen waren folgende. Zufolge des Aufsatzes[1]), in welchem die auf das Cyanin bezüglichen Beobachtungsreihen Kundt's berechnet sind, fand man resp. für die

1) l. c. CLX. p. 481.

weniger und für die mehr concentrirte alkoholische Lösung:

$$D' = 0.002143 \qquad L = 0.43825\,^{1)}$$
$$= 0.007005 \qquad = 0.42911,$$

endlich für letztere, sofern $k = c = 0$, also $n_\infty^2 = a'$, $n^2_0 = n_\infty^2 - D' = a$ und sonach:

$$n^2 = \frac{n_0^2}{1 - \frac{b}{\lambda^2}}$$

gesetzt wurde:

$$n_\infty^2 = 1.85755 \quad , \quad n_0^2 = 1.85055 \quad , \quad b = 0.00538281.$$

Den Constanten des von mir gebildeten ideellen Mittels habe ich hiernach folgende Werthe beigelegt:

$$a = 1.85055, \quad b = 0.00538281,$$

so dass also die Curve der n völlig mit der der concentrirteren Lösung übereinstimmt. Ferner:

$$D'_2 = 0.007005, \quad L_2 = 0.42911$$
$$D'_1 = 0.002143, \quad L_1 = 0.35314,$$

von denen die drei ersteren wiederum den obigen Werthen entsprechen, während die innere Wellenlänge der Mitte des Streifens der schwächeren Lösung hier mehr zum Violett hin verschoben ist. Mittelst dieser Daten findet man:

$$\lambda_{m_1} = 0.48597\,; \quad \lambda_{m_2} = 0.58833,$$

und fällt so die Mitte des Absorptionsbandes 1 nahezu mit der Fraunhofer'schen Linie *F*, die von 2 nahezu mit *D* zusammen.

Die charakteristischen Wellenlängen λ_3, λ_4 erhalten die Werthe:

$$\lambda_3 = 0.51179; \quad \lambda_4 = 0.52969.$$

Die weiteren Rechnungen findet man in folgender Tabelle zusammengestellt:

1) = 0.00043825 Mm.

Tabelle der Brechungs- und Extinctions-Indices.

		λ	n	ν'	ν	q	ε
A	69	0.76013	1.36673		1.37455		
a	$60^1/_3$	0.71838					
B	$53^3/_5$	0.68661	1.36818		1.37984		
	50	0.66920	1.36860		1.38234		
C	$47^1/_5$	0.65602	1.36894		1.38515		
	45	0.64535	1.36922	1.38852	1.38866		
	43	0.63581	1.36950	1.39377	1.39423		
	42	0.63104	1.36964	1.39848	1.39980	0.00000	
	41	0.62627	1.36978	1.40308	1.41040	0.00681	0.0683
	$40^1/_2$	0.62388	1.36985		1.40847	0.01682	0.1694
	39	0.61673	1.37008		1.40244	0.02677	0.2727
	37	0.60719	1.37039		1.39408	0.03457	0.3578
	35	0.59765	1.37072		1.38517	0.03936	0.4138
D	33	0.58833	1.37105		1.37562	0.04152	0.4435
	31	0.57857	1.37142		1.36424	0.04193	0.4553
	29	0.56903	1.37180		1.35059	0.03786	0.4180
	27	0.55949	1.37219		1.33192	0.02021	0.2270
	$26^1/_2$	0.55710	1.37230		1.33433	0.00000	
	26	0.55472	1.37240	1.34033	1.34551		
	25	0.54995	1.37262	1.35305	1.35374		
	24	0.54518	1.37284	1.35805	1.35830		
	23	0.54041	1.37306	1.36141	1.36152		
	22	0.53564					
	$20^3/_5$	0.52969	1.37359		1.36677		
E	20	0.52680	1.37374		1.36798		
	19	0.52133	1.37403		1.37021		
b	18	0.51656	1.37428		1.37223		
	17	0.51179	1.37455		1.37455		
	16	0.50702	1.37482	1.37761	1.37767		
	15	0.50225	1.37510	1.38325	1.38313	0.00000	
	$14^1/_2$	0.49986	1.37524		1.39485	0.00168	0.0211
	14	0.49748	1.37539		1.39010	0.01457	0.1840
F	$11^2/_5$	0.48597	1.37612		1.37234	0.02287	0.2956
	10	0.47840	1.37663		1.36345	0.02043	0.2683
	8	0.46886	1.37732		1.35398	0.00869	0.1165
	7	0.46409	1.37767	1.36251	1.36207	0.00000	
	6	0.45932	1.37804		1.36599		
	5	0.45455	1.37842		1.36830		
	3	0.44501	1.37922		1.37136		
G	0	0.43077	1.38052		1.37455		
H		0.39674	1.38422		1.38052		

Ausgehend von λ_3, schritt man beiderseits durchweg um den Abstand $(\lambda_b - \lambda_3) = 0.00477$ vorwärts und schaltete nur in der Nähe der Grenzwellenlängen einige Zwischenpunkte ein. Die ganze Strecke von *A* bis *G* theilt sich so fast genau in 69 gleiche Theile.

Demgemäss enthält die erste Columne ausser den Fraunhofer'schen Linien den jedesmaligen Abstand von *G*, die zweite, mit λ überschriebene, die Wellenlängen selbst. In der dritten Columne findet man die modificirten Indices ($\mathfrak{n}$) des Lösungsmittels und in den beiden folgenden die wirklichen Brechungsverhältnisse (ν, ν') als die Ordinaten der Refractionscurve. Die Zahlen der Spalte ν sind mittelst der Beziehungen (6) und (8) in der Weise erhalten, dass man das Δ^3 in N geradezu vernachlässigte. So bekam man erste Näherungswerthe und konnte vermöge deren Einsetzung in N zu genaueren Bestimmungen fortschreiten. Wenngleich dieses Verfahren nur für die Nähe der Grenzwellenlängen nothwendig wird, so bedarf es doch einer um so häufigeren successiven Wiederholung desselben, als man den wirklichen Grenzen näher kommt. In Spalte (ν') ist die Rechnung indess zur Vermeidung grösserer Umständlichkeit blos für das Gebiet der reellen n durchgeführt.

Die sechste und siebente Columne endlich enthalten die Extinctionscoefficienten q und $\varepsilon = \frac{2\pi}{\lambda} q$, wie sie als coordinirt zu ν mit diesem gleichzeitig mittelst der Näherungsformel erhalten werden. Es ist folglich $e^{-\varepsilon}$ der Absorptionsfactor für eine Dicke $d = 1 = 0.001$ Mm. der absorbirenden Schicht.

Mit Benutzung der so erhaltenen Zahlen sind nun die drei Curven der Taf. III, Fig. 1 construirt worden. Curve I_a entspricht der modificirten Brechung des Lösungsmittels; sie ist diejenige Linie, zu deren beiden Seiten sich die hyperbolischen Krümmungen der anomalen Dispersion vollziehen. Curve I repräsentirt die Refractionscurve und

II die Absorptionscurve. Die gemeinschaftliche Einheit der Abscissen (= 0.00477) beträgt in der Figur 4 Mm., die der Ordinaten ist ebenfalls gleich, und zwar entspricht einer Differenz von 1 Einheit der dritten Decimale der (Refractions- und Extinctions-)Indices eine Länge von $^1/_2$ Mm.

Man wird bemerken, dass zufällig die Horizontale 50 dreimal von der Curve I geschnitten wird, nämlich in den Punkten n_G, n_3, n_A, welchen mittleren Punkt (bei 17) überdies die beiden Curven I_a und I gemein haben. Der Wendepunkt n_4 von I liegt bei $20^3/_5$ (E). Die ausgezogenen Linien beziehen sich auf die Näherungswerthe der Spalten ν und q, die punktirten auf die streng theoretischen Werthe. Entsprechend den Differenzen der Spalten ν und ν' ist der Verlauf beider Curven bis auf die Nähe der Spitzen bei n_2' und n_2'', welche den breiteren Absorptionsstreifen begrenzen, gleich und ist bei den gewählten Dimensionen selbst bei den Spitzen n_1', n_1'' des schmaleren Streifens kaum verschieden. Die Grenzen des letzteren liegen etwa bei $7\,^3/_8$ und $14\,^1/_2$, die wahren Grenzen des ersteren etwa bei $26\,^1/_8$ und $40\,^5/_8$, wogegen die Näherungsformel die Tendenz hat, diese Grenzen gegen das Roth hin zu verschieben, die bezüglichen Spitzen zu verschärfen und den Abfall der Absorptionscurve unsymmetrischer zu machen.

Das Aussehen der hier gezeichneten Curven in Verbindung mit dem der regelmässigeren der einfachen Absorption berechtigt endlich zu folgenden Schlüssen:

1) Innerhalb des Absorptionsgebietes kann die Refractionscurve gegen die Abscissenaxe sowohl convex als concav ansteigen.

2) Die Annäherung zweier Absorptionsstreifen bedingt zugleich eine Dissymmetrie in der Schwärze derselben, und zwar sind die Lichtminima beider einander zugekehrt.

3) Sieht man von diesen geringfügigeren Veränderungen ab, so wird im allgemeinen das Princip der Superposition kleiner Wirkungen auch auf Refraction und

Absorption angewandt werden dürfen und dann eine ebenso bequeme wie übersichtliche Darstellung ermöglichen.

Bonn, im März 1877.

III. *Ueber ein neues Photometer; von P. Glan.*

Der photometrische Vergleich zweier Lichtquellen von verschiedener Farbe erfordert die Bestimmung ihres Intensitätsverhältnisses für jede einzelne der in ihnen enthaltenen homogenen Farben. Die Mehrzahl der vorhandenen Photometer ist nun mehr darauf eingerichtet, gleichfarbiges Licht zu vergleichen, als verschiedenfarbiges spectral zu zerlegen und das Intensitätsverhältniss seiner homogenen Bestandtheile zu bestimmen. Eine solche Zerlegung muss bei ihnen ausserhalb des photometrischen Apparates stattfinden und es ist daher die Zusammensetzung mehrerer Apparate nöthig, um eine solche Bestimmung mit ihnen auszuführen.

Eine einfachere Anordnung hat zuerst Vierordt angegeben. Sein Photometer hat folgende Einrichtung. Die eine Platte am Spalt eines Spectralapparates ist durchschnitten und jede Hälfte für sich durch eine Mikrometerschraube mit getheilter Trommel verschiebbar, die andere Platte ist fest; so kann jeder Spalthälfte eine beliebige am Kopf der Mikrometerschraube ablesbare Breite gegeben werden. Seine Methode beruht auf folgender Betrachtung. Liegen die Wellenlängen der an einer bestimmten Stelle des Spectrums sich deckenden Farben zwischen λ und $\lambda + \Delta\lambda$ und haben sie alle die gleiche, durch ihre lebendige Kraft gemessene Intensität i, so ist die Intensität des Spectrums an dieser Stelle $i \, . \, \Delta\lambda$ oder auch mit hinreichender Annäherung nach Helmholtz (Phys. Opt. p. 260):

$$k \, . \, i \, . \, \frac{\cos \eta \, . \, \cos \varepsilon_1}{\sin \varphi} \, . \, \frac{d\lambda}{dn} \, . \, \Delta \varepsilon.$$

Hierin bedeutet ε_1 den Brechungswinkel an der ersten Fläche des Prismas für Licht, das von dem einen Spaltrande ausgeht, von der Wellenlänge λ, η den zugehörigen Brechungswinkel an der zweiten Fläche und φ den brechenden Winkel des Prismas. Ferner ist $\Delta \varepsilon$ die Spaltbreite, k ein Coefficient, der von dem Lichtverlust durch Reflexion und Absorption abhängt und $\frac{dn}{d\lambda}$ der Differentialquotient des Brechungsexponenten nach der Wellenlänge. Somit ist die lebendige Kraft der Lichtbewegung an einer Stelle des Spectrums der Spaltbreite proportional und sie wird bei diesem Apparat dadurch verändert, dass man die Anzahl der sich deckenden homogenen Farben durch Verbreiterung oder Verengerung des Spaltes vermehrt oder vermindert. Werden beide Spalthälften durch verschieden helles Licht beleuchtet und macht man ihre Spectren an irgend einer Stelle gleich hell, so verhalten sich die Intensitäten des auf die Spalthälften auffallenden Lichtes für diese Farbe des Spectrums umgekehrt, wie die Spaltbreiten.

Diese Betrachtung setzt einmal voraus, dass alle sich deckenden homogenen Farben die gleiche Intensität haben und dass die sichtbare Helligkeit der beiden zu vergleichenden Lichtbündel für beide dieselbe Function ihrer lebendigen Kräfte ist. (Zöllner, Grundzüge einer allgem. Photom. d. Himmels p. 1—7. 1861.) Nur unter der ersten Voraussetzung ist die Intensität des Spectrums der Spaltbreite proportional und nur wenn die zweite erfüllt ist, folgt aus der gleichen Helligkeit die Gleichheit der lebendigen Kräfte.

Nun sind die beiden Lichtbündel aus einer verschiedenen Anzahl homogener Farben zusammengesetzt und das bewirkt, wenn die Breite der beiden Spalthälften hinreichend verschieden ist, eine verschiedene Färbung. Man hat dann zwei Lichtbündel von verschiedener Farbe zu

vergleichen und da wird es einmal an sich schwieriger zu beurtheilen, wann sie gleich hell sind, und dann wird es fraglich, ob noch ihre lebendigen Kräfte gleich sind, wenn sie gleich hell scheinen. Vierordt schlägt deshalb in diesem Falle vor, das hellere Spectrum hauptsächlich durch Rauchgläser abzuschwächen und nur in geringerem Maasse durch Veränderung der Spaltbreite. Der Absorptionscoefficient dieser Rauchgläser muss dann vorher für die verschiedenen Farben bestimmt sein. Sie müssen daher so schwach absorbirend gewählt werden, dass ihr Absorptionscoefficient nur durch Spalterweiterung mit dem Apparat bestimmt werden kann, ohne dass die erwähnten Störungen eintreten.

Ich werde im Folgenden ein Photometer beschreiben, das von diesen Beschränkungen frei ist.

Der Apparat hat folgende Einrichtung. Auf einem Stativ ruht um die horizontale Axe *a* (Taf. III Fig. 2) und nach Lösung der Schraube *b* auch um eine verticale Axe drehbar ein Messingrohr *rr'*, das eine Anzahl Amici'scher Prismen enthält. Auf seinem einen Ende sitzt bei *r'* ein starker Messingbügel *cc'*, der das Rohr *dd'* trägt. Auf dasselbe ist bei *d* ein Theilkreis aufgesetzt, der die Drehung des um 360° drehbaren Nicols *n* mit Hülfe zweier um 180° gegenüberstehender Nonien bis auf Minuten abzulesen gestattet. Die beiden Stäbe *ee* dienen zur leichteren Ausführung auch kleiner Drehungen. Am anderen Ende bei *d'* ist ein Wollaston'sches Doppelprisma so eingesetzt, dass seine brechenden Kanten horizontal stehen. Eine den Messingbügel *cc'* und das Rohr *dd'* durchsetzende Schraube *s*, die in der Fassung des Doppelprismas festsitzt und innerhalb des Ausschnittes bei *s* bewegt werden kann, gestattet kleine Drehungen desselben. Bei *d'* ist ein Messingrohr mit Objectivlinse und Spaltz aufgeschraubt, dessen Spalt durch ein Zahnrad mit Stange in beliebige Entfernung von der Linse gebracht werden kann. Vor der Mitte des Spaltes sitzt ein rechteckiges Stück ge-

schwärzten Messings (Taf. III Fig. 2a), dessen obere und untere Ränder genau parallel sind.

Auf der anderen Seite ist auf das Rohr *rr'* bei *r* ein Messingring *gg* mit einem kurzen Ansatzrohr aufgesetzt. Die beiden Stifte *hh* durchsetzen es und tragen ein Fernrohr, das um ihre Verbindungslinie als Axe drehbar ist. Die Drehung wird durch eine Schraube bewirkt, die in einen am Fernrohr befestigten Stift bei *i* eingreift. Etwa in der Focalebene des Oculars sind zwei geschwärzte Messingplatten in einem Schlitten gegeneinander verschiebbar angebracht. Ihre zugekehrten Ränder sind geradlinig und parallel und sie können an jeder Stelle durch zwei kleine Schrauben festgestellt werden. Um das Spectrum bis auf Streifen von beliebiger Breite abzublenden, dient die obige schon von Vierordt angewandte Vorrichtung. Das Ocular ist gegen sie verschiebbar und kann durch eine kleine Schraube in veränderlicher Entfernung von ihr befestigt werden; beide zusammen sind durch ein Zahnrad in dem Rohr, welches die Objectivlinse trägt, gegen diese verschiebbar. Um endlich bestimmte Stellen des Spectrums bezeichnen zu können, ist bei *r* ein kleines seitliches Rohr mit einer Mikrometerscala eingesetzt, die in bekannter Weise die einzelnen Theile des Spectrums bezeichnet.

Danach ist der Gang der Lichtstrahlen im Apparat folgender. Das von jeder Spalthälfte ausgehende Licht wird durch das Wollaston'sche Prisma in zwei Bündel zerlegt, die rechtwinklig zu einander polarisirt sind. (F. E. Neumann, Ueber den Einfluss der Krystallflächen bei der Reflexion des Lichts; Berl. 1837 p. 75.)

Die beiden einer Spalthälfte entsprechenden Bilder sind in entgegengesetztem Sinne in der Längsrichtung des Spaltes verschoben; in der Mitte grenzt ein Bild der oberen Spalthälfte an eines der unteren. Beide Bündel gehen dann durch das Nicol'sche Prisma, werden durch die Amici'schen Prismen spectral zerlegt und erzeugen so im Beobachtungsfernrohr zwei aneinander grenzende Spectren, deren Helligkeitsverhältniss von dem Winkel

abhängt, den die Polarisationsebene des Nicol'schen Prismas mit dem Hauptschnitt des Wollaston'schen macht. Sind J und i die Intensitäten der von den beiden Spalthälften ausgehenden Lichtbündel, a und a' zwei Schwächungscoefficienten, die durch die Brechungen und Absorptionen bedingt sind, welche die beiden rechtwinklig zu einander polarisirten Lichtbündel im Apparat erleiden, ist ferner α der Winkel, den die Polarisationsebene des Nicols mit der des Bündels macht, dessen Helligkeit J ist, und hat man das Nicol'sche Prisma so eingestellt, dass beide Spectren gleich hell erscheinen, so ist:

$$J a \cos^2 \alpha = i a' \sin^2 \alpha.$$

Wird jetzt die Helligkeit des von der einen Spalthälfte ausgehenden Lichtes irgendwie geändert, so muss man dem Nicol eine andere Stellung geben, um wieder zwei gleich helle Spectren zu erhalten. Ist α' der Winkel, den seine Polarisationsebene jetzt mit der des Bündels macht, dessen Helligkeit jetzt J' sei, so hat man wieder:

$$J' a \cos^2 \alpha' = i a' \sin^2 \alpha'$$

und folglich:

$$\frac{J'}{J} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha'}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Die Empfindlichkeit des Photometers hängt demnach von der Genauigkeit ab, mit der wir zu beurtheilen vermögen, ob zwei Flächen gleich hell sind; Helligkeitsunterschiede erkennen wir aber am besten, wenn die Flächen unmittelbar an einander grenzen und bis zur Grenze gleichmässig erleuchtet sind. Die erste Bedingung lässt sich durch den Apparat leicht herstellen. Ist d der Abstand der Bilder der Spalthälften, wie sie von der Linse des Collimatorrohrs entworfen werden, vom Wollaston'schen Prisma, δ der Winkel zwischen den beiden aus dem Prisma austretenden Strahlen, in die ein einfallender Strahl zerlegt wird, und e die scheinbare Entfernung des unteren Randes der oberen Spalthälfte von dem oberen Rande der unteren, so werden sich die einander zugekehrten Bilder der beiden Spalthälften berühren, wenn:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{e}{d}$$

ist.

Der Winkel δ hängt von der Wellenlänge des auffallenden Lichtes ab, er wächst mit dem Brechungsexponenten. Bei einer bestimmten Einstellung wird die Berührung daher immer nur für eine Farbe des Spectrums möglich sein, die Spaltbilder brechbareren Lichtes werden zum Theil übereinander greifen, die weniger brechbaren sich noch nicht berühren. Die Breite des geschwärzten Messingstreifens, der vor der Mitte des Spaltes befestigt ist, ist nun so gewählt, dass sich für eine mittlere Farbe des Spectrums die Bilder der beiden Spalthälften berühren, wenn der Spalt um die Brennweite von der Collimatorlinse entfernt ist. Nähere ich von dieser Stellung aus den Spalt der Collimatorlinse, so wächst $\frac{e}{d}$; die vorher sich berührenden Spaltbilder werden jetzt übereinandergreifen und brechbarere Theile der Spectren zur Berührung kommen. Das Umgekehrte findet statt, wenn man den Spalt von der Linse entfernt, und so kann man jede Stelle der beiden Spectren, an der man zu beobachten wünscht, zur Berührung bringen.

Die zweite Bedingung für genaue photometrische Messungen, die gleichbleibende Helligkeit der aneinandergrenzenden Flächen bis zur Grenze hin, setzt einmal sehr reine Spectren voraus. Da das Wollaston'sche Doppelprisma Lichtbündel verschiedener Farbe um verschiedene Winkel ablenkt, so sind bei sehr unreinen Spectren die brechbareren von den an einer Stelle sich deckenden Farben in der Längsrichtung des Spaltes merklich mehr verschoben und die Ränder erscheinen daher verwaschen. Scharf begrenzte, nicht durch Zerstreuungskreise undeutliche Ränder werden aber auch sehr reine Spectren nur dann haben, wenn das von einem leuchtenden Punkt des Spaltes ausgehende Licht auch nach den Brechungen durch die Prismen homocentrisch bleibt und die vom Wollaston'schen Doppelprisma entworfenen beiden Bilder des Spaltes

gleich weit vom Auge entfernt sind. Ein von einem leuchtenden Punkt im Spalt ausgehendes, sehr dünnes Lichtbündel hat nun nach seinem Durchgange durch das Wollaston'sche Doppelprisma zwei zu einander senkrechte Focalebenen (Kummer, Berl. Monatsber. 1860, p. 469), von denen die eine parallel der Längsrichtung des Spaltes ist. Die Brennweiten der in ihnen liegenden Strahlen findet man, wenn man zwei einen unendlich kleinen Winkel bildende Strahlen rückwärts auf ihrem Gange durch die Prismen verfolgt und die Aenderung bestimmt, die dieser Winkel durch die Brechungen in den Prismen erleidet. Eine kurze Rechnung ergibt, dass sich der Winkel zwischen zwei Strahlen, die in einer durch die Axe des Bündels gehenden und den brechenden Kanten der Prismen parallelen Ebene liegen, bis auf unendlich kleine Grössen zweiter Ordnung durch ihren Durchgang durch die Prismen nicht ändert. Die Brennweite in einer zur Längsrichtung des Spaltes senkrechten Ebene ist daher der ursprünglichen Entfernung des leuchtenden Punktes gleich. Es gilt dies sowohl für dasjenige austretende Strahlenbündel, welches im ersten Prisma ordentlich, im zweiten ausserordentlich gebrochen wird, als für das erst ausserordentlich, dann ordentlich gebrochene. In diesem Brennpunkte ist der Querschnitt des Strahlenbündels eine der Längsrichtung des Spaltes parallele Linie. Ist r der Abstand des leuchtenden Punktes, ϱ_1 und ϱ_2 die Brennweiten der in den Focalebenen liegenden Strahlen und b die Höhe des Wollaston'schen Prismas, so ist die Länge dieser Linie $\frac{b(\varrho_2 - \varrho_1)}{\varrho_2}$. Die von der Collimatorlinse entworfenen Spaltbilder liegen nun stets sehr weit vom Prisma entfernt, und daher erscheint diese kleine Linie — die eine Brennweite ist etwa um $\frac{1}{163}$ grösser als die andere — auch durch ein vergrösserndes Fernrohr betrachtet nur als ein Punkt.

Somit können wir das Beobachtungsfernrohr auf die beiden vom Wollaston'schen Prisma entworfenen Bilder jeder Spalthälfte zugleich scharf einstellen und die anein-

andergrenzenden Bilder werden bis zur Berührungslinie gleich hell sein, wenn die Spalthälften gleichmässig beleuchtet und dem Brennpunkt der Collimatorlinse nahe sind. Directe Beobachtungen am Photometer mit breitem Spalt und Natronlicht entsprachen dem denn auch.

Der geschwärzte Messingstreifen vor der Mitte des Spaltes dient dazu, dass diese gleichmässige Beleuchtung der beiden Spalthälften auch erhalten bleibt, wenn absorbirende Flüssigkeiten vor die eine Spalthälfte gebracht werden. Man füllt dazu das Gefäss so weit, dass die an der Wand emporsteigende Flüssigkeitsschicht, die das durchgehende Licht in verschiedener Höhe verschieden schwächt, grade vor den Messingstreifen kommt. Seine Breite von 4—5 Mm. ist hinreichend, sie ganz zu decken, und so bleiben die aneinandergrenzenden Spectren bis zur Berührungslinie gleich und die Messungen genau, auch wenn eine absorbirende Flüssigkeit vor der einen Spalthälfte ist.

Um Messungen auszuführen, stelle man das Ocular des Beobachtungsfernrohres so ein, dass der Spalt der Ocularblendung deutlich erscheint, befestige es dann durch die oben und unten an ihm befindlichen kleinen Schraubenköpfe in dem die Blendung tragenden Rohre und verschiebe beide durch das seitlich angebrachte Zahnradgetriebe soweit, dass man den Spalt des Collimatorrohres deutlich sieht. Man löse dann die Schraube *s* (Taf. III Fig. 2) und drehe durch sie das Wollaston'sche Prisma so lange, bis die Fraunhofer'schen Linien des Spectrums der einen Spalthälfte in die Verlängerung der entsprechenden Linien des anderen Spectrums fallen; in dieser Stellung ziehe man die Schraube *s* fest an. Man schiebe hierauf die Platten der Ocularblendung in die Mitte des Gesichtsfeldes, so dass zwischen ihnen ein Spalt von 3—4 Mm. scheinbarer Breite bleibt und befestige sie in dieser Stellung durch die an ihnen befindlichen kleinen Schraubenköpfe. Eine Drehung der am Objectiv des Beobachtungsfernrohres seitlich angebrachten Schraube bringt dann die Stelle des Spectrums, an der man zu beobachten wünscht, in den

Spalt der Ocularblendung. Ist zwischen den beiden Spectren an dieser Stelle ein dunkler Zwischenraum oder greifen sie zum Theil übereinander, so nähert oder entfernt man den Spalt am Collimatorrohr von der Collimatorlinse und stellt das Beobachtungsfernrohr von neuem ein, bis sie sich berühren. Ist dann i die Helligkeit der oberen Spalthälfte, i' die der unteren, α der Winkel, um den das Nicol gedreht werden musste, um beide Spectren gleich hell zu machen, von der Stellung aus gerechnet, in der es das Bild der unteren Spalthälfte auslöscht, und sind a und a' zwei Coefficienten, die die Schwächung bezeichnen, welche die beiden zu vergleichenden Lichtbündel im Apparat erleiden, so ist:

$$\frac{i}{i'} = \frac{a'}{a} \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Das Verhältniss $\frac{a'}{a}$ lässt sich in der Weise bestimmen, dass man nach dem Vorgange von Wild das Photometer auf einen weissen, durch Sonnenlicht gleichmässig erleuchteten Schirm richtet und die beiden Spectren auf gleiche Helligkeit bringt. Ist α' der Drehungswinkel des Nicols, wieder von der oben angegebenen Lage aus gerechnet, bei dem sie gleich hell sind, so ist:

$$\frac{a'}{a} = \operatorname{ctg}^2 \alpha'.$$

Der aus dem Nicol'schen Prisma austretende Strahl fällt im allgemeinen weder mit der Drehungsaxe des Prismas zusammen, noch liegen beide in dem Hauptschnitt der hinteren Hälfte des Nicols, es sind daher die abgelesenen Drehungen nicht die Drehungen der Polarisationsebene des austretenden Strahls. Um diese zu erhalten, muss man, wie Bakhuyzen (Pogg. Ann. CXLV. p. 259) gezeigt hat, das Mittel aus zwei Bestimmungen in gegenüberliegenden Quadranten nehmen. Man wiederhole daher jede Einstellung nach einer Drehung des Nicols um 180° und nehme aus beiden Bestimmungen das Mittel; die Dif-

ferenzen dieser Mittel geben dann die Drehung der Polarisationsebene des austretenden Strahls an.

Will man mit dem Apparat den Absorptionscoefficienten eines Körpers bestimmen, so wende man paralleles Licht an, benutze also entweder Sonnenlicht oder stelle die Lampe in den Brennpunkt einer Linse. Eine solche Bestimmung setzt nämlich voraus, dass die zu der einen Spalthälfte kommende Lichtmenge nur durch die Reflexion oder Absorption des eingeschalteten Körpers geändert wird, und das findet nur bei parallelem Licht statt. Bei convergentem Licht vergrössert die Brechung in dem absorbirenden Körper die zum Spalt kommende Lichtmenge und lässt die Menge des absorbirten Lichtes zu klein erscheinen, wenn man ihren Einfluss nicht in Rechnung zieht.

Der Apparat lässt sich auch mit geringen Abänderungen für die photometrische Vergleichung der Spectren der Himmelskörper benutzen und Hr. Dr. Vogel hat auf der Sonnenwarte in Potsdam einen derartigen Apparat in Gebrauch. Zur Beobachtung lichtschwacher Sterne empfiehlt sich vielleicht eine Combination der beschriebenen photometrischen Vorrichtung mit dem von Zöllner (K. sächs. Ges. d. Wiss. April 1874) angegebenen Ocularspectroscop. Mit einem kleinen Browning'schen Taschenspectroscop habe ich eine solche Zusammenstellung ausführen lassen und Messungen mit dem kleinen Apparat anstellen können.

Die Herstellung des Photometers, das sehr sorgfältig geschliffene Nicol'sche und Wollaston'sche Prismen aus sehr homogenem Material erfordert, haben die Herren Franz Schmidt und Haensch in Berlin übernommen. Die Mittheilung einer Reihe von Beobachtungen, die ich mit dem Apparat angestellt habe, behalte ich mir für eine nächste Arbeit vor.

Berlin, den 10. Mai 1877.

IV. *Ueber die electrische Influenz auf nichtleitende feste Körper; von A. Wüllner.*

(Aus den Sitzungsberichten der K. b. Akademie zu München von Hrn. Verfasser mitgetheilt.)

(Fortsetzung von S. 275.)

13.

Ich habe besonders die Ebonitplatten, deren ich 6 von verschiedener Dicke gleichzeitig aus derselben Fabrik bezogen hatte, benutzt, um einen etwaigen Einfluss der Dicke auf die Grösse und den Gang der Influenz in den Isolatoren zu untersuchen. Die Platten hatten folgende Dicken:

Platte	VI.	15.30 Mm.
„	V.	10.41 „
„	IV.	8.36 „
„	III.	3.53 „
„	II.	2.24 „
„	I.	1.12 „

Die Beobachtungen mit dem Sinuselectrometer wurden theils so angestellt, dass die Collectorplatte auf den Ebonitplatten auflag, theils dass sie in geringer Entfernung von 0.294 oder 0.588 Mm. darüber schwebte. Die Uebereinstimmung der unter diesen verschiedenen Umständen an einer und derselben Platte berechneten Werthe von α bietet eine Controle für die Beobachtungen.

In den nachfolgenden Tabellen gebe ich die in 6 Beobachtungsreihen, welche im December 1875, Januar und Februar 1876 angestellt sind, für die Ebonitplatten III—VI gefundenen Werthe von α. Die erste Columne enthält die Zeit in Minuten, für welche der betreffende Werth von α gilt, die folgenden diese Werthe, wie sie bei den über den betreffenden Columnen angegebenen Abständen der Collectorplatte erhalten wurden.

Tabelle I. Ebonitplatte VI.

Zeit in Minuten.	Abstand der Collectorplatte.					
	0.00 Mm.	0.294 Mm.			0.588 Mm.	
1	0.5364	0.5684	0.4986	0.5684	0.5352	0.5737
2	0.5514	0.5972	0.5206	0.5999	0.5611	0.6064
3	0.5577	0.6183	0.5300	0.6267	0.5848	0.6232
4	0.5770	0.6405	0.5502	0.6535	0.6064	0.6370
6	0.5881	0.6634	0.5715	0.6836	0.6294	0.6611
8	—	0.6823	0.5860	0.7112	0.6483	0.6813
12	0.6121	0.7152	0.6047	0.7458	0.6877	0.7129
16	0.6292	0.7384	0.6226	0.7636	0.6955	0.7300
20	0.6419	0.7543	0.6389	0.7729	0.7125	0.7495
24	0.6535	0.7727	0.6521	—	0.7317	0.7576
28	0.6588	0.7845	0.6613	0.7880	—	0.7713
32	0.6687	—	0.6655	—	0.7420	0.7769
36	0.6751	0.7909	0.6784	—	0.7508	—
40	0.6839	0.7952	0.6868	0.7994	0.7568	0.7842
52	0.7029	—	0.7062	—	—	—

Tabelle II. Ebonitplatte V.

Zeit in Minuten.	Abstand der Collectorplatte.					
	0.00 Mm.	0.294 Mm.			0.588 Mm.	
1	0.5295	0.5688	0.5354	0.5367	0.5738	0.5756
2	0.5610	0.6023	0.5533	0.5625	0.5932	0.6025
3	0.5755	0.6222	0.5644	0.5781	0.6068	0.6162
4	0.5889	0.6405	0.5872	0.5840	0.6178	0.6191
6	0.6088	0.6639	0.5971	0.6030	0.6344	0.6384
8	0.6270	0.6815	0.6263	0.6243	0.6484	0.6503
12	0.6596	0.7134	0.6531	0.6544	0.6657	0.6757
16	0.6729	0.7348	0.6795	—	0.6774	0.6874
20	0.6877	0.7476	0.7034	0.7054	0.6894	0.6928
24	0.7001	0.7542	0.7126	—	0.7012	—
28	0.7123	0.7690	0.7292	0.7300	0.7083	—
32	0.7231	0.7818	0.7353	0.7400	0.7192	0.7250
36	0.7287	0.7856	0.7420	—	0.7247	—
40	0.7350	0.7949	0.7490	0.7500	0.7291	0.7400

Tabelle III.

Ebonitplatte IV.

Zeit in Minuten.	Abstand der Collectorplatte.			
	Mm. 0.00	Mm. 0.294		Mm. 0.588.
1	0.5599	0.6691	0.5589	0.5776
2	0.5732	0.7098	0.5704	0.5973
3	0.5828	0.7279	0.5836	0.6150
4	0.5937	0.7466	0.5945	0.6155
6	0.6118	0.7778	0.6126	0.6320
8	0.6243	0.7955	0.6289	0.6565
12	0.6412	0.8289	0.6591	0.6726
16	0.6490	0.8547	0.6650	0.6870
20	0.6616	—	0.6954	0.6967
24	0.6694	—	0.7030	0.7058
28	0.6761	—	0.7146	0.7207
32	0.6765	—	0.7237	0.7265
36	0.6838	—	0.7330	0.7308
40	0.6860	—	0.7397	0.7358

Tabelle IV.

Ebonitplatte III.

Zeit in Minuten.	Abstand der Collectorplatte.			
	Mm. 0.294		Mm. 0.588	
1	0.5847	0.6194	0.5896	0.5742
2	0.6057	0.6335	0.6116	0.5862
3	0.6218	0.6496	0.6173	0.5965
4	0.6283	0.6617	0.6261	—
6	0.6453	0.6732	0.6422	0.6216
8	0.6659	0.6865	0.6533	0.6425
12	0.6774	0.7077	0.6607	0.6551
16	0.6818	0.7232	0.6771	0.6682
20	0.6950	0.7400	0.6965	0.6839

14.

Vergleicht man zunächst die für ein und dieselbe Platte erhaltenen Werthe für α, so findet man in den für gleiche Zeiten bei jeder der 4 Platten bestimmten Werthen von α ziemlich beträchtliche Unterschiede, welche bei der Platte VI bis auf 0.2 des mittleren Werthes von α reichen, bei Platte IV einen noch bedeutend höheren Betrag erreichen. Dass diese Unterschiede nicht etwa durch einen Fehler in der Bestimmung der Constanten des Apparates begründet sind, ergibt sich, abgesehen von der Grösse der Unterschiede, daraus, dass die Unterschiede bei gleicher Lage der Collectorplatte in jeder Tabelle ebenso gross sind, als diejenigen, welche bei den verschiedenen Lagen derselben erhalten sind. Bei gleicher Lage der Collectorplatte ändert sich aber nur der Werth des Quotienten B, in welchem, wie vorher gezeigt wurde, Fehler von solcher Grösse nicht möglich sind, die nothwendig wären, um derartige Unterschiede zu erklären.

Wir müssen daher schliessen, dass der Gang der Influenz bei einer und derselben isolirenden Platte in der That zu verschiedenen Zeiten ein sehr verschiedener sein kann. Als einen wesentlichen Grund dieser Verschiedenheit gab sich der Feuchtigkeitszustand der Luft zu erkennen, indem die Werthe von α stets rascher wachsen, wenn die Luft feuchter ist.

Den Nachweis hierfür lieferte der Gang der Versuche selbst, indem die Zunahme von α mit der Zeit stets dann ein rascherer war, wenn auch der Electricitätsverlust ein grösserer war. Es genügt das an einzelnen Beispielen zu zeigen. Bei Platte VI zeigen die zweite und dritte Columne den grössten Unterschied in den gleichzeitigen Werthen von α. Bei der Versuchsreihe, welche die Columne 2 lieferte, nahm der Werth des Potentials auf der Collectorplatte während der Dauer des Versuches ab von 0.9635 auf 0.6602; bei der in Columne 3 dargestellten Versuchsreihe in der beträchtlich grösseren Zeit nur von 0.9769 auf 0.8335.

Einen noch grösseren Unterschied zeigen die Reihen 2 und 3 der Tabelle III für die Platte IV. Bei der zweiten Reihe für die Platte IV nahm der Werth des Potentials in 12 Minuten von 0.8871 ab auf 0.6275, bei der in der folgenden Columne dargestellten Reihe dagegen in 40 Minuten nur von 0.9257 auf 0.8043.

Man ist geneigt, diesen Unterschied auf eine mehr oder weniger starke Leitung der Oberflächen der Isolatoren zu schieben, welche durch eine Condensation der Luftfeuchtigkeit bedingt wird, da die Temperatur, bei welcher die den einzelnen Platten angehörigen Werthe gefunden wurden, immer sehr nahe die gleiche war, etwa 18° C., die Temperatur, bis zu welcher der Raum meines Laboratoriums ziemlich constant geheizt ist.

Man muss dann für alle von mir untersuchten Isolatoren einen ziemlich gleichen Einfluss der condensirten Feuchtigkeit auf die Oberflächenleitung annehmen, da sich bei allen ähnliche Unterschiede in dem Verlaufe der Influenz zeigen; weiter auch muss diese Condensation ziemlich schnell erfolgen, denn die Unterschiede zeigten sich auch, wenn man die Platten vorher in einem durch wasserfreie Phosphorsäure getrockneten Raume aufbewahrt hatte. Ausserdem müssen dann aber auf diese Oberflächenleitung noch andere nicht erkennbare Einflüsse von Bedeutung sein, da selbst bei gleichem, an der gleichen Schnelligkeit des Electricitätsverlustes erkennbarem Feuchtigkeitszustande der Luft sich Unterschiede in dem Gange der Influenz bemerklich machen.

Trotz dieses Unterschiedes in dem Gange der Influenz ist, wie die vorigen Tabellen zeigen, der anfängliche Werth der Influenz nicht sehr verschieden, und ebenso werden wir erkennen, dass der schliesslich erreichbare Werth nicht davon beeinflusst wird.

15.

Vergleicht man ferner die Werthe von α für die 4 Platten, deren dickste eine mehr als vierfache Dicke als

die dünnste hat, so erkennt man unmittelbar, dass die für die verschiedenen Platten erhaltenen Werthe von α nicht mehr von einander abweichen als die für eine Platte erhaltenen. Es tritt das besonders deutlich hervor, wenn man die für die verschiedenen Platten aus obigen Beobachtungsreihen sich ergebenden den gleichen Zeiten entsprechenden Mittelwerthe von α zusammenstellt. Folgende Tabelle zeigt, wie wenig die Mittelwerthe von einander abweichen, besonders die für die beiden ersten Platten, für deren jede 6 Reihen zu Gebote standen, trotz der grossen in den einzelnen Reihen vorhandenen Unterschiede. Es erklärt sich das eben dadurch, dass die Beobachtungen alle in dem gleichen Zeitraume angestellt sind, so dass die äusseren Einflüsse alle Platten nahezu gleichmässig trafen.

Tabelle V.

Mittelwerthe von α für die verschiedenen Platten.

Zeit in Minuten.	Werthe von α für Platte			
	VI	V	IV	III
1	0.5468	0.5533	0.5911	0.5920
2	0.5728	0.5791	0.6126	0.6092
3	0.5901	0.5939	0.6298	0.6213
4	0.6108	0.6062	0.6375	0.6303
6	0.6329	0.6244	0.6585	0.6456
8	0.6515	0.6430	0.6763	0.6641
12	0.6794	0.6703	0.6979	0.6752
16	0.6966	—	0.7114	0.6876
20	0.7116	0.7060	—	0.7039
24	0.7246	—	—	—
28	0.7334	—	—	—
32	—	0.7374	—	—
36	—	0.7400	—	—
48	0.7510	0.7497	—	—

Trotz der in der That nahen Uebereinstimmung der Werthe für α ist indess nicht zu verkennen, dass die für

die ersten Minuten erhaltenen Werthe von α für die dünneren Platten die grösseren sind, dass erst etwa von der 8. Minute ab die Werthe wirklich gleich werden. Das zeigt sich ebenso, wenn man die Werthe von α für die beiden noch dünneren Platten I und II hinzufügt. Für diese musste man sich begnügen, die Werthe von α für die erste und eine oder einige späteren Zeiten zu bestimmen, da die Ablenkungen am Sinuselectrometer schon sofort nach dem Niederlassen der Collectorplatte nur 2°—3° betrugen; es war deshalb bei der mit dem Sinuselectrometer erreichbaren Genauigkeit ein stetiges Verfolgen der Influenz bei diesen Platten nicht durchzuführen. Die so für die beiden Platten erhaltenen Werthe waren folgende:

Tabelle VI.

Werthe von α für Platte II und I.

Zeit.	Werthe von α.				
	Platte II.				
1′	0.6514	0.6218	0.6035	0.6356	0.6281
35′	—	—	0.6707	—	—
40′	—	—	—	—	0.6950
	Platte I.				
0′	0.6059	0.5076	0.6074	0.6140	0.6129
53′	—	—	0.6789	—	—
55′	—	—	—	0.7393	—

Der der ersten Minute entsprechende Mittelwerth für Platte II ist 0.6281, für Platte I 0.6063. Hier gibt also die dickere Platte einen etwas grösseren Werth, während der für die dünnere Platte erhaltene nur wenig grösser ist als der für Platte III erhaltene.

Sehen wir von Platte II ab, so ist ein Wachsthum der Werthe α mit abnehmender Plattendicke unverkennbar.

Dasselbe gaben die nach der zweiten Methode unter gleichen Verhältnissen gefundenen Werthe zu erkennen. Eine Anzahl für die verschiedenen Platten in den Tagen vom 12. bis 18. Mai 1876 bestimmter Werthe ergaben im Mittel für die Dauer der Influenz von 10 Secunden:

Platte VI.	$\alpha = 0.5881$	Platte III.	$\alpha = 0.6036$
„ V.	$\alpha = 0.5930$	„ II.	$\alpha = 0.6263$
„ IV.	$\alpha = 0.6042$	„ I.	$\alpha = 0.6135$

Dass diese Werthe trotz der kürzer dauernden Influenz zum Theil etwas grösser sind als die vorher für 1 Minute angegebenen Werthe, zeigt den im §. 6 erwähnten Einfluss des Abströmens der Electricität von den die Collectorplatte tragenden Glasstäbchen.

Diese Verschiedenheit der Werthe α verschwindet indess mit wachsender Zeit, indem für die dickeren Platten die Zunahme von α anfänglich eine etwas raschere ist als für die dünneren; von der 6. oder 8. Minute ab lässt sich ein Einfluss der Plattendicke nicht mehr erkennen. Diese nach einiger Zeit eintretende Gleichheit von α zeigt sich auch, wenn man nach der zweiten Methode die Influenz eine sehr lange Zeit, nämlich 3 Stunden, wirken lässt. Der Werth α wächst dann, wie schon hier erwähnt werden mag, sehr stark und nähert sich sehr der Einheit. Es ergab sich für:

Platte VI.	Platte V.	Platte IV.	Platte III.	Mittel.
$\alpha=0.9561$	$\alpha=0.9486$	$\alpha=0.9424$	$\alpha=0.9468$	$\alpha=0.9486$.

Dieser Gang der Werthe von α beweist, dass in den Isolatoren, wie es die Theorie der Influenz verlangt, die Influenz von der Dicke der Platten unabhängig ist. Die Potentialtheorie zeigt, dass bei einem plattenförmigen Condensator die scheidende Kraft zwischen den Platten unabhängig von deren Abstand überall den gleichen Werth hat. Ist h die Dichtigkeit der Electricität in der Collectorplatte und δ der Abstand der Collector- und Condensatorplatte, so ist das Potential in einem Abstande x von der Collectorplatte zwischen den Platten:

$$V_x = 4\pi h(\delta - x),$$

somit die scheidende Kraft:

$$\mp \frac{dV_x}{dx} = \pm 4\pi h.$$

Es gilt das mit aller Strenge jedoch nur für Platten von solcher Grösse, dass der Abstand δ gegen den Durchmesser der Platten verschwindend klein ist. Bei begrenzten Platten, bei denen der Abstand einen im Verhältniss zu den Plattengrössen nicht sehr kleinen Werth hat, muss sich der Einfluss der Ränder bemerklich machen, durch welchen die Scheidungskraft etwas kleiner werden muss. Deshalb muss im Anfange die Influenz in einer dickeren Platte etwas kleiner sein. Ist aber der Isolator electrisch, so wirkt dessen Electricität der Influenz im Isolator entgegen, und um so mehr, je grösser α schon ist. Das Potential geht über in:

$$V_x = 4\pi h (1 - \alpha)(\delta - x),$$

und die scheidende Kraft in:

$$\frac{d V_x}{d x} = \pm 4\pi h (1 - \alpha).$$

Daraus folgt dann, dass die Influenz in den dickeren Platten anfänglich etwas rascher wachsen muss, wie in den dünneren, ein Unterschied, der um so mehr verschwinden muss, je stärker die Influenz in dem Isolator wird, je grösser α, je mehr sich also das Potential in dem Isolator dem Werthe Null nähert, den es überall haben würde, wenn der Isolator bis zu derselben Stärke influenzirt würde, wie ein Leiter, α also den Werth Eins annähme.

Es folgt somit unzweideutig, dass die Influenz in den Isolatoren bei gleicher influenzirender Kraft von der Dicke der Isolatoren unabhängig ist. Der von Kohlrausch, sowie von Hrn. von Bezold beobachtete Einfluss der Glasdicke auf die Rückstandsbildung resp. die Abnahme der disponibeln Ladung ist somit anderen Umständen zuzuschreiben, bei Kohlrausch der verschiedenen Beschaffenheit der Gläser, bei Hrn. von Bezold dem während der Versuche bei den dünneren Platten stattfindenden

stärkeren Verlust an Electricität, ein Umstand, auf den schon Clausius[1]) hingewiesen hat.

Ueber die Abhängigkeit der Influenz in den Isolatoren von der Zeit.

16.

Die in den letzten §§. für den Ebonit mitgetheilten Zahlen beweisen schon, dass die Influenz in den Isolatoren mit der Zeit stetig erst rascher, dann immer langsamer wächst, und dass sie schliesslich sich einem bestimmten Werthe anzunähern scheint, der bei dem Ebonit indess kleiner ist, als der Werth, den die Influenz in einem Leiter erreicht. Vor einer genaueren Besprechung der Frage wird es aber gut sein, erst die an den anderen Isolatoren erhaltenen Resultate kennen zu lernen. Ich theile zunächst die an den Schwefelplatten gemachten Beobachtungen mit, welche ich an diejenigen mit Ebonit anschloss, weil der Schwefel als ein vorzüglicher Repräsentant eines reinen Dielectricums gilt, und weil es mir bei einzelnen früheren Beobachtungen schien, als wenn die Influenz im Schwefel nur wenig mit der Zeit zunähme.

Die Dicke der hauptsächlich untersuchten Schwefelplatte war fast genau gleich der von Ebonitplatte V, nämlich 10.34 Mm. im Mittel aller nur 0.06 Mm. differirender Messungen. Sie möge als Schwefelplatte I bezeichnet werden; die Schwefelplatte II, welche, wie die erste, den gleichen Durchmesser wie die leitenden Platten besass, hatte eine Dicke von 5.14 Mm. und die dritte Schwefelplatte III, deren Durchmesser mehr als doppelt so gross war, eine Dicke von 16 Mm.

Nur die erste Platte ist mit dem Sinuselectrometer untersucht worden; sie lag dabei, um eine etwaige Oberflächenleitung möglichst zu eliminiren, nicht direct auf der abgeleiteten Condensatorplatte, sondern auf drei auf die-

1) Pogg. Ann. CXXXIX. p. 278.

selbe aufgesetzten Schellacktröpfchen, so dass die untere Fläche der Schwefelplatte 0.59 Mm. von der oberen Fläche der Condensatorplatte entfernt war. Die Collectorplatte schwebte 0.295 Mm. über der Schwefelplatte.

Folgende Tabelle enthält zwei an dieser Platte gemachte Beobachtungsreihen, angeordnet wie die früheren.

Tabelle VII.

Schwefelplatte I.

Zeit.	Werth von α.		Zeit.	Werth von α.	
0′ 20″	0.5914	0.5754	6′	0.6083	0.6762
40″	0.5886	0.5900	8′	0.6109	0.6852
1′	0.5900	0.6060	12′	0.6222	0.7185
2′	0.5941	0.6299	24′	0.6255	—
3′	0.5990	0.6488	36′	0.6323	—
4′	0.6024	0.6632	40′	0.6341	—

Von den beiden Reihen wurde die erste am 25. Februar, die andere am 2. März 1876 erhalten; die Unterschiede beider Reihen sind ähnliche, wie sie beim Ebonit vorkommen, bei der ersten Reihe wächst α in 40 Minuten nur äusserst wenig, wie wenn in der That der Schwefel nahezu ein reines Dielectricum im Sinne der Auffassung von Faraday wäre, bei der zweiten ist dagegen das Wachsthum ein ziemlich beträchtliches. Der Unterschied bei beiden Reihen war wieder der, dass bei der zweiten die Luft ziemlich feucht, bei der ersten dagegen sehr trocken war. Die Abnahme des Potentials ging bei der ersten Reihe in 40′ von 0.9609 bis zu 0.8029, während bei der zweiten Reihe das Potential der Collectorplatte in 12 Minuten von 0.9470 auf 0.5912 herabsank. Ich mache dabei darauf aufmerksam, dass der in jeder Reihe als letzter angegebene Werth mindestens dieselbe Sicherheit hat, als der erste, da er aus einem Werth von B abgeleitet ist, der der

Quotient aus dem in der letzten Minute beobachteten Potentiale der über dem Isolator schwebenden Collectorplatte und dem unmittelbar nachher an der aufgezogenen beobachteten ist.

17.

Bei den mit der Schwefelplatte I nach der zweiten Methode durchgeführten Versuchen lag die Schwefelplatte direct auf der abgeleiteten Condensatorplatte, die Collectorplatte schwebte über derselben in einem Abstande von 0.295 Mm. Die Werthe von α ergaben sich also aus der Relation:

$$\alpha = a \cdot \frac{10.635}{10.340}.$$

und a aus der Gleichung:

$$a = \frac{B - A}{B - 0.7775}.$$

Den Werth von A gaben 15 im Laufe der Beobachtungen von Zeit zu Zeit gemachte Bestimmungen zu:

1.456	1.438	1.461	1.488	1.466
1.437	1.445	1.468	1.482	1.471
1.459	1.476	1.450	1.453	1.473

also im Mittel aus allen Beobachtungen:

$$A = 1.461.$$

Die nächstfolgenden Tabellen geben alle an dieser Schwefelplatte gemachten Beobachtungen, bei denen eine Ladungsdauer von 10″ angewandt wurde, in der Reihenfolge, in welcher sie angestellt wurden. Columne I gibt den Tag der Beobachtung, Columne II gibt an, welche Lage die Platte hatte, das heisst, welche Seite die der Collectorplatte zugewandte war, wobei eine Lage als die normale bezeichnet ist. Columne III gibt das Vorzeichen der zur Ladung der Collectorplatte benutzten Electricität, Columne IV die direct beobachteten Werthe von B, die Quadratwurzeln aus den Quotienten der jedesmaligen Tor-

sionen, welche die Nadel des Electrometers auf 10° stellte, wenn das Electrometer mit der aufgezogenen Collectorplatte verbunden gewesen war, dividirt durch die, welche das Potential des Batteriepoles maass. Columne V gibt endlich die daraus und aus den obigen Angaben berechneten Werthe von α.

Die jedesmal zwischen zwei horizontalen Strichen eingeschlossenen Beobachtungen wurden unmittelbar nach einander angestellt, wobei jeder Versuch etwa eine Viertelstunde in Anspruch nahm. Solange in den aufeinanderfolgenden Versuchen bei gleicher Lage der Platte dieselbe Electricität zur Ladung der Collectorplatte angewandt wurde, überzeugte man sich vor jedem Versuche, dass die Schwefelplatte nicht electrisch war, indem man die nichtgeladene Collectorplatte bis zu der stets angewandten Entfernung von der Schwefelplatte herabliess, dann ableitend berührte und, während sie mit dem Electrometer in Verbindung war, nach aufgehobener Berührung emporzog. Konnte man dann im Electrometer keine Ladung erkennen, so bewies das, dass die Schwefelplatte nicht electrisch war, oder genauer, dass das electrische Potential der Schwefelplatte in der Collectorplatte nicht messbar war, was für unsere Versuche dieselbe Bedeutung hat. Liess sich bei diesem Versuche im Electrometer auch nur eine Spur von Electricität erkennen, so wurde die Schwefelplatte durch die Flamme eines Bunsen'schen Brenners gezogen, bis sie in der angegebenen Weise geprüft, unelectrisch gefunden wurde. Die in der letzten Columne stehende Bemerkung „Flamme“ bedeutet, dass vor dem nebenstehenden Versuche die Platte durch die Flamme gezogen war.

Um eine Vorstellung von der Grösse der zur Bestimmung von B gemessenen Torsionen des Glasfadens zu geben, bemerke ich, dass das Potential des Batteriepoles bei Anwendung der 12 Meidinger'schen Elemente durch eine Torsion von etwa 60° gemessen wurde. Dem Werthe $B = 2.270$ entspricht dann eine Torsion von 366° nach dem Aufziehen der Collectorplatte, dem Werthe $B = 3$ eine

Torsion von 540°, dem Werthe $B = 3.5$ eine Torsion von 735° u. s. f.

Tabelle VIII.

Schwefelplatte I, stets 10'' influenzirt.

Zeit.	Lage der Platte.	Vorzeichen der Ladung.	B	α	Bemerkungen.
1876 Mai 20. Vorm.	normal	—	2.470	0.6132	
"	"	—	2.626	0.6483	
"	"	—	3.051	0.7193	Flamme
Mai 20. Nachm.	normal	—	2.652	0.6535	
"	"	—	2.785	0.6737	
"	"	—	2.898	0.6917	
"	umgekehrt	—	2.707	0.6643	Flamme
"	normal	—	2.840	0.6877	
"	"	—	2.829	0.6859	
"	"	—	2.596	0.6420	$1^1/_2$ Stunde später
"	"	+	2.652	0.6535	
"	"	—	2.623	0.6477	
"	"	—	2.899	0.6969	Flamme
Mai 22. Vorm.	normal	—	2.587	0.6382	
"	"	—	2.743	0.6709	
"	"	—	2.828	0.6859	
"	"	—	2.832	0.6865	
"	"	—	2.925	0.7028	Flamme
"	"	—	2.883	0.6947	
"	"	—	2.885	0.6952	Flamme
"	"	—	3.039	0.7178	Flamme
"	"	—	3.000	0.7123	
"	"	+	2.969	0.7078	
Mai 22. Nachm.	"	—	2.679	0.6589	

18.

Die in vorstehender Tabelle VIII mitgetheilten Zahlen zeigen einen durchaus unerwarteten Verlauf; anstatt, wie man erwarten sollte, constant zu sein, nehmen die Werthe für B und damit für α, welche bei aufeinanderfolgenden Versuchen erhalten wurden, im grossen und ganzen stetig zu, und werden im allgemeinen um so grösser, je öfter man den Versuch ohne Zwischenzeit wiederholt. Ueberlässt man dann aber die Platten eine Zeit lang sich selbst, so wird B wieder kleiner und damit sinkt der Werth von α wieder hinab. Es ist gerade, wie wenn durch eine mehrfach wiederholte Influenzirung die Electricität in dem nichtleitenden Schwefel beweglicher würde und deshalb bei gleicher Dauer der Influenz immer stärker auseinander ginge. Ueberlässt man die Schwefelplatte sich selbst einige Zeit hindurch, so würde die Beweglichkeit wieder abnehmen.

Dass diese Zunahme von B nicht etwa einem Herabsinken der Collectorplatte oder einer Zunahme des Potentials am Batteriepole zuzuschreiben ist, davon überzeugte man sich stets, indem man die Abstände controlirte, ebenso das Potential der Batterie jedesmal beobachtete und ferner von Zeit zu Zeit den Werth von A bestimmte.

Man konnte indess bei obigen Versuchen noch vermuthen, da bei denselben mit nur zwei Ausnahmen stets dieselbe Electricitätsart zur Ladung angewandt ist, dass trotz der vor jedem Versuche vorgenommenen Prüfung der Platte, in derselben eine gewisse bleibende Vertheilung der Electricitäten eingetreten sei, zu welcher sich dann die neue Influenz addirt habe. Um das zu prüfen, wurde bei weiteren Versuchen stets das Vorzeichen der influenzirenden Electricität oder die Lage der Platte gewechselt, so dass die vorher obere Seite die untere wurde. Wäre bei den vorhergehenden Versuchen die Ursache des Wachsens eine bleibende Influenz gewesen, so hätte jetzt ein solches Wachsen nicht stattfinden können. Tabelle IX zeigt dagegen, dass das Wachsen ein noch stärkeres war.

Tabelle IX.

Schwefelplatte I, stets 10″ influenzirt.

Zeit.	Lage der Platte.	Vorzeichen der Ladung.	*B*	*α*
Mai 23. Vorm.	normal	−	2.819	0.6843
„	„	+	2.954	0.7056
„	„	−	2.999	0.7122
„	„	+	3.191	0.7373
„	„	−	3.196	0.7381
„	„	+	3.082	0.7236
„	„	−	3.121	0.7286
Mai 23. Nachm.	normal	−	2.883	0.6946
„	„	+	3.111	0.7273
„	„	−	3.296	0.7495
„	„	+	3.310	0.7510
„	umgekehrt	+	3.414	0.7795
„	„	−	3.314	0.7514
„	„	−	3.348	0.7576
„	normal	−	3.995	0.8114
Mai 24. Vorm.	normal	+	2.910	0.6990
„	„	−	3.247	0.7448
„	umgekehrt	−	3.296	0.7495
„	normal	−	3.715	0.7893
„	umgekehrt	−	3.428	0.7635
„	„	+	3.490	0.7694
„	„	−	3.529	0.7739
„	„	+	3.680	0.7864
„	normal	−	3.552	0.7753
„	„	+	3.640	0.7834
Mai 24. Nachm.	„	+	3.482	0.7687
Juni 1	normal	−	2.692	0.6614
„	umgekehrt	−	2.692	0.6614

Ich habe dann später diese Beobachtungen noch öfters wiederholt, stets mit demselben Erfolge; es wurde im allgemeinen bei gleicher Dauer der Influenz der Werth von α um so grösser, je öfter man den Versuch wiederholte. Ich theile von diesen Versuchen noch in Tabelle X zwei Reihen mit, deren erste am 12. Juni, deren zweite am 27. Juni 1876 erhalten wurde. In der ersten wurden halbe und ganze Secunden als Dauer der Influenz genommen, in der zweiten wechselte die Dauer zwischen 1″ und 10″. Da die Ladungen durch das Eintauchen eines mit der Hand geführten Kupferhakens, der an einem isolirenden Stiele befestigt war, bewirkt wurden, so können die halben und einzelnen Secunden nicht mit derselben Genauigkeit genommen werden, wie die Dauer von 10″, indess tritt das Wachsen der Influenz bei öfterer Wiederholung des Versuches doch nicht minder deutlich hervor.

Tabelle X. Schwefelplatte I.

Dauer der Influenz.	Lage der Platte.	Vorzeichen der Ladung.	B	α
0.5″	normal	+	2.609	0.6447
0.5″	umgekehrt	+	2.778	0.6773
0.5″	„	—	2.682	0.6594
0.5″	normal	—	2.768	0.6754
1″	„	+	2.840	0.6877
1″	umgekehrt	+	2.907	0.6984
1′	„	—	2.715	0.6657
1″	normal	—	2.910	0.6989
10″	normal	—	3.250	0.7443
1″	„	+	2.658	0.6601
10″	„	+	3.688	0.7871
1″	„	+	2.972	0.7083
1″	„	—	3.291	0.7485
10″	„	—	3.936	0.8061
1″	„	+	3.177	0.7378
10″	„	+	4.172	0.8215
1″	„	+	3.378	0.7583

19.

In der folgenden Tabelle XI theile ich zwei Versuchsreihen mit, welche mit der Schwefelplatte II ausgeführt sind, die nur etwa halb so dick war als Schwefelplatte I; sowohl die Werthe von α, als der Gang derselben stimmen, mit Beachtung dessen, was vorhin über den Einfluss der Dicke der Platten gesagt ist, vollständig mit den an der ersten Schwefelplatte erhaltenen Ergebnissen überein. Der Werth von A ergab sich aus 4 Versuchen:

$$A = 1.823.$$

Von den beiden Reihen ist die erste am 9., die zweite am 12. Juni 1876 erhalten.

Tabelle XI.

Schwefelplatte II.

Dauer der Influenz.	Lage der Platte.	Vorzeichen der Ladung.	B	α
0.5″	normal	+	3.492	0.6492
0.5″	„	—	3.608	0.6668
10″	„	+	5.038	0.7979
10″	„	—	4.957	0.7853
10″	„	+	5.500	0.8147
0.5″	„	+	4.005	0.7140
0.5″	„	—	3.841	0.6965
0.5″	„	—	5.005	0.7140
0.5″	„	—	3.862	0.6990
0.5″	„	+	3.975	0.7117
0.5″	„	+	3.988	0.7131
0.5″	umgekehrt	—	3.619	0.6684
0.5″	„	+	3.729	0.6828
0.5″	normal	+	3.831	0.6954
10″	„	—	4.627	0.7702

20.

Die in den letzten §§ mitgetheilten Versuche beweisen, dass auch bei wechselnder Ladung oder bei wechselnder Lage der Platte der durch eine gleiche Dauer der Einwirkung hervorgerufene Grad der Influenz bei öfterer Wiederholung zunimmt, ähnlich wie durch längere Dauer der Influenz, ja dass es selbst den Anschein hat, als würde durch häufigeres Influenziren selbst dauernd der Schwefel leichter influenzirbar, ein Zustand, der nur durch längeres Liegen allmählich verschwindet.

Diese Zunahme der Influenz bei gleicher Dauer der Einwirkung lässt sich nicht als eine Vermehrung der oberflächlichen Leitung erklären, wenigstens nicht durch etwaige Condensation von Feuchtigkeit, da sie unter allen Umständen bei Wiederholung der Influenz eintritt, und da in der Zeit eines Vormittags oder Nachmittags sich der Feuchtigkeitszustand der Luft nicht in dem Maasse ändert, um derartige Aenderungen von α zu erklären. Um indess auch experimentell mich davon zu überzeugen, dass die Oberflächenleitung bei diesem Verhalten der Schwefelplatten keine wesentliche Rolle spielt, habe ich auch die Schwefelplatte III zu einigen Versuchen benutzt. Die mit dieser erhaltenen Zahlen können nicht die gleiche Genauigkeit beanspruchen wie die früheren, da die Dicke der Platte nicht mit dem Sphärometer gemessen werden konnte, und da der Abstand der Collectorplatte von der oberen Fläche der Schwefelplatte nicht so genau bestimmt werden konnte, da der Rand der Schwefelplatte um etwa 6 Ctm. über den Rand der Collectorplatte hervorragte, somit nicht mit dem Mikroskope der Abstand gemessen werden konnte. Trotzdem die Platte so viel grösser war, zeigte sich dennoch in den Werthen von α derselbe Gang. So nahm an einem Tage bei 4 Versuchen der Werth von α von 0.5882 bei dem ersten zu bis 0.6086 bei dem vierten, bei einer anderen Versuchsreihe von demselben Werthe 0.5882 beim ersten bis zu 0.6844 bei dem 13. Versuche,

wenn stets wechselnde Ladungen und eine Ladungsdauer von 0.5 Secunde angewandt wurde. Es wird überflüssig sein, auch die Tabellen dieser Versuche mitzutheilen, da sie nichts Neues bieten.

21.

Nach der zweiten Methode sind auch die Werthe von α bestimmt, welche bei sehr langer Dauer der Influenz eintreten. Der Werth von α nahm dann in einer solchen Weise zu, dass selbst bei den dicken Platten zur Ladung nicht die 12 Elemente benutzt werden konnten. Schon bei Anwendung von 6 oder 4 Elementen ergaben sich Torsionen des Glasfadens bis zu 5 ganzen Umdrehungen. Diese vertrug der Faden zwar noch ganz gut, es zeigte sich nach einer solchen Torsion nur eine elastische Nachwirkung von einigen Graden, die sich indess nach Verlauf einiger Zeit, höchstens 1 Stunde, wieder verlor. Bei Anwendung von 6 Elementen ist die Torsion nur $^1/_4$ von derjenigen bei Ladung mit 12 Elementen, da der Werth des Potentials des Batteriepoles dann nur $^1/_2$ ist. Deshalb konnte das Potential des Poles nicht mit derselben Sicherheit gemessen werden, da bei der schwachen Torsion der Einstellungsfehler der Nadel nicht viel kleiner ist als bei der Torsion von 60°, welche die 12 Elemente stets angenähert geben, der Einfluss der Luftströmungen aber ein grösserer ist. Es wurde daher das Potential des Batteriepoles ausser der directen Messung hier stets auch dadurch bestimmt, dass unmittelbar nach Beendigung des Versuches das Potential des Batteriepoles von 12 Elementen bestimmt wurde, von denen die benutzten 6 oder 4 einen Theil ausmachten. Es wurde dann, wenn beide Werthe nicht genau übereinstimmten, das Mittel aus beiden genommen.

In dieser Weise ergaben sich für die drei Schwefelplatten folgende Werthe:

Tabelle XII.

Dauer der Influenz.	α für Schwefelplatte I.	II.	III.
1 Stunde	0.9500	—	—
2 Stunden	0.9680	—	—
3 "	—	0.9884	0.9360
4 "	—	—	0.9665

Wie man sieht, nähern sich diese Werthe sehr der Einheit, ohne sie indess ganz zu erreichen, selbst bei der Schwefelplatte III, welche, wie erwähnt, einen etwa doppelt so grossen Durchmesser hatte, als die leitenden Platten, so dass bei dieser eine oberflächliche Leitung wohl nicht angenommen werden kann.

22.

Für die Ebonitplatten habe ich bereits in dem vorigen Abschnitte die einer Influenz von 10″ entsprechenden Werthe von α, sowie die schliesslich erreichten Werthe für die 4 dickeren Platten angegeben (§. 15). Die der Dauer von 10″ entsprechenden Werthe sind aus einer Anzahl einzelner Beobachtungen abgeleitet, welche nach einander in dem dort angegebenen Zeitraum mit den verschiedenen Platten angestellt wurden, und bei denen zufällig mit einer und derselben Platte die Versuche nach einander nicht mehr als höchstens zweimal angestellt waren. Nachdem bei der Schwefelplatte sich das eigenthümliche Verhalten herausgestellt, dass bei häufigerer Wiederholung der Influenz der einer gleichen Dauer der Einwirkung entsprechende Werth von α beträchtlich zunahm, habe ich mit der Ebonitplatte V die Versuche nach der gleichen Richtung wiederholt. Das Resultat war auch hier dasselbe, der Werth von α nahm in ganz ähnlicher Weise zu wie bei dem Schwefel. Ich begnüge mich damit, zwei Versuchsreihen mitzutheilen,

welche am 26. Mai 1876 bei trockener und am 27. Mai 1876 bei sehr feuchter Luft ausgeführt worden sind. Bei fester Lage der Platten wurde stets das Vorzeichen der Ladung gewechselt, die Ladungsdauer ist jedesmal 10″.

Tabelle XIII.

Ebonitplatte V.

26. Mai.		27. Mai.	
Vorzeichen der Ladung.	α	Vorzeichen der Ladung.	α
—	0.5982	+	0.6879
+	0.6281	—	0.7109
+	0.6428	+	0.6980
—	0.6436	—	0.7297
+	0.6506	+	0.7230
+	0.6618		
—	0.6619		

Dasselbe ergab eine Versuchsreihe für Ebonitplatte IV, in welcher α von 0.6417 bei dem ersten Versuche bis 0.6999 bei dem vierten Versuche zunahm.

Die beiden dünnen Ebonitplatten lieferten bei langer Dauer der Influenz ebenfalls Werthe für α, welche annähernd den für die dickeren gefundenen gleich waren. Für Platte II, deren Dicke 2.24 Mm. betrug, erhielt ich bei drei 2 bis 3 Stunden dauernden Influenzen, als die Collectorplatte 0.35 Mm. über derselben schwebte, für α die Werthe 0.9465; 0.8152; 0.9040. Für Platte I, deren Dicke 1.12 Mm. betrug, ergab sich, als die Collectorplatte 0.59 Mm. darüberschwebte, ein Werth von α, der sogar etwas grösser als 1 war, nämlich 1.030. Da indess bei diesen dünnen Platten ein kleiner Fehler in der Bestimmung des Abstandes der Collectorplatte von sehr beträchtlichem Einfluss ist, so ist der bei ihnen durch lange Dauer der

Influenz erreichte Werth von α mit einer grösseren Unsicherheit behaftet, als bei den dickeren Platten. Jedenfalls zeigen auch diese Beobachtungen, dass der nach langer Dauer der Influenz im Ebonit erreichte Werth von α der Einheit ziemlich nahe kommt.

23.

Die übrigen von mir untersuchten isolirenden Substanzen boten im wesentlichen dieselben Erscheinungen wie Schwefel und Ebonit, es wird deshalb nicht erforderlich sein, die Resultate mit der gleichen Ausführlichkeit mitzutheilen.

Von Paraffin sind zu den Versuchen 5 Platten verschiedener Dicke benutzt worden, dieselben waren:

	I	II	III	IV	IVa
Dicke	13.20 Mm.	9.40 Mm.	6.71 Mm.	2.15 Mm.	2.20 Mm.

Die vier ersten Platten waren, wie früher schon angegeben ist, aus einem Stück käuflichen Paraffins herausgeschnitten und durch Schaben auf die betreffende Dicke gebracht, die Platte IVa war durch Schmelzen der bei Darstellung der anderen Platten abgefallenen Stücke und Giessen erhalten. Ich führe die mit derselben erhaltenen Resultate deshalb an, weil die Werthe von α dort wesentlich andere sind als bei Platte IV, ein Beweis, wie wesentlich der Gang der Influenz durch geringe Umstände beeinflusst werden kann.

Um die Schwankungen der für eine und dieselbe Platte zu verschiedenen Zeiten sich ergebenden Werthe von α hervortreten zu lassen, theile ich in der folgenden Tabelle drei mit Platte III erhaltene Reihen mit, welche mit dem Sinuselectrometer durchgeführt worden sind.

Tabelle XIV.

Paraffinplatte III.

Zeit.	Werth von α.		
1′	0.4520	0.4789	0.5249
2′	0.5494	0.4881	0.5362
3′	0.4644	0.4979	0.5481
4′	0.4663	—	0.5579
6′	0.4755	0.5000	0.5635
8′	0.4849	0.5159	0.5753
12′	0.4988	0.5263	0.5920
20′	0.5257	0.5482	0.6225
28′	0.5486	—	0.6300
40′	0.5643	0.5636	0.6383
60′	—	0.6000	—
80′	—	0.6427	—

In folgender Tabelle stelle ich die Mittelwerthe für die 5 Paraffinplatten, wie sie sich aus den Versuchen mit dem Sinuselectrometer ergeben haben, zusammen.

Tabelle XV.

Paraffin.

Zeit.	Werthe von α für Platte				
	I.	II.	III.	IV.	IV a.
1′	0.4592	0.4530	0.4853	0.4933	0.5599
4′	0.4822	0.4754	—	—	0.6246
8′	0.5011	0.5022	0.5253	0.5094	0.6777
12′	0.5146	0.5148	0.5390	0.5205	0.6945
20′	0.5356	0.5336	0.5655	—	—
28′	0.5509	—	—	—	—
40′	0.5730	—	0.5886	0.5752	—
48′	—	—	—	—	0.8067
60′	0.6052	—	0.6000	0.5978	—

Die Platte IVa hatte, wie erwähnt, fast genau dieselbe Dicke wie Platte IV und unterschied sich nur dadurch, dass sie aus den bei Bearbeitung der anderen Platten erhaltenen Abfällen durch Zusammenschmelzen erhalten war. Die Tabelle zeigt, wie gross durch dies einmalige Schmelzen der Unterschied in der Influenz dieser Platte gegenüber den anderen Platten geworden ist. Die für die übrigen Platten erhaltenen Werthe zeigen denselben Verlauf wie die Ebonitplatten, nur dass die Werthe von α ganz beträchtlich kleiner sind.

Dass auch bei dem Paraffin eine wiederholte Influenz den Werth von α steigerte, zeigten unter andern folgende an Platte II gemachte Beobachtungen, bei einer Ladungsdauer von 10″:

Vorzeichen der Ladung.	−	+	−	+	+
α	0.4306	0.4734	0.5173	0.5173	0.5265

Die für die Paraffinplatten bei jedesmal erster 10″ dauernder Ladung erhaltenen Werthe waren im Mittel:

für Platte	I	II	III	IV	IVa
$\alpha =$	0.4235	0.4397	0.4358	0.4867	0.5355

Für eine vierstündige Ladungsdauer ergab sich für Platte II, deren Dicke jener der dickeren Schwefelplatte am nächsten kam, und für die Platte IV:

$$\text{II.} \quad \alpha = 0.7851. \qquad \text{IV.} \quad \alpha = 0.7820.$$

Wie man sieht, wächst auch für Paraffin der Werth von α ganz beträchtlich, bleibt aber weit hinter dem für Schwefel und Ebonit erhaltenen zurück.

24.

Die verschiedenen zu den Versuchen benutzten Schellackplatten, oder genauer aus einer Mischung von Schellack und venetianischem Terpentin bestehenden Platten

ergaben für die Influenz ziemlich verschiedene Werthe, was indess, da wir es hier mit Gemischen zweier Substanzen zu thun haben, in denen die Mengenverhältnisse der Bestandtheile keinenfalls die gleichen sind, nicht auffällig erscheinen kann. Es möge genügen, für zwei Schellackplatten je drei und zwei Reihen von Beobachtungen mitzutheilen, welche den Unterschied der für α erhaltenen Werthe zeigen, gleichzeitig aber erkennen lassen, dass auch hier der Gang der Influenz im grossen und ganzen der gleiche ist, wie bei den anderen Substanzen. Von den Platten hatte die Platte I eine Dicke von 10.93; Platte II von 13.58 Mm.

Tabelle XVI.

Schellackplatte I und II.

Zeit.	Werth von α für Platte				
	I.	I.	I.	II.	II.
1′	0.7094	—	0.6946	0.5929	0.5998
4′	0.7723	0.6804	0.7383	0.6329	0.6300
8′	0.7920	0.7025	0.7620	0.6554	0.6446
16′	0.8148	0.7373	0.7870	0.6832	0.6650
24′	0.8321	0.7505	0.7900	0.6946	0.6747
32′	0.8356	0.7650	0.7946	0.6990	0.6839
40′	—	—	0.7987	0.7016	0.7033
48′	—	—	—	0.7033	0.7099
56′	—	—	—	0.7087	0.7099

Für die Platte II, ebenso für eine dritte Platte III, von 7.7 Mm. Dicke am 11. und 13. Juni 1876, wurden dann nach der zweiten Methode unter anderen folgende Werthe erhalten.

Für Platte I ergab ein Versuch nach 1.5 Stunden $\alpha = 0.9107$.

II.

Dauer der Ladung.	Vorzeichen der Ladung und Lage der Platten.		α
10″	normal	—	0.5639
10″	umgekehrt	—	0.6032
10″	umgekehrt	+	0.6277
10″	normal	+	0.6185
0.5″	normal	—	0.5933
0.5″	umgekehrt	—	0.6130
10″	normal	—	0.6757
1′	normal	—	0.7585
3 Stunden	normal	—	0.9405
2 „	normal	—	0.9369

III.

Dauer der Ladung.	Vorzeichen der Ladung und Lage der Platten.		α
0.5″	normal	—	0.5998
0.5″	umgekehrt	—	0.5946
10″	normal	—	0.6530
10″	normal	+	0.6472
1′ —	normal	—	0.6834
2′ —	normal	—	0.6907
0.5″	normal	—	0.6129
0.5″	umgekehrt	—	0.6039
0.5″	umgekehrt	+	0.6199
0.5″	normal	+	0.6269
1 Stunde	normal	+	0.8358

25.

Schliesslich theile ich noch die an zwei Spiegelglasplatten gemachten Beobachtungen mit, von denen die eine 7.52, die andere 1.18 Mm. dick war. Die Platten waren, um die infolge der Hygroskopie des Glases zu befürchtende Oberflächenleitung möglichst unschädlich zu machen, mit braunem Schellackfirniss überzogen. Die folgende Tabelle XVII enthält zunächst die mit dem Sinuselectrometer für beide Platten erhaltenen Werthe.

Tabelle XVII.

Spiegelglas.

Zeit.	Werthe von α für Platte I.	Werthe von α für Platte II.	Zeit.	Werthe von α für Platte I.	Werthe von α für Platte II.
0′ 20″	0.7946	0.8415	4′ —	0.9118	0.9857
40″	0.8274	0.8526	6′ —	0.9461	—
1′ —	0.8475	0.8825	8′ —	0.9603	—
2′ —	0.8765	0.9413	12′ —	0.9753	—
3′ —	0.8968	1.0080			

Bei der dünneren Platte ist nach 3 Minuten die Influenz schon ebenso stark als in einem Leiter, bei der dickeren ist derselbe Werth nach 12′ noch nicht erreicht. Ich bemerke indess, dass bei der Kleinheit der Ablenkungen am Sinuselectrometer, die nur etwa 30′ betrugen, die letzten Werthe von α unsicher sind, wie das ja auch schon die letzten Werthe bei Platte II erkennen lassen.

Dass indess bei diesen Glasplatten in der That schon nach kurzer Zeit der Werth von α der Einheit sehr nahe kommt, das zeigten auch die Versuche nach der zweiten Methode, welche gleichzeitig wieder das hier sehr rasche Wachsen von α bei öfterer Wiederholung der Influenz erkennen lassen.

Tabelle XVIII.

Glasplatte 7.52 Mm.

10. Juni 1876.				26. Juni 1876.			
Dauer der Ladung.	Vorzeichen und Lage der Platte.		α	Dauer der Ladung.	Vorzeichen und Lage der Platte.		α
0.5″	normal	+	0.7361	0.5″	normal	+	0.8078
0.5″	„	+	0.7873	0.5″	„	—	0.8581
0.5″	„	—	0.8066	0.5″	„	+	0.8539
0.5″	„	+	0.8206	0.5″	„	—	0.8630
0.5″	umgekehrt	+	0.8230	10″	„	+	0.9223
0.5″	„	—	0.8216	10″	„	—	0.9288
0.5″	normal	—	0.8280	10″	„	+	0.9358
0.5″	„	+	0.8169	10″	„	+	0.9224
0.5″	umgekehrt	+	0.8335	1′	„	+	0.9432
0.5″	normal	+	0.8339	10″	„	—	0.9276
10″	„	+	0.8854	1′	„	—	0.9600
10″	umgekehrt	+	0.8854	1′	„	+	0.9420
				2′	„	+	0.9699
				1′	„	—	0.9537
				2′	„	+	0.9796

Aehnlich war das Verhalten der dünnen Glasplatte, nur dass bei dieser nach mehrfacher Influenzirung sich

schon bei einer Dauer der Influenz von 10″ Werthe von α ergaben, welche der Einheit ziemlich nahe kamen.

In Betreff des Ganges der Influenz im Glase möge es mir gestattet sein, zu bemerken, dass sich für die in meiner schon vorhin erwähnten kleinen Untersuchung über den electrischen Rückstand benutzten Spiegelglasplatten ein ganz ähnlicher Gang für α ergibt, wie für das hier benutzte 7.5 Mm. dicke Glas. Für das damals zu den Versuchen benutzte Fensterglas ergibt sich dagegen ein sehr viel langsameres Wachsen von α.

26.

Ueberblicken wir das hier vorgeführte, ziemlich ausgedehnte Beobachtungsmaterial für den Gang der Influenz in den Isolatoren mit wachsender Zeit, so ist der im grossen und ganzen übereinstimmende Gang in den verschiedenen Isolatoren nicht zu verkennen. Bei allen wächst die Influenz ganz beträchtlich, wenn auch nicht im gleichen Maasse, und bei allen ist die Zunahme im Anfang eine sehr viel raschere als später, so dass bei allen der Werth von α sich einer bestimmten Grenze nähert, der von der Natur des Isolators abhängig zu sein scheint, bei einzelnen aber gleich 1 ist.

Unter gewissen einfachen Voraussetzungen lässt sich leicht aus der Theorie der Influenz ableiten, in welcher Weise α mit der Zeit sich ändern muss, wie das unter anderm in ähnlicher Weise schon von Kohlrausch und Hrn. von Bezold bei ihren Untersuchungen über den electrischen Rückstand geschehen ist. Setzen wir einen plattenförmigen Ansammlungsapparat voraus, dessen Radius gegen den Abstand der Platten hinreichend gross ist, so ist, wenn h die Dichtigkeit der Electricität auf der nicht abgeleiteten Collectorplatte bezeichnet, der Werth des Potentials zwischen den Platten im Abstande x von der Collectorplatte:

$$V_x = 4\pi h (\delta - x),$$

wenn der Zwischenraum zwischen den Platten mit Luft gefüllt ist. Ist der Zwischenraum mit einem Isolator ausgefüllt, auf dessen den leitenden Platten zugewandten Flächen in Folge der Influenz zur Zeit t die electrischen Dichtigkeiten $\pm \alpha h$ sind, so wird das Potential im Abstande x:

$$V_x = 4\pi h (1 - \alpha) \ (\delta - x).$$

Für die im Innern des Isolators wirksame, die negative Electricität gegen die eine, die positive gegen die andere Grenzfläche des Isolators parallel der Richtung x treibende Kraft ergibt sich daraus:

$$\mp \frac{d V_x}{d x} = 4\pi h (1 - \alpha).$$

Setzen wir nun voraus, dass die Electricität in dem Isolator in ähnlicher Weise bewegt wird, wie in einem Leiter, und nennen die Leitungsfähigkeit des Isolators, also die Electricitätsmenge, welche durch die Flächeneinheit des Isolators parallel der Richtung x nach beiden Seiten hindurchtritt, wenn der Werth des Potentials für die Längeneinheit um die Einheit abnimmt, k, so wird parallel der Richtung x durch die Flächeneinheit des Isolators in dem Zeitelement dt die Electricitätsmenge:

$$dq = \mp k \frac{d V_x}{d x} dt$$

hindurchgehen. Infolge dessen wächst die electrische Dichtigkeit auf den Grenzflächen des Isolators um $h d\alpha$, so dass:

$$h d\alpha = dq,$$

somit:

$$h d\alpha = 4\pi h \,.\, k \,.\, (1 - \alpha)\, dt$$

oder:

$$d\alpha = 4\pi \,.\, k \,.\, (1 - \alpha)\, dt.$$

Nach dieser Gleichung müsste α bis zu dem Werthe 1 wachsen, was nach den vorliegenden Erfahrungen nicht allgemein der Fall zu sein scheint.

Dieser Erfahrung tragen wir Rechnung, wenn wir die Annahme machen, dass in jedem Isolator der Scheidung der Electricitäten eine gewisse von der Natur des Isolators

abhängige Gegenkraft entgegenwirkt, die man als eine moleculare Anziehung auf die getrennten Electricitäten betrachten kann. Diese Kraft kommt zur Wirkung, sowie die beiden Electricitäten geschieden sind, und nimmt zu mit der Menge resp. Dichtigkeit derselben. Damit würde dann der in dem Zeitelement dt durch die Querschnittseinheit des Isolators nach beiden Seiten hindurchgehende Electricitätsmenge nicht einfach der scheidenden Kraft, sondern der Differenz dieser und jener molecularen Gegenkraft proportional zu setzen sein, oder es wäre:

$$dq = \mp k \left(\frac{d V_x}{d_x} - \mu' \alpha h \right) dt,$$

worin $\mu' \alpha h$ jene der Dichtigkeit, αh der geschiedenen Electricitäten proportionale Gegenkraft, also μ' eine von der Natur des Isolators abhängige Constante ist.

Damit würde dann:

$$dq = h d\alpha = k \,.\, 4\pi h (1 - \alpha - \mu \alpha) dt,$$

wenn wir $\mu = \frac{\mu'}{4\pi}$ setzen, oder:

$$d\alpha = k \,.\, 4\pi \,.\, (1 + \mu) \left(\frac{1}{1 + \mu} - \alpha \right) dt.$$

Setzen wir nun $\frac{1}{1+\mu} = \varepsilon$, $4\pi k (1 + \mu) = c$, so ist:

$$d\alpha = (\varepsilon - \alpha) c\, dt$$

und man sieht, dass der schliesslich erreichte Werth von α nicht 1 sondern ε ist.

Hiernach ergibt sich α aus der Gleichung:

$$\frac{d\alpha}{\varepsilon - \alpha} = c\, dt.$$

Ist nun α_0 der der Zeit $t = o$ entsprechende Werth von α, so folgt:

$$\log \frac{\varepsilon - \alpha_0}{\varepsilon - \alpha} = c \,.\, t$$

oder:

$$\varepsilon - \alpha = (\varepsilon - \alpha_0)\, e^{-ct} = (\varepsilon - \alpha_0)\, a^{-t}.$$

Der der Zeit $t = o$ entsprechende Werth α_0 braucht auch, wenn man die Isolatoren nicht als Dielectrica betrachtet, nicht gleich 0 zu sein, da schon eine moleculare und deshalb in unmessbar kleiner Zeit stattfindende Verschiebung der beiden Electricitäten eine messbare Electrisirung des Isolators zur Folge haben kann.

Unter diesen Voraussetzungen müssten also die Differenzen zwischen dem Grenzwerthe und den zur Zeit t erreichten Werthen von α für gleiche Zeitunterschiede einer geometrischen Reihe angehören, deren Coefficient a um so grösser ist, je grösser die Leitungsfähigkeit des Isolators ist.

27.

Eine Uebereinstimmung zwischen der soeben abgeleiteten Beziehung, deren strenge Richtigkeit vorausgesetzt, und den zu verschiedenen Zeiten beobachteten Werthen von α kann nur für die mit dem Sinuselectrometer erhaltenen Reihen erwartet werden, da sich gezeigt hat, dass im Sinne der obigen Gleichung die Leitungsfähigkeit des Isolators zu verschiedenen Zeiten eine sehr verschiedene sein kann. Dieser Umstand bewirkt, dass die mit dem Torsionselectrometer erhaltenen Zahlen jener Beziehung nicht entsprechen können. Denn bestimmt man die einer verschieden langen Dauer der Influenz angehörenden Werthe aus den Beobachtungen verschiedener Tage, so weiss man nicht, ob die Leitungsfähigkeit des Isolators dann immer dieselbe war, da, wie schon hervorgehoben wurde, auch bei annähernd gleichem Feuchtigkeitszustande der Luft sich noch merkliche Unterschiede in dem Gange der Werthe bei den mit dem Sinuselectrometer erhaltenen Reihen finden. Der Bestimmung von α aus unmittelbar aufeinanderfolgenden Versuchen, bei denen man die Influenz eine verschiedene Zeit dauern lässt, tritt der aus allen Versuchen sich ergebende Umstand hindernd entgegen, dass auch bei gleicher Dauer der Influenz bei aufeinanderfolgenden Versuchen die Werthe von α ganz

beträchtlich wachsen. Nur die Beobachtungen einer und derselben Reihe, wie sie mit dem Sinuselectrometer erhalten wurden, sind also mit einander vergleichbar; dasselbe gilt mit sehr grosser Annäherung auch für die aus einer Anzahl von Reihen für dieselbe Platte erhaltenen Mittelwerthe, wenn die Quotienten der Reihen, wie hier meist, nur wenig von einander und von 1 verschieden sind, indem dann die mittleren Werthe der Reihen ebenfalls als einer geometrischen Reihe angehörend betrachtet werden können, deren Quotient gleich ist dem Mittelwerthe der Quotienten der einzelnen Reihen.

Aber auch dann kann die Uebereinstimmung besonders der den kleineren Zeiten angehörigen Werthe nach dem Früheren und hauptsächlich nach den Bemerkungen von §. 15 nur eine angenäherte sein; die anfänglichen Werthe müssen und zwar zumeist bei den dickeren Platten zu klein sein, weil sich bei diesen der Einfluss der Begrenzung der Platten bemerkbar macht. Dazu kommt dann, wie früher hervorgehoben wurde, dass bei dem Beginne der Versuche stets von den Glasstäbchen, welche die Collectorplatte trugen, etwas Electricität auf die Platten zurückkehrte. Alles dieses in Betracht gezogen, ergibt sich, dass die beobachteten Werthe von α sich vortrefflich durch die obige Gleichung darstellen lassen. Dass damit kein strenger Beweis für die Richtigkeit unserer Theorie gegeben wird, versteht sich von selbst, da die beobachteten Werthe immer nur ein kleines Stück der Curve umfassen, wenn auch gerade das Stück, welches am stärksten gekrümmt ist. Es genügt indess zu erkennen, dass die gefundenen Werthe jener Theorie hinreichend entsprechen, um in der Grösse von a ein Maass für die in obige Gleichungen eingehende Leitungsfähigkeit der Isolatoren zu erhalten.

Für Ebonit benutzte ich zur Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung die an der dünnsten Platte, Nr. III, erhaltenen Werthe, denen ich für die Zeit von 20 bis 40 Minuten die an Platte V und VI erhaltenen Werthe hin-

zufüge, da sich dort der Einfluss der Plattendicke wohl kaum mehr bemerklich macht.

Mit Benutzung der so vorhandenen Werthe von der 3. Minute an, ergibt sich für Ebonit:

$\varepsilon = 0.9584 \qquad \alpha_0 = 0.6141 \qquad \log a = 0.00650 \qquad a = 1.0151$

In der folgenden Tabelle sind die beobachteten und berechneten Werthe zusammengestellt.

Tabelle XIX.

Werthe von α für Ebonit.

Zeit.	α beob.	α ber.	Δ
1′	0.5920	0.6198	—
2′	0.6092	0.6247	—
3′	0.6213	0.6297	+ 84
4′	0.6303	0.6346	+ 43
6′	0.6456	0.6441	— 15
8′	0.6641	0.6534	— 107
12′	0.6752	0.6771	+ 19
16′	0.6876	0.6878	+ 2
20′	0.7039	0.7035	— 4
24′	0.7246	0.7183	— 63
28′	0.7334	0.7323	— 11
32′	0.7374	0.7453	+ 79
36′	—	0.7578	—
40′	0.7505	0.7692	+ 187

Für Paraffin benutzte ich zur Berechnung die an Platte IV gefundenen Werthe, ferner für Zeiten grösser als 20′ die an den anderen Platten erhaltenen, dazu noch einen in Tabelle XV nicht angegebenen Werth für 90′ an Platte IV. Es ergab sich:

$\varepsilon = 0.8000 \qquad \varepsilon - \alpha_0 = 0.3081 \qquad \log a = 0.00344 \qquad a = 1.0080.$

Tabelle XX.

Werthe von α für Paraffin.

Zeit.	α beob.	α ber.	Δ
1′	0.4933	0.4943	+ 10
4′	—	0.5016	—
8′	0.5049	0.5109	+ 60
12′	0.5205	0.5198	− 7
20′	0.5449	0.5369	— 80
28′	0.5509	0.5532	+ 23
40′	0.5789	0.5756	— 33
60′	0.6010	0.6085	+ 75
80′	0.6427	0.6365	— 62
90′	0.6474	0.6490	+ 16

Die an der dickeren Spiegelglasplatte mit dem Sinuselectrometer erhaltene Reihe lässt sich schon von der zweiten Minute an sehr gut darstellen mit den Constanten:

$\varepsilon = 1 \qquad \varepsilon - \alpha_0 = 0.1629 \qquad \log a = 0.07000 \qquad a = 1.175.$

Von den an der Schwefelplatte erhaltenen Reihen liegen in der ersten die Werthe so nahe zusammen, dass log a kaum von 0 verschieden ist, das rasche Anwachsen der zweiten ist deshalb ohne Zweifel einer starken Oberflächenleitung zuzuschreiben. Nichtsdestoweniger lassen sich die von der dritten Minute an beobachteten Werthe sehr gut darstellen mit den Constanten:

$\varepsilon = 1 \qquad \varepsilon - \alpha_0 = 0.3766 \qquad \log a = 0.01056 \qquad a = 1.0244.$

In folgender Tabelle XXI sind die beobachteten und berechneten Werthe für Glas und Schwefel zusammengestellt.

Tabelle XXI.

Zeit.	α für Glas.			α für Schwefel.		
	beob.	ber.	△	beob.	ber.	△
1′	0.8475	0.8621	+146	0.6060	0.6325	—
2′	0.8765	0.8826	+ 61	0.6299	0.6413	—
3′	0.8968	0.9002	+ 34	0.6488	0.6499	+ 11
4′	0.9118	0.9150	+ 32	0.6632	0.6583	— 49
6′	0.9461	0.9384	— 77	0.6762	0.6745	— 17
8′	0.9606	0.9554	— 52	0.6852	0.6900	+ 48
12′	0.9753	0.9771	+ 18	0.7185	0.7187	+ 2

Schliesslich lassen sich die bei den beiden Schellackplatten erhaltenen Werthe von α hinreichend genau mit folgenden Constanten darstellen, um in dem Logarithmus von a ein Maass für die Leitungsfähigkeit dieser Gemenge von Schellack und venetianischem Terpentin zu erhalten.

Für Platte I ist $\varepsilon = 1$ $\varepsilon - \alpha_0 = 0.2678$ $\log a = 0.00411$
$a = 1.0095$

Für Platte II ist $\varepsilon = 1$ $\varepsilon - \alpha_0 = 0.3385$ $\log a = 0.00126$
$a = 1.0030$

Tabelle XXII.

Schellackplatte I und II.

Zeit.	α für Platte I.			α für Platte II.		
	beob.	ber.	△	beob.	ber.	△
4′	0.7303	0.7421	+118	0.6315	—	—
8′	0.7522	0.7517	— 5	0.6500	0.6693	+193
16′	0.7797	0.7700	— 97	0.6741	0.6769	+ 28
24′	0.7908	0.7868	— 40	0.6846	0.6843	— 3
32′	0.7984	0.7977	— 7	0.6915	0.6914	— 1
40′	—	—	—	0.7024	0.6986	— 38
48′	—	—	—	0.7066	0.7055	— 11
56′	—	—	—	0.7093	0.7122	+ 29

Die Tabellen zeigen, dass in der That der Verlauf der Influenz in den untersuchten Isolatoren dem im vorigen §. gemachten Voraussetzungen entspricht; selbst die Abweichungen der beobachteten und berechneten Zahlen entsprechen nach den vorhin gemachten Bemerkungen der Theorie; die im späteren Verlaufe der Influenz, in welchem der Einfluss der Dicke immer mehr zurücktreten muss, sich findenden Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung überschreiten nirgends die unvermeidlichen Beobachtungsfehler.

Wir können also die mit der Zeit wachsende Influenz in den Isolatoren als eine Bewegung der Electricität in einem Mittel von sehr geringer Leitungsfähigkeit auffassen, der aber in manchen Isolatoren eine merkliche Gegenkraft entgegenwirkt, welche von der Natur des Isolators abhängig, und die deshalb als eine moleculare zu bezeichnen ist. Von der Grösse dieser Gegenkraft hängt der Grenzwerth ab, welchem sich die Influenz nähert.

Die die Schnelligkeit des Wachsens der Influenz bedingende Leitungsfähigkeit des Isolators ist nach den Versuchen zu verschiedenen Zeiten nicht unbeträchtlich verschieden. Als Grund dieser Verschiedenheit können wir nur eine verschieden grosse Oberflächenleitung ansehen, wie das ja auch aus dem Einflusse der Feuchtigkeit zu schliessen ist, der in einzelnen Fällen ein sehr schnelles Wachsthum der Influenz zur Folge haben kann, z. B. bei der Reihe II für die Ebonitplatte IV und bei der zweiten Reihe für Schwefel. Deshalb wird überhaupt auf die Zunahme der Influenz die Oberflächenleitung einigen Einfluss haben, der indess bei trockenem Wetter wohl nicht sehr gross ist, wie die sonst nahe Uebereinstimmung der an denselben Substanzen gefundenen Werthe zu verschiedenen Zeiten zeigt.

Einen eigenthümlichen Einfluss auf die Leitungsfähigkeit der Isolatoren zeigt die in kurzen Zwischenräumen vorgenommene Wiederholung der Influenz, die Leitungsfähigkeit wächst dann nicht unbeträchtlich, wie wenn durch

öfteres Hin- und Herbewegen der Electricität dieselbe beweglicher würde, eine Beweglichkeit, die sie aber bei längerer Ruhe wieder verliert.

28.

In der Einleitung hob ich hervor, dass es mir schiene, als könnten die beabsichtigten Versuche uns auch einigen Aufschluss darüber geben, ob wir die Isolatoren als Dielectrica im Sinne der Faraday'schen Theorie anzusehen hätten, also als zusammengesetzt aus vollkommen leitenden Molecülen, die durch nicht oder nur sehr unvollkommen leitende Zwischenräume getrennt sind, oder ob die Isolatoren nur schlechte Leiter sind. In der That scheinen mir die Versuche darüber eine ganz unzweideutige Auskunft zu geben, und zwar, wie ich es offen gestanden noch im Laufe der Untersuchung nicht erwartete, zu Gunsten der Faraday'schen Auffassung. Es ergibt sich das mit Nothwendigkeit aus einer Vergleichung der aus unseren Versuchen sich ergebenden Werthe von α_0 für die Zeit $t=o$ und den Leitungsfähigkeiten der Isolatoren.

Ist nämlich der Werth der Influenz zur Zeit $t=o$ als der Beginn der ganzen Influenzwirkung zu betrachten, so zwar, als er die erste in unmessbar kleiner Zeit stattfindende Scheidung der Electricitäten nur auf moleculare Distanzen in demselben Medium angibt, in welchem dann im weiteren Verlauf der Influenz die Electricitäten nach Maassgabe der Leitungsfähigkeiten schneller oder langsamer auseinandertreten, so muss nothwendig die momentane Influenz der durch den weiteren Verlauf derselben messbaren Leitungsfähigkeit proportional sein, eben weil dann die erste Bewegung der Electricität in demselben Medium stattfindet, in welchem sich auch die weitere Scheidung vollzieht. Zeigt sich ein solcher Zusammenhang zwischen den Werthen von α_0 und der Leitungsfähigkeit nicht, so sind wir genöthigt zu schliessen, dass die momentane Influenz als ein ganz anderer Vorgang aufzufassen ist, als die fortdauernde, oder dass, wie es die

Faraday'sche Auffassung annimmt, in den Isolatoren zweierlei vorhanden ist, vollkommen leitende Molecüle in einem schlechtleitenden Zwischenmittel.

Dabei kann es nicht von Bedeutung sein, ob zur eigentlichen Leitung des Isolators eine Oberflächenleitung hinzukommt oder nicht, da diese nur als eine Verbesserung der Leitungsfähigkeit zu betrachten ist, welche im ersten Momente ebenso vollständig zur Wirkung kommt als später.

Da zeigt sich nun zunächst, dass bei einer und derselben Substanz das durch die Oberflächenleitung bedingte schnellere oder langsamere Wachsen der Influenz auf den der Zeit $t = o$ entsprechenden Werth nur einen sehr geringen Einfluss hat. Ich hebe zum Beweise dessen die Extreme hervor. Die Reihe II für die Ebonitplatte IV wächst so viel rascher als die im vorigen § berechneten Werthe von Platte III, dass der die Leitungsfähigkeit messende $\log a$ einen fast 5fachen Werth hat. Für a_0 ergibt sich aber nur etwa 0.65 gegen 0.614, den für Ebonit aus Platte III gefundenen Werth. Ebenso zeigen die beiden für die Schwefelplatte gefundenen Reihen einen äusserst grossen Unterschied in den Leitungsfähigkeiten, die anfänglichen Werthe sind aber in der langsamer ansteigenden Reihe sogar grösser als in der rascher steigenden Reihe.

Noch deutlicher tritt es hervor, dass gar keine Beziehung zwischen den aus den Beobachtungen sich ergebenden Werthen von α_0 und den in dem Anwachsen der Influenz messbaren Leitungsfähigkeiten der Isolatoren besteht, wenn man die für die verschiedenen Substanzen sich ergebenden Werthe von α_0 mit den Leitungsfähigkeiten zusammenstellt. Die letzteren ergeben sich, da nach §. 26 gesetzt wurde:

$$k \,.\, 4\pi(1+\mu) = c\,;\ e^c = a$$

$$k = \frac{\log a}{4\pi(1+\mu)\log e}.$$

Im Folgenden stelle ich die gefundenen Werthe von α_0, dieselben geordnet nach ihrer Grösse, und die nach dieser Gleichung berechneten Leitungsfähigkeiten der untersuchten Platten zusammen.

Substanzen	α_0	k
Paraffin	0.4919	0.00050
Ebonit	0.6141	0.00114
Schwefel	0.6234	0.00193
Schellack II . . .	0.6614	0.00019
Schellack I . . .	0.7322	0.00075
Glas	0.8371	0.01287

Ein Blick auf diese Zusammenstellung zeigt auf das unzweideutigste, dass zwischen den Werthen von α_0 und denjenigen von k gar keine Beziehung besteht, dass grösseren Werthen von α_0 kleinere Werthe von k entsprechen können und dass bei annähernd gleichen Werthen von α_0 die Leitungsfähigkeiten sehr verschieden sein können.

Wir müssen also schliessen, dass die momentane Influenz ein Vorgang anderer Art ist, als die allmählich wachsende Influenz, resp. da sie von der Leitungsfähigkeit des Isolators sich ganz unabhängig zeigt, dass die momentane Influenz in ganz anderen Molecülen stattfindet als die allmählich wachsende; wir werden also zu der Faraday'schen Auffassung der Isolatoren als Dielectrica geführt, als bestehend aus vollkommen leitenden Molecülen in einem unvollkommen leitenden Zwischenmittel. Anstatt des letzteren würde man auch in der Art, wie es Kohlrausch und Clausius ansehen, eine Drehung der electrischen Molecüle und ein infolge dessen eintretendes Wachsen des electrischen Momentes annehmen können, was im Effect auf dasselbe hinauskommt. Die Leitungsfähigkeit, die vorhin nach der einfacheren Anschauung eingeführt wurde, würde dann eine geringere oder grössere Beweglickkeit der Molecüle bedeuten. Auf diese Frage will ich hier aber nicht eingehen.

Zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten:

$$D = \frac{1}{1 - \alpha_0}$$

sind strenge genommen nur die für Paraffin und Ebonit gefundenen Werthe geeignet, da nur bei diesen beiden Substanzen die Platten so dünn waren, dass man den Einfluss der Dicke vernachlässigen kann. Da sich indess bei diesen gezeigt hat, dass die für grössere Zeiten erhaltenen Werthe sich ganz in die für die dünneren Platten gefundenen Werthe einordnen, so werden auch die für die anderen Substanzen aus den Werthen von α_0 abgeleiteten Dielectricitätsconstanten nicht weit von der Wahrheit abweichen. Der für Schwefel sich ergebende Werth muss nach der Dielectricitätstheorie mit 1.05 multiplicirt werden, da nach §. 11 die Schwefelplatte 0.048 Hohlräume enthielt. Für die Schwefelplatte habe ich die Constante noch in anderer Weise berechnet. Da die Platte fast genau die gleiche Dicke wie die Ebonitplatte V hatte, so habe ich angenommen, dass der Mittelwerth für Schwefel nach 1 Minute sich zu dem Werthe von α_0 für Schwefel verhalte wie der Mittelwerth des nach 1 Minute für Ebonitplatte V erhaltenen Werthes zu α_0 für Ebonit. Aus den mitgetheilten und einigen anderen Beobachtungen ergibt sich als Werth von α nach der ersten Minute 0.5920. Der hieraus so abgeleitete Werth der Dielectricitätsconstante des Schwefels ist neben den aus dem oben angeführten α_0 berechneten gestellt. Die Werthe sind dann:

Substanzen.	D
Paraffin	1.96
Ebonit	2.56
Schwefel	2.88—3.21
Schellack II . .	2.95
Schellack I . . .	3.73
Glas	6.10

Für Paraffin erhielten Barclay und Gibson[1]) 1.976,

1) Phil. Mag. (4) XLI.

Boltzmann[1]) 2.32, Schiller[2]) 1.81 bis 2.47 je nach Verschiedenheit der Präparate und verschiedener Dauer der Ladung, für Ebonit Boltzmann 3.15, Schiller 2.21—2.76. Für Schwefel Siemens[3]) 2.9, Boltzmann 3.84, für weisses Spiegelglas erhielt Schiller 5.83—6.34. Man sieht, die obigen Werthe liegen zwischen den von den anderen Experimentatoren für die gleichen Substanzen gefundenen. Für die Constanten des Schellacks ist zu beachten, dass sie für nicht näher zu definirende und verschieden zusammengesetzte Gemenge von Schellack und venetianischem Terpentin gelten.

Aachen, den 19. Februar 1877.

V. *Ueber das electrische Verhalten der in Wasser oder Salzlösungen getauchten Metalle bei Bestrahlung durch Sonnen- oder Lampenlicht; von W. Hankel.*

(Aus den Berichten der math. phys. Klasse der K. Sächs. Ges. der Wiss. 1875 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Bei dem von mir construirten Electrometer[4]) hängt das Goldblättchen, dessen Ablenkung aus seiner Ruhelage zur Messung der electrischen Spannungen dient, in der Mitte zwischen zwei Messingplatten, welche durch Verbindung mit den beiden Polen einer Volta'schen Säule in gleich starkem, aber entgegengesetzt electrischem Zustande ge-

1) Boltzmann. Pogg. Ann. CLI.
2) Schiller. Pogg. Ann. CLII. Die grösste von Schiller benutzte Ladungsdauer ist 0.02, die kleinste 0.0001 Secunden etwa.
3) Siemens. Pogg. Ann. CII.
4) S. Ber. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. 1850. p. 71. Pogg. Ann. LXXXIV. p. 28; Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. V. p. 892.

halten werden. Dazu genügt es, falls die aus Zink, Kupfer und Wasser bestehenden Elemente alle gleiche electromotorische Kräfte besitzen, die Mitte der Säule zur Erde abzuleiten. Sind Ungleichheiten vorhanden, so fügt man der schwächeren Hälfte noch weitere Elemente aus Zink und Kupfer, oder um die Abgleichung vollkommener ausführen zu können, Elemente aus Zinn und Kupfer hinzu.

Die von den Polen der Säule auslaufenden Drähte gehen jedoch nicht unmittelbar zu den obengenannten Messingplatten, sondern zunächst zu einem Commutator, und von diesem aus führen dann die Leitungen zu den Messingplatten. Ein Umlegen des Bügels im Commutator verbindet also die Platten mit den entgegengesetzten Polen. Ist das Goldblättchen, welches zwischen diesen Platten hängt, mit der Erde leitend verbunden, so würde beim Umlegen des Commutatorbügels das Goldblättchen in seiner Ruhelage verharren, wenn es gänzlich frei von Electricität wäre; da es aber durch seine Ableitung zur Erde infolge der in dieser Leitung liegenden Contacte eine, wenn auch nur sehr geringe, electrische Spannung besitzt, so wird beim Umlegen des Commutatorbügels ein sehr kleiner, jener Spannung entsprechender Ausschlag entstehen.

Ich hatte nun bei den ersten Untersuchungen, welche ich vor 25 Jahren mit diesem Instrumente anstellte, vielfach wahrgenommen, dass wenn zufällig die Sonnenstrahlen einen Theil der Volta'schen Säule trafen, die Gleichheit der beiden Hälften der Säule verloren ging, und das Goldblättchen beim Umlegen des Commutators einen erheblichen Ausschlag gab.

Da ich damals, eben bei der Prüfung jenes Electrometers beobachtete,[1]) dass die Spannung einer aus Zink, Kupfer und Wasser gebildeten Säule, wenn diese Metalle bereits längere Zeit in Wasser gestanden haben, bei Erhöhung ihrer Temperatur wächst, so glaubte ich, ohne die

1) Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. V p. 432.

Wirkungsweise der Sonnenstrahlen genauer zu untersuchen, jene Aenderung in der Spannung der von den Sonnenstrahlen getroffenen Säulenhälfte allein der durch diese Strahlen erzeugten Erwärmung zuschreiben zu müssen.

Bei einem eben solchen im Laufe der letzten Wochen eingetretenen Vorgange, wo also wieder durch das Bestrahlen eines Theiles der einen Säulenhälfte eine erhebliche Ungleichheit in den Spannungen der beiden Säulenhälften hervortrat, ergab sich indess bei näherer Prüfung, dass die Spannung der theilweise beleuchteten Hälfte nicht vermehrt, sondern vielmehr vermindert war, und zwar in nicht unbeträchtlichem Grade. Jede Hälfte der Säule enthielt ungefähr 60 Elemente, und ich musste aus der nicht bestrahlten Hälfte zwei Elemente hinwegnehmen, um wieder nahe Gleichheit in den Spannungen an beiden Polen zu erzielen. Die Aenderung war also in gerade entgegengesetztem Sinne erfolgt, als wenn die Gläser mit der Flüssigkeit und den Metallen erwärmt worden wären.

Dazu kam noch die weitere Beobachtung, dass mit dem Beginne der Bestrahlung durch Aufziehen eines Rouleau die angegebene Abnahme der Intensität der bestrahlten Säulenhälfte sofort eintrat, und ebenso mit dem Abhalten der Sonnenstrahlen durch Niederlassen des Rouleau sogleich wieder verschwand.

Beide Beobachtungen wiesen also darauf hin, dass es nicht die Erhöhung der Temperatur der Gläser und ihres Inhaltes war, welche die beschriebene Abnahme in der Intensität der bestrahlten Säulenhälfte hervorbrachte; dass vielmehr die Sonnenstrahlen in anderer Weise jene Aenderung erzeugten.

Da bei dem eben berichteten Vorgange die Aenderung in der Spannung der bestrahlten Säulenhälfte nicht direct gemessen wurde, sondern sich nur durch die Ungleichheit der Vertheilungen kundgab, welche die beiden Messingplatten auf das zwischen ihnen hängende und zur Erde abgeleitete Goldblättchen hervorbrachten, so wurden behufs directer Messung jener Aenderung zwei Säulen

aus je 40 seit längerer Zeit benutzten Elementen (Zink, Kupfer, Wasser) gebildet und zwei gleichnamige Pole derselben miteinander verbunden; von den beiden anderen, ebenfalls gleichnamigen Polen wurde der eine zur Erde abgeleitet, der andere aber zu dem Goldblättchen des Electrometers geführt. Da die beiden Säulen entgegengesetzt verbunden waren, so hoben sich ihre Spannungen auf.

Die eine dieser Säulen konnte nun nach Belieben durch Aufziehen eines Rouleau von der Sonne bestrahlt, und durch Niederlassen desselben wieder beschattet werden, während die andere stets im Schatten verblieb. Die Empfindlichkeit des Electrometers war so regulirt, dass ein Element Zink-Kupfer-Wasser einen Ausschlag von nahe 7 Scalentheilen auf dem im Oculare des Mikroskops befindlichen Glasmikrometer erzeugte. Durch die Bestrahlung der einen Säule mittelst Sonnenlichtes entstand nun ein Ausschlag von ungefähr 14 Scalentheilen, und zwar erfolgte derselbe im Sinne der Spannung der anderen beschattet gebliebenen Säule; beim Beschatten der ersten Säule verschwand derselbe sogleich wieder.

Darauf wurden die beiden bisher mit der Erde und dem Goldblättchen des Electrometers verbundenen Pole der beiden Säulen mit den Enden des Drahtes eines Galvanometers von 30000 Windungen verknüpft, und die Spannungen der beiden Säulen so weit abgeglichen, dass die Nadel nahe an dem Nullpunkte stand, wenn beide Säulen beschattet waren. Wurde die eine derselben durch das Aufziehen eines Rouleau den Sonnenstrahlen ausgesetzt, so trat ein Ausschlag ein, dessen Richtung auf eine Schwächung der Spannung in der belichteten Säule[1]) hinwies, und es mussten zwei Elemente aus der anderen Seite entfernt werden, um die Nadel wieder nahe auf den Nullpunkt zurückzuführen.

1) Wie bereits zuvor bemerkt, hatten die zu diesen Säulen benutzten Elemente längere Zeit in Wasser gestanden und waren stark mit einer Oxyd- und Salzschicht bedeckt.

Da der Leitungswiderstand der beiden Säulen, deren Flüssigkeit nur aus Wasser bestand, sehr gross war, so konnte eine Ungleichheit von selbst zwei Elementen Zink-Kupfer-Wasser trotz der vielen Windungen des Multiplicators doch keinen sehr beträchtlichen Ausschlag der Nadel erzeugen. In dem eben beschriebenen Versuche erreichte derselbe nur ungefähr 15°.

Nach dem Vorstehenden betrug die infolge der Bestrahlung durch die Sonne in der Spannung eines Elementes Zink-Kupfer-Wasser eintretende Aenderung, wofern die Metalle längere Zeit in Wasser gestanden hatten und stark mit Oxyden und Salzen bedeckt waren, ungefähr $^1/_{20}$ eben dieser Spannung; es musste sich jene Aenderung daher auch bei nur zwei einander entgegengesetzten Elementen Zink-Kupfer-Wasser mit dem zuvor beschriebenen Galvanometer nachweisen lassen, wenn das eine Element von der Sonne bestrahlt wurde, während das andere im Schatten verblieb, weil bei dieser Einrichtung der Widerstand der Flüssigkeit ein sehr viel geringerer war. Ich erhielt denn auch durch Bestrahlung des einen Elementes sehr beträchtliche Ausschläge der Nadel und zwar stets in dem Sinne, dass die Spannung in dem bestrahlten Elemente geringer geworden war.

Die mitgetheilten Beobachtungen forderten zu einer genaueren Untersuchung über den Einfluss der Bestrahlung der in Wasser und Salzlösungen befindlichen Metallflächen auf. Leider war ich erst in der Mitte des September auf jene Vorgänge aufmerksam geworden und hatte bei den weiteren Versuchen sehr viel unter der Ungunst der Witterung zu leiden, indem die Sonne selbst wochenlang nicht erschien. Es ist daher bis jetzt nicht möglich gewesen, die Untersuchung so weit fortzuführen, als ich gewünscht. Namentlich musste ich mich auch entschliessen, selbst bei schwach verschleierter Sonne und bei zahlreichen zerstreuten Wolken zu arbeiten, war dann aber gezwungen, mich mit der Festsetzung des Sinnes, in welchem eine Aenderung der bestrahlten Metalle eintrat, und

mit einer je nach dem Zustande der Bestrahlung ungefähren Schätzung der Grösse derselben zu begnügen. Ich führe deshalb in dem Folgenden keine Zahlenangaben an, die eben nur bei einer constanten Intensität der Bestrahlung Werth haben würden.

Genügen die nachstehend mitgetheilten Beobachtungen bereits zu einer Uebersicht über die Gesammtheit der durch die Wirkung des Lichtes auf die in Wasser stehenden Metallplatten erzeugten electromotorischen Vorgänge, so erscheinen sie mir doch noch unzureichend, um eine sichere Erklärung derselben aufzustellen. Dazu bedarf es erst noch der Beantwortung einer Reihe von Fragen, die ich im nächsten Sommer unter besseren Lichtverhältnissen, als sie der Winter darzubieten vermag, auszuführen hoffe.

Bevor ich aber zu der Mittheilung der bis jetzt von mir ausgeführten Versuche übergehe, wird es zweckmässig sein, eine kurze Uebersicht des bereits früher auf diesem Gebiete bekannt Gewordenen zu geben.

Uebersicht der bisherigen Untersuchungen.

Der erste, welcher die Einwirkung des Lichtes auf die in verdünnten Säuren oder Salzlösungen befindlichen Metalle in Bezug auf die Erzeugung electrischer Ströme untersucht hat, ist Edmund Becquerel gewesen. Derselbe wurde ursprünglich von der Absicht geleitet, durch die Bestrahlung zweier unter dem Einflusse des Lichtes chemisch auf einander wirkender Flüssigkeiten electrische Ströme hervorzurufen.[1]) Er brachte zu diesem Zwecke käuflichen Alkohol auf eine concentrirte Lösung von Eisenchlorid in Wasser, tauchte in jede dieser Flüssigkeiten einen Platindraht, und verband diese Drähte mit den Enden eines Galvanometers. Der sofort bei der Zusammenstellung des Apparates im Dunkeln durch die Heterogeneität der Substanzen entstehende electrische Strom ver-

1) C. R. IX. p. 145.

ringerte sich bei geschlossener Kette und wurde bald constant. Beim Zutritte der Sonnenstrahlen entstand sofort eine stärkere Ablenkung der Nadel.

Aehnliche Resultate erhielt E. Becquerel mit anderen Chloriden, welche bei Berührung mit Alkohol, Holzgeist oder Aether in Verbindungen von einem geringeren Chlorgehalte übergehen können, während er durch die Chlorüre bei gleicher Behandlung keine electrischen Ströme hervorzurufen vermochte. Als er das Sonnenlicht durch farbige Gläser gehen liess, beobachtete er, dass hinter blauen und violetten Gläsern die Wirkung eintrat, dagegen hinter rothen, gelben und grünen ausblieb.

Da bei diesem Verfahren auch gleichzeitig die in die Flüssigkeit getauchten Metalle von den Sonnenstrahlen getroffen wurden, so untersuchte E. Becquerel in einer zweiten Abhandlung,[1]) die durch Bestrahlung von Metallen, welche in schwach saure, alkalische oder neutrale Lösungen eingesenkt waren, erzeugten electrischen Ströme. Er tauchte zwei Platinplatten, welche zuvor behufs Zerstörung aller fremdartigen, ihren Oberflächen anhängenden Substanzen bis zum Rothglühen erhitzt worden waren, in die genannten Lösungen ein, und liess eine derselben von den verschiedenfarbigen Strahlen des Sonnenlichtes bescheinen, während die andere im Dunkeln gehalten wurde. Wenn die Platinplatten sehr rein waren und vor ihrem Ausglühen in concentrirter Salpetersäure gestanden hatten, so erhielt E. Becquerel gar keinen electrischen Strom, so dass er die sonst bei Anwendung von nur geglühten Platten erhaltenen Ströme der Einwirkung des Sonnenlichtes auf eine unendlich dünne, der Oberfläche der Platinplatte anhängende Schicht fremdartiger Substanzen zuschreibt. Die belichtete Platte wurde in einer alkalischen Lösung positiv, in einer sauren negativ.[2])

1) C. R. IX. p. 561.

2) M. Becquerel, Traité d'électr. et du magn. T. VI. p. 58. E. Becquerel, la lumière, ses causes et ses effets. II. p. 123.

Als E. Becquerel zwei abgeschabte Messingplatten in Wasser eintauchte, welches durch einige Tropfen Salpetersäure schwach angesäuert war, wurde die belichtete Platte negativ. Nachdem er die beiden Platten als Pole einer Volta'schen Säule benutzt, wodurch die eine Platte oxydirt worden, erschien die oxydirte Platte bei der Bestrahlung positiv.

Zwei in schwach mit Salpetersäure versetztem Wasser stehende Platten aus reinem Silber gaben bei Bestrahlung der einen Platte, sowohl vor als nach ihrer Verwendung als Pole einer Volta'schen Säule, nur eine sehr schwache Wirkung, und zwar zeigte sich die belichtete Platte positiver.

Als E. Becquerel die Silberplatten mit einer dicken Jodschicht überzog, wurde die bestrahlte Platte stark positiv, während nach dem Zutritt von Chlor zu den Silberplatten der electrische Strom keine grössere Intensität zeigte, als bei reinen Silberplatten. Bei einer Jod- und Bromschicht hatten die Ströme nur eine kurze Dauer.

E. Becquerel untersuchte sodann die Wirkung des Lichtes auf frisch bereitetes Chlor-, Brom- und Jodsilber, die in dünner Schicht auf einer Platinplatte ausgebreitet waren; die bestrahlte Platte erschien positiv gegen die im Dunkeln befindliche. Auf das Chlorsilber wirkten die violetten und blauen Strahlen, während die grünen nur Spuren eines Stromes hervorriefen und die gelben und rothen ganz ohne Einfluss blieben.

In einer folgenden Abhandlung zeigte E. Becquerel,[1]) dass jodirte Silberplatten sich verschieden verhalten, je nachdem sie zuvor schon belichtet sind oder nicht. Auf eine unter völligem Abschlusse des Lichtes bereitete Platte wirkten nur die Strahlen des Spectrums von *F* bis *P*, während bei einer zuvor belichteten Platte auch die weniger brechbaren Strahlen electrische Ströme hervorriefen. Eine bereits angemessen belichtete Platte zeigte zwei

1) Ann. d. chim. et phys. (3) IX. p. 274.

Maxima der Wirkung, das eine zwischen *G* und *H*, das andere zwischen *D* und *E*, während zwischen *F* und *G* ein Minimum lag.

Später[1]) (im Jahre 1851) wandte E. Becquerel zur Construction eines Actinometers, welches für die leuchtenden Strahlen von *A* bis *H* empfindlich sein sollte, Silberplatten an, die als positiver Pol eines Bunsen'schen Elementes in verdünnte Salzsäure so lange eingetaucht worden, bis auf ihnen das Violett der vierten Ordnung erschien, und dann beim Erhitzen auf 150 bis 200° eine rosenrothe Färbung angenommen hatten. Bei der Bestrahlung solcher Platten durch die verschiedenen Farben des Spectrums lag die grösste Intensität der durch die Belichtung der einen Platte erzeugten electrischen Ströme zwischen *D* und *E*, nahe an *E*.

Die in der beschriebenen Weise dargestellten Platten sind auch für das zerstreute Tageslicht und für Lampenlicht empfindlich.

E. Becquerel beobachtete auch, dass beim Aufhören der Bestrahlung die Nadel des Galvanometers nicht blos nach der Ruhelage zurückging, sondern diese letztere etwas nach der anderen Seite hin überschritt, und dann erst sich auf die Ruhelage einstellte. Er glaubte diese Bewegung der Nadel durch eine Polarisation der Platten (par suite probablement d'un courant secondaire) hervorgebracht.

Im Jahre 1858 hat Grove[2]) auch einige Versuche veröffentlicht über die Erzeugung electrischer Ströme durch Bestrahlung der einen von zwei in schwach mit Schwefel-, Salz- oder Salpetersäure versetztes Wasser eingetauchten Platinplatten. Bei dem Schwanken seiner Resultate, indem die belichtete Platte bald positiv, bald negativ wurde, glaubte er die Ursache dieser Ströme in einer durch die

1) Ann. d. chim. et phys. (3) XXXII. p. 176.
2) Phil. Mag. XVI. (4) p. 426.

Bestrahlung bewirkten Vergrösserung einer ursprünglich vorhandenen Polarisation der Platte suchen zu müssen. Die Untersuchungen E. Becquerel's werden von ihm nirgends erwähnt; er gedenkt nur eines von ihm selbst mit Daguerre'schen Platten ausgeführten und in seiner Schrift „Correlation of Physical forces“ angeführten Versuches.

Auch Pacinotti[1]) kennt im Jahre 1863 die Arbeiten E. Becquerel's nicht, sondern citirt nur die soeben erwähnte Stelle in der Schrift von Grove.

Pacinoti hat die Metalle in Lösungen, namentlich ihrer eigenen Salze gestellt, und sodann die eine Metallplatte belichtet. Wenn zwei Kupferplatten[2]) in Lösungen von schwefelsaurem oder salpetersaurem Kupferoxyd, Zinkplatten in Lösungen von Zinkvitriol oder Chlorzink, Eisenplatten in Lösungen von Eisenvitriol oder Eisenchlorür, sowie Bleiplatten in eine Lösung von essigsaurem Bleioxyd gestellt wurden, so fand er die belichteten Platten stets negativer; dagegen wurde von zwei in einer Lösung von salpetersaurem Silberoxyd befindlichen Silberplatten die vom Sonnenlicht bestrahlte positiv. Bei Anwendung zweier Platinplatten, welche in einer Kupfervitriollösung standen, konnte er bei der Bestrahlung der einen keine Ablenkung der Nadel wahrnehmen.

Die Strahlen einer Petroleumlampe oder einer erhitzten dicken Eisenplatte erzeugten ebenfalls Ablenkungen der Nadel, und zwar wurde die der Strahlung ausgesetzte Platte stets negativer, selbst bei Silber in einer Lösung von salpetersaurem Silberoxyd.

Als Pacinotti einen kleinen kupfernen Kasten in einen etwas grösseren stellte, den Zwischenraum zwischen beiden mit Kupfervitriollösung anfüllte, und dann in den Hohlraum des inneren kleineren Kastens heisses Wasser

---

1) Cimento XVIII. p. 373.

2) Ueber die Beschaffenheit der Metalloberflächen macht Pacinotti nirgends eine Mittheilung.

goss, fand er das erhitzte Kupfer des inneren Kastens positiv gegen das kältere des äusseren Kastens.

Eigene Beobachtungen über das Verhalten der in Wasser und Salzlösungen eingetauchten Metalle bei Bestrahlung durch Sonnen- oder Lampenlicht.

I. Verhalten des Kupfers.

A. In Wasser eingetaucht.

Das Verhalten des Kupfers und ebenso anderer Metalle ändert sich sehr beträchtlich mit dem Zustande ihrer Oberfläche; es wird daher nöthig, die bei den verschiedenen Oberflächenzuständen gemachten Beobachtungen gesondert mitzutheilen.

a. Frisch geputztes Kupfer.

Zwei Kupferstreifen von 30 Mm. Breite und 90 Mm. Länge waren durch Eintauchen in mässig verdünnte Schwefelsäure von der Glühkruste gereinigt und dann mit fein geschlemmtem Tripel geputzt worden. Es machte Mühe, die Oberflächen der beiden Streifen so weit gleich herzustellen, dass die Nadel des Galvanometers (mit 30000 Windungen) in der Nähe des Nullpunktes stehen blieb, und es verging nach dem Eintauchen wohl eine halbe Stunde, bis die angenäherte Gleichheit der Streifen erreicht wurde und die Beobachtungen begonnen werden konnten.

Der eine Streifen war durch eine Korkscheibe geschoben und in eine poröse Thonzelle, wie sie zu Bunsen-schen oder Grove'schen Elementen benutzt werden, so eingesetzt, dass die Korkscheibe als Deckel die Zelle schloss. Dieser Streifen befand sich also stets im Dunkeln. Die mit Wasser (aus der städtischen Wasserleitung) gefüllte Thonzelle wurde in ein grösseres mit demselben Wasser angefülltes Glas eingesetzt, und in dieses Wasser der andere Kupferstreifen so eingetaucht, dass eine seiner breiten Flächen der Lichtquelle zugekehrt war. Die beiden Strei-

fen standen mit je einem Ende des Galvanometerdrahtes in Verbindung.[1])

Das Glas mit der Zelle und den Kupferstreifen wurde nun unter einen schwarzen Kasten gestellt, welcher auf der der Sonne zugekehrten Seite einen Schieber trug; durch Entfernen und Einsetzen des letzteren konnte also der frei im Wasser des Glases stehende Kupferstreifen den Sonnenstrahlen ausgesetzt oder gegen sie geschützt werden. In den Falz, worin der Schieber sich bewegte, liessen sich auch verschiedenfarbige Glasplatten einschieben, so dass erst das infolge des Durchganges durch diese Gläser gefärbte Licht den Kupferstreifen traf.[2])

Als nun in der beschriebenen Weise der frei im Wasser befindliche geputzte Kupferstreifen ungefähr eine halbe Stunde nach dem Eintauchen in das Wasser geprüft wurde, erhielt ich beim Bestrahlen mit freiem und sodann mit dem durch die farbigen Gläser modificirten Sonnenlichte die folgenden Resultate:

Beim Zutritte des freien Sonnenlichtes wurde der bestrahlte Streifen negativ gegen den im Dunkeln befindlichen, jedoch nur mässig, d. h. der Strom ging von dem im Dunkeln befindlichen Streifen durch die Flüssigkeit zu dem bestrahlten.[3]) Hinter einem rothen Glase war die

---

1) Der ganze Apparat war auf einem festen Fenstersteine aufgestellt worden; des heftigen, störend wirkenden Luftzuges wegen konnte das Fenster nicht geöffnet werden. Unter freiem Sonnenlicht ist im Folgenden daher stets das bereits durch das Glas einer Fensterscheibe hindurchgegangene zu verstehen. Dieses durch die Fensterscheibe gegangene Sonnenlicht hatte nun noch die Glaswand des Gefässes und eine 40 bis 60 Mm. dicke Wasserschicht zu durchdringen, bevor es die Oberfläche des Kupferstreifens erreichte.

2) Bei dem veränderlichen Zustande des Himmels war es bis jetzt nicht möglich, Versuche mit den reinen Farben des durch ein Prisma gebildeten Sonnenspectrums anzustellen; derartige Untersuchungen habe ich für den nächsten Sommer aufsparen müssen.

3) Um keine Unbestimmtheiten in den Angaben übrig zu lassen, bemerke ich, dass ich den bestrahlten Streifen als negativer oder

Wirkung ausserordentlich gering, hinter einem gelben ein wenig stärker, hinter einem grünen noch etwas stärker, hinter einem dunkelblauen noch grösser, während sie hinter einem sehr dunkelvioletten Glase wieder geringer ausfiel. In allen Fällen aber wurde die bestrahlte Platte negativ.[1])

Als anstatt des Sonnenlichtes das Licht einer mit Reflector versehenen Gaslampe auf den frisch geputzten Kupferstreifen fiel, konnte nur eine äusserst geringe Einwirkung wahrgenommen werden, während beim Verbrennen eines Streifchens Magnesium ein Ausschlag von 8^0 erhalten

---

schlechthin negativ bezeichne, wenn der Ausschlag des Galvanometers in der Richtung erfolgt, wie er eintreten müsste, wenn an Stelle des bestrahlten Kupfers Platin gebracht würde; dagegen als positiver oder schlechthin positiv bei entgegengesetztem Ausschlage, wie ihn also ein an Stelle des belichteten Kupfers gesetztes Zinkstück hervorbringen würde.

1) Wir werden in den nächsten Abschnitten finden, dass stark mit Oxyden und Salzen bedeckte Kupferplatten bei der Bestrahlung durch Sonnenlicht positiver werden. Da nun nach meinen Untersuchungen über die electromotorischen Kräfte zwischen Wasser und Metallen (Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. XI. p. 605) sofort nach dem Eintauchen eines frisch geputzten Kupfers in Wasser eine Verbindung der Oberflächentheilchen des Metalles mit Sauerstoff entsteht, welche bereits nach zehn Minuten die anscheinend noch blanke Oberfläche des Kupfers um ungefähr $1/6$ der Spannung zwischen Zink und Kupfer negativer als das blanke Kupfer vor dem Eintauchen macht, so ist es wahrscheinlich, dass bei den oben beschriebenen Versuchen das Sonnenlicht durch seine Wirkung auf die infolge einer längeren Berührung mit Wasser entstandene unendlich dünne oxydirte Schicht zugleich eine positive Aenderung erzeugt hat, jedoch nur in so geringem Grade, dass sie durch die gleichzeitig eintretende stärkere negative Aenderung völlig verdeckt wird.

Es mag hier noch erwähnt werden, dass bei einem Paare aus sehr dickem Kupferbleche geschnittener Streifen anfänglich die scheinbar metallische polirte Oberfläche durch Bestrahlung in positiver Richtung verändert wurde; erst nach dem Abfeilen der oberflächlichen, jedenfalls noch Oxydul enthaltenden Schicht trat dann beim Bestrahlen die negative Aenderung auch bei diesen beiden Streifen ein.

wurde; und zwar erschien auch in diesen Versuchen der belichtete Streifen negativ.

b. Durch mässiges Erhitzen oxydirtes Kupfer.

Zwei Kupferstreifen wurden erst mit Schwefelsäure behandelt, dann mit Tripel geputzt, darauf in einem kleinen kupfernen Trockenofen bis 150° erhitzt, und sofort der Erkaltung überlassen. Ihre Farbe war etwas dunkel goldgelb. Nachdem sie einen Tag[1]) in Wasser gestanden hatten, wurden sie in der zuvor beschriebenen Weise geprüft.

Freies Sonnenlicht: Die belichtete Platte (Streifen) wird stark negativ; beim Verdunkeln verschwindet die Ablenkung der Nadel nur sehr langsam.

Rothes Glas: Aeusserst geringe Einwirkung.

Hellgelbes Glas: Die bestrahlte Platte wird zuerst positiv, sehr bald aber geht sie in's Negative über. Beim Niederlassen des Schirmes schlägt die Nadel in dem letzteren Sinne noch weiter aus und kehrt dann erst zur Ruhelage zurück.

Dunkelgrünes Glas: Aehnliches Verhalten, nur scheint der erste positive Ausschlag etwas geringer zu sein, als bei Vorsetzung des hellgelben Glases.

Hellblaues, dunkelblaues und violettes Glas: Die Nadel zeigt gleich anfangs eine negative Veränderung der bestrahlen Platten, die hinter dem violetten nur wenig Licht durchlassenden Glase schwächer ist, als hinter den blauen Gläsern. Beim Niederlassen des Schirmes beginnt die Nadel sogleich den Rückgang.

Aus diesen Beobachtungen folgt, dass beim Belichten mit gelben und grünen Strahlen zwei Aenderungen auf der Oberfläche des Metalles eintreten. Die erste, welche das Kupfer positiver macht, tritt rascher ein als die zweite, durch welche der negative Zustand bedingt wird. Während

1) Ihre sofortige Prüfung, gleich nach dem Eintauchen, wurde infolge des Verdeckens der Sonne durch Wolken unmöglich.

anfangs die erste Veränderung überwiegt, und die Nadel in ihrem Sinne ausschlagen macht, erreicht die zweite bald eine grössere Stärke, so dass die Nadel nach der Ruhelage zurückgeht und schliesslich eine negative Ablenkung zeigt, welche die Differenz der beiden Zustände misst. Nun verschwindet aber die erste Veränderung, ebenso wie sie rascher entstand, auch rascher, während die zweite langsamer verläuft; infolge dessen entsteht beim Niederlassen des Schirmes eine Vergrösserung des vorhandenen negativen Ausschlages.[1])

Hinter blauen und violetten Gläsern tritt beim Beginn des Bestrahlens sofort der negative Zustand der belichteten Platte ein; hieraus ergibt sich, dass, um es kurz auszudrücken, der positive Zustand besonders durch die weniger, der negative dagegen durch die stärker brechbaren Strahlen des Sonnenlichtes hervorgerufen wird. Einer genauen Untersuchung der Einwirkung der reinen Farben des Spectrums bleibt es vorbehalten, die specielle Wirkung derselben mit Bestimmtheit festzustellen.

Da bei den im vorhergehenden Paragraphen beschriebenen Beobachtungen auf ziemlich blanken Oberflächen der positive Zustand nicht eintrat, oder wenigstens nicht beobachtet werden konnte,[2]) so erhellt, dass derselbe durch die Einwirkung der weniger brechbaren Strahlen auf das Kupferoxydul oder Oxyd und der negative durch die Einwirkung der stärker brechbaren Strahlen auf die metallischen Oberflächen erfolgt.

Die in den nächstfolgenden Abschnitten mitgetheilten Versuche werden nun zeigen, dass die positive Veränderung beim Bestrahlen mit Sonnenlicht um so stärker hervortritt, je mehr das Kupfer mit Oxyden und Salzen

---

1) Das Zusammenbestehen oder auch die Ueber- oder Nebeneinanderlagerung der beiden entgegengesetzten Zustände hat nichts Wunderbares; in einer angeschlossenen Notiz werde ich zeigen, dass sich selbst auf einer Platinplatte zwei entgegengesetzte Polarisationszustände über- oder nebeneinander legen lassen.

2) Vgl. die Anmerk. auf p. 414.

bedeckt ist, so dass wir zuletzt bei Streifen anlangen, auf welchen der negative Zustand durch den positiven völlig verdeckt wird, und auch selbst im Augenblicke des Verdunkelns nicht mehr hervorzutreten vermag.

c. Stark oxydirtes Kupfer.

Zwei aus einem Bleche geschnittene Kupferstreifen wurden nur mit Wasser sorgfältig abgewaschen; es verblieb also auf ihrer Oberfläche die ganze oxydirte Schicht, wie sie durch das Glühen beim Walzen des Bleches entstanden war. Es wurde erst der eine und dann der andere Streifen dem Lichte ausgesetzt; beide verhielten sich nahe gleich.

Freies Sonnenlicht: Der bestrahlte Kupferstreifen wurde zuerst stark positiv, so dass die Nadel bis zur Hemmung flog; darauf kehrte die Nadel zurück und stellte sich mit schwacher Ablenkung auf die andere Seite, so dass also nun der belichtete Streifen negativ erschien. Beim Verdunkeln schlug die Nadel sofort in dem letzteren negativen Sinne heftig an die Hemmung, und bewegte sich dann erst langsam zur Ruhelage zurück.

War die Sonne durch weisse Wolken bedeckt, so entstand beim Belichten sofort ein Ausschlag, welcher auf eine negative Aenderung des belichteten Streifens hinwies. Eben diese negative Aenderung trat auch im Winter bei wolkenlosem Himmel, bei tiefstehender Sonne und etwas dunstiger Atmosphäre ein.

Rothes Glas: Der belichtete Streifen wurde zuerst ziemlich stark positiv; doch nahm der betreffende Ausschlag bald an Grösse ab. Ob beim Verdunkeln ein negativer Ausschlag eintrat, liess sich nicht entscheiden; jedenfalls trat hinter dem rothen Glase der negative Zustand weniger hervor.

Hellgelbes Glas: Der Kupferstreifen wurde beim Eintritt der Bestrahlung sehr stark positiv; sehr bald nahm aber der betreffende Ausschlag ab, jedoch ohne in den

negativen überzugehen. Dagegen trat beim Verdunkeln der letztere in solcher Stärke ein, dass die Nadel gegen die Hemmung geworfen wurde.

Dunkelgrünes Glas: Der eine Streifen wurde beim Bestrahlen anfangs schwach positiv, und darauf negativ, während bei dem anderen gleich beim Eintritte der Bestrahlung ein negativer Ausschlag entstand. Beim Verdunkeln begann die auf der negativen Seite stehende Nadel sofort zur Ruhelage zurückzukehren.

Dunkelblaues Glas: Der belichtete Streifen wurde gleich beim Beginn des Bestrahlens negativ, und beim Verdunkeln setzte sich die Nadel sogleich nach der Ruhelage hin in Bewegung. — Die negative Aenderung ist hinter dem dunkelblauen Glase sogar beträchtlicher als bei freier Sonne. Hat die Nadel, wenn das Licht durch das blaue Glas geht, eine feste Ablenkung angenommen, so schlägt beim Wegziehen dieses Glases und beim Zutritt der reinen Sonnenstrahlen die Nadel heftig nach der positiven Seite und stellt sich dann in einer dauernden negativen Ablenkung ein, die aber geringer ist, als bei vorgesetztem blauen Glase. Wird das dunkelblaue Glas wieder vorgesetzt, so geht die Nadel sehr stark im negativen Sinne vor, und stellt sich schliesslich auf die bei dem ersten Vorsetzen des Glases beobachtete Ablenkung wieder ein.

Violettes Glas: Wirkung ähnlich wie hinter dem dunkelblauen, nur wegen der starken Lichtabsorption geringer.

Diese Versuche zeigen deutlich, wie durch die starke Oxydschicht (Glühkruste) der positive Zustand begünstigt wird, aber auch zugleich, dass derselbe der Einwirkung der weniger brechbaren Strahlen, ja selbst der jenseits des Rothen liegenden, nicht leuchtenden Strahlen seine Entstehung verdankt. Dies letztere folgt namentlich aus der Beobachtung, dass das durch weisse Wolken gegangene Sonnenlicht bei seinem Eintritte den positiven Zustand nicht so stark hervorzurufen vermochte, dass er den durch die stärker brechbaren Strahlen erzeugten negativen Zu-

stand überwinden konnte. Da die Wolken noch weiss erschienen, so hat in ihnen vorzugsweise eine Absorption der ultrarothen Strahlen stattgefunden; ihr Fehlen im Lichte bedingt also die geringe Stärke der (jedenfalls in einem gewissen Grade vorhanden gewesenen und nur durch den bei weitem stärkeren entgegengesetzten Zustand verdeckten) positiven Veränderung des Kupferstreifens.

Bei Anwendung von Gaslicht wurde der bestrahlte Streifen erst positiv; der betreffende Ausschlag der Nadel nahm aber bald ab und ging zuletzt in einen schwachen negativen über, der sich beim Verdunkeln noch vergrösserte. Auch bei Magnesiumlicht zeigte sich beim Eintritt der Bestrahlung ein positiver Zustand; die kurze Dauer des Lichtes verhinderte jedoch die weitere Beobachtung über den Gang der Nadel.

d. Durch langes Verweilen in Wasser mit Oxyden und Salzen bedeckte Kupferstreifen.

Schliesslich wurden noch zwei 10 Mm. breite und 70 Mm. lange Kupferstreifen, welche in der eingangs beschriebenen, mit dem Electrometer verbundenen Volta'schen Säule mehrere Jahre hindurch als Elemente gedient und also während dieser Zeit in Wasser gestanden hatten, einer genaueren Untersuchung unterworfen. Die Oberfläche beider Streifen war stark mit Oxyden und Salzen bedeckt.

Freies Sonnenlicht: Wie nach dem Früheren zu erwarten, trat der positive Zustand beim Bestrahlen noch stärker hervor; die Nadel ging beim Zutritte des Lichtes gegen die Hemmung, und blieb auch bei Fortdauer des Bestrahlens in diesem positiven Sinne mehr oder weniger abgelenkt. Beim Verdunkeln trat bei der Prüfung des einen Streifens (*a*) der negative Zustand noch hervor, während er bei dem anderen (*b*) nicht mehr aufzutreten vermochte.

Rothes Glas: Der bestrahlte Streifen wurde schwach positiv.

Hellgelbes Glas: Der bestrahlte Streifen wurde sehr stark positiv; beim Verdunkeln schien bei dem einen Streifen (*a*) der negative Zustand schwach sichtbar zu werden.

Dunkelgrünes Glas: Aehnliche, aber schwächere Wirkung.

Dunkelblaues Glas: Wirkung ebenso, aber schwächer.

Violettes Glas: Bei dem einen Streifen (*a*) trat beim Beginn der Bestrahlung sofort der negative Ausschlag ein, während bei dem anderen (*b*) noch der positive Ausschlag erschien, auf welchen aber beim Verdunkeln ein schwacher negativer Ausschlag folgte.

Der eine der beiden Streifen (*b*) war also, ähnlich wie bei den im vorhergehenden Paragraphen beschriebenen, stärker mit Oxyden und Salzen bedeckt als der andere (*a*), so dass selbst hinter einem violetten Glase noch die positive Veränderung überwog; das Vorhandensein der negativen wurde durch den beim Verdunkeln eintretenden negativen Ausschlag erwiesen.

Es tritt aber in der vorstehenden Versuchsreihe wieder der Unterschied in der Einwirkung des verschiedenfarbigen Lichtes auf die mit Oxyden und Salzen bedeckte Kupferfläche in sehr auffälliger Weise hervor; ich mag jedoch aus den mit farbigen Gläsern ausgeführten Versuchen keinen strengen Schluss auf die Wirkungsweise der verschiedenen Strahlengattungen ziehen. Dazu wird, wie schon früher bemerkt, die Anwendung der reinen Farben des Spectrums erfordert, die ich mit Benutzung von Steinsalz-, Glas- und Bergkrystallprismen im nächsten Sommer ausführen zu können hoffe.

Schliesslich möge hier noch erwähnt werden, dass auch bei Gaslicht die Nadel des Galvanometers beim Bestrahlen des einen Streifens in positivem Sinne bis zur Hemmung ging, und dann noch stark in eben diesem Sinne abgelenkt blieb. Bei Anwendung von Magnesiumlicht schlug die Nadel in gleicher Richtung gegen die Hemmung und schien ebenfalls auf dieser Seite zu bleiben.

B. In Kupfervitriollösung eingetaucht.

1. Frisch geputztes Kupfer.

Zwei Kupferstreifen wurden mit Tripel geputzt und in eine fast gesättigte Lösung von reinem schwefelsauren Kupferoxyd, die etwas sauer reagirte, in der früher p. 412 beschriebenen Weise eingetaucht. Sogleich nach dem Eintauchen wurde der dem freien Sonnenlichte ausgesetzte Streifen negativ. Indess änderte sich der Zustand der Oberfläche sehr bald; nachdem die Streifen eine halbe Stunde in der Lösung gestanden, wurde der belichtete Streifen nicht negativ, sondern vielmehr stark positiv. Hinter dem blauen Glase war diese Wirkung nur wenig kleiner, dagegen viel schwächer hinter grünem und gelbem Glase, und fehlte fast ganz hinter rothem.

Als die Kupferstreifen sodann aus der Lösung herausgenommen, zeigte der dem Licht ausgesetzt gewesene in der vom Licht getroffenen Strecke eine dunkelblaurothe Färbung, während der untere Theil desselben, welcher zufälligerweise durch eine Leiste am unteren Rande des Kastens beschattet worden war, ebenso wie der andere in der Thonzelle befindlich gewesene Streifen in ihrer Oberflächenfarbe nur wenig verändert erschienen.

2. Stark oxydirtes Kupfer.

Als zwei noch mit der Glühkruste versehene Kupferstreifen in die Lösung des Kupfervitriols gestellt wurden, erschien der von freiem Sonnenlichte getroffene Streifen negativ. Hinter blauem Glase war die Wirkung nur wenig geringer, dagegen schwächer hinter grünem und gelbem, und fehlte hinter rothem ganz.

II. Verhalten des Silbers.

1. Blankes Silber.

Als zwei Streifen aus ziemlich reinem Silber in Wasser getaucht wurden, erschien die durch das weisse Wolkenlicht bestrahlte Platte negativ. Nachdem die Platte einen Tag ruhig in dem Wasser gestanden, gab die Bestrahlung

durch die bereits sehr tief stehende Sonne noch einen ziemlich starken negativen Ausschlag.

2. Mit Silber überzogene Platinstreifen.

Zwei Platinstreifen wurden als negativer Pol einer Säule in eine Lösung von Cyansilber in Cyankalium eingetaucht und mit einer dünnen Schicht Silber überzogen; doch war diese Schicht nicht ganz gleichförmig geworden. Die Platten blieben wegen Mangels an Sonnenlicht 5 Tage lang in dem filtrirten Wasser der städtischen Wasserleitung stehen, und hatten anscheinend ihre volle Weisse behalten. Als sie nach Verlauf dieser Zeit geprüft wurden, zeigte sich die belichtete Platte etwas positiver; ebenso, wenn auch schwächer, war der Ausschlag nach Vorsetzung eines blauen Glases, während hinter einem rothen Glase keine merkliche Wirkung eintrat.

3. Mit Platin überzogene Silberplatten.

Vor länger als 20 Jahren hatte ich vier Silberplatten als negativen Pol einer electrischen Säule in eine verdünnte Lösung von Platinchlorid getaucht und dadurch mit einem dünnen Ueberzuge von Platin bekleidet. Die Platten hatten dann längere Zeit als negatives Metall von galvanischen Elementen (Zink, platinirtes Silber, verdünnte Schwefelsäure) gedient und seitdem in einem Schranke der Luft und dem Lichte ausgesetzt gelegen. Die Platten wurden, so wie sie waren, nur durch Abwaschen mit Wasser gereinigt, zu den Versuchen über die durch Bestrahlung entstehenden electrischen Ströme benutzt. Ihre Oberfläche war sehr ungleichförmig bräunlich bis fast schwärzlich gefärbt. Mit einem blanken Platinstäbchen zu einer Kette verbunden erschienen sie schwach negativ, d. h. bildeten in dieser Kette das negative Metall.

Die beschriebenen Platten zeigten sich für die Einwirkung des Lichtes sehr empfindlich. Bei Bestrahlung mit freiem Sonnenlichte schlug die Nadel bis zur Hemmung und blieb dort stehen; die bestrahlte Platte war

positiv. Wenn auch bei Anwendung farbigen Lichtes die Wirkung hinter blauem Glase am grössten war, so erschien sie doch auch hinter gelbem und rothem Glase noch recht stark.

Die Bestrahlung durch Gaslicht gab ebenfalls ziemlich starke Ablenkungen der Galvanometernadel. Bei Vorsetzung der farbigen Glasplatten zeigte sich die Wirkung selbst hinter einem dunkelrothen und ebenso hinter einem dunkelblauen Glase stärker als hinter einem hellgrünen, welches für die Lichtstrahlen viel durchsichtiger war als das genannte rothe und blaue Glas, aber bei Versuchen über den Durchgang der von der Gasflamme ausgesandten Wärmestrahlen eine viel geringere Diathermanität zeigte, als jedes der beiden anderen.[1])

III. Verhalten des Zinns.

Durch Hämmern wurden aus den im Handel vorkommenden Stäben (Zainen) englischen Zinnes zwei 35 Mm. breite und 100 Mm. lange Streifen hergestellt. Als sie in der oben beschriebenen Weise untersucht wurden, zeigte sich die bestrahlte Platte negativer. In freiem Sonnenlichte war die Wirkung ziemlich stark; hinter dunkelblauem Glase erreichte sie noch ungefähr ein Drittel der in freiem Sonnenlichte beobachteten, während sie hinter rothem und grünem Glase fast Null war.

IV. Verhalten des Messings.

Zwei mit Tripel geputzte Messingplatten wurden, nachdem sie eine Stunde in Wasser gestanden hatten, auf ihr Verhalten gegen das Sonnenlicht geprüft.[2])

1) Ob die geringere Wirkung hinter dem grünen Glase allein von der schwachen Diathermanität abhängt, oder ob hier ein ähnliches Phänomen vorliegt, wie E. Becquerel bei seinen mit Chlor. silber überzogenen und dann erhitzten Silberplatten (p. 409) beobachtet hat, müssen weitere Versuche mit den reinen Farben des Spectrums entscheiden.

2) Es ist mir noch nicht möglich gewesen, zwei Messingstreifen sogleich nach dem Eintauchen zu untersuchen.

Beim Bestrahlen durch das freie Sonnenlicht wurde, ähnlich wie bei dem stark oxydirten Kupfer, die vom Lichte getroffene Platte erst positiv, dann aber mässig stark negativ. Beim Verdunkeln nahm der negative Zustand noch zu, und dann erst begann die Galvanometernadel nach der Ruhelage zurückzukehren.

Aehnlich wirkten die Sonnenstrahlen nach dem Durchgange durch farbige Gläser, und zwar nahm die Wirkung vom blauen Glase bis zum gelben hin ab; hinter dem rothen zeigte sich keine bestimmbare Einwirkung.

V. Verhalten des Zinks.

Zwei amalgamirte Zinkstreifen wurden in eine ziemlich concentrirte Lösung von schwefelsaurem Zinkoxyd gestellt; bei Bestrahlung des einen derselben mit freiem Sonnenlichte schien der bestrahlte Streifen sehr wenig negativer zu werden. Noch geringer waren die Wirkungen, als anstatt des amalgamirten Zinkes gewöhnliches Zink angewandt wurde. Auch bei Anwendung der Zinkstücke aus der kleinen im Eingange dieser Mittheilung beschriebenen Volta'schen Säule, die sich durch langes Stehen in Wasser mit Oxyd und Salzen bedeckt hatten, zeigte sich bei der Bestrahlung mit Sonnenlicht keine merkliche Wirkung.

Die beim Bestrahlen der obengenannten Säule (p. 404) eintretende Schwächung der electromotorischen Kraft rührt also allein von der Einwirkung auf das mit Oxyden und Salzen bedeckte Kupfer her.

VI. Verhalten des Platins.

Zwei ziemlich grosse Platinplatten, die zuvor mehrfach zu Versuchen über Polarisation gedient und seit einiger Zeit in Wasser gestanden hatten, wurden, in Wasser eingetaucht, zuerst in dem Zustande, in welchem sie sich gerade befanden, und sodann nach sorgfältigem Putzen mit Tripel geprüft.

Die belichtete Platte wurde in freiem Sonnenlichte

positiv; bei dem veränderlichen Zustande des Sonnenlichtes liess sich nicht mit Bestimmtheit ermitteln, ob das Reinigen (Schleifen mit Tripel und Wasser mittelst eines Baumwollenbausches oder Korkes) eine wesentliche Veränderung hervorbringt. Hinter einem rothen Glase war eine Ablenkung der Nadel nicht wahrnehmbar; dieselbe trat aber schwach hinter einem gelben Glase ein, und vergrösserte sich hinter einem grünen und blauen.

Ebenso verhielten sich zwei von einer noch ungebrauchten Tafel abgeschnittene Streifen, als sie in dem Zustande, wie sie ursprünglich waren, und dann nach sorgfältigem Putzen mit Tripel untersucht wurden. In dem zuerst genannten Zustande hatten die Streifen wegen Mangels an Sonnenlicht drei Tage in Wasser gestanden, bevor sie geprüft werden konnten; als sie dann mit Tripel geputzt worden, schien die positive Aenderung des belichteten Streifens etwas geringer zu sein, als zuvor. Als darauf die Streifen über einer Gaslampe geglüht und sofort untersucht wurden, fiel die Ablenkung der Nadel noch geringer aus. E. Becquerel erhielt (p. 408) bei Anwendung von (nach seiner Angabe) vollkommen gereinigten, in Salpetersäure eingetaucht gewesenen und dann geglühten Platinplatten gar keine Wirkung des Sonnenlichtes.

Einfluss der Erwärmung auf in Wasser befindliches Kupfer.

Bei den früheren behufs der Prüfung des Electrometers ausgeführten Beobachtungen[1]) war der Einfluss der Erwärmung auf die aus Zink, Kupfer und Wasser gebildeten Elemente gemessen worden. In Rücksicht auf die im Vorstehenden mitgetheilten Angaben über die Wirkung des Lichtes auf das Kupfer schien es nothwendig, das Verhalten des Kupfers allein beim Erwärmen in Wasser kennen zu lernen.

1) Abh. der k. sächs. Ges. d. Wiss. V. p. 432.

Das Verfahren, eine kalte und eine warme Kupferplatte in Wasser gleichzeitig einzutauchen, ist nicht anwendbar, weil man nicht weiss, in welchem Zustande die beiden Platten sich befinden. Ebenso wenig ist es thunlich, die beiden Platten erst in das Wasser zu stellen, und nachdem man sich von der Gleichheit derselben überzeugt hat, die eine derselben herauszuheben, zu erwärmen und wieder einzutauchen, indem hier die infolge des Eintauchens entstehenden Ströme so störend auftreten, dass sie die Wirkung der Wärme sogar völlig verdecken. Wird nämlich die eine Platte aus dem Wasser herausgehoben, und so wie sie ist oder auch erst, nachdem sie erwärmt worden, wieder eingetaucht, so erscheint sie positiv, während doch, wie wir gleich sehen werden, die Erwärmung gerade die entgegengesetzte Aenderung hervorbringt.

Besser tritt schon die Wirkung der Erwärmung hervor, wenn man in ein Glas eine nicht ganz bis zum Boden reichende Scheidewand einsetzt, in das Wasser jeder Hälfte eine Kupferplatte eintaucht, und sodann neben die eine derselben etwas heisses Wasser giesst. Hier zeigt sich die erwärmte Platte bereits negativ. Indess können auch bei diesem Verfahren Störungen eintreten, weil durch die Vergrösserung des Flüssigkeitsvolumens vorher nicht benetzte Theile der Kupferplatten mit dem Wasser in Berührung kommen.

Um von allen Störungen frei zu sein, wurden zwei ⊓ förmig gebogene Kupferstreifen mit dem einen verticalen Schenkel in das Wasser eines Glases getaucht, am anderen mit je einem Ende des Galvanometerdrahtes verbunden, und dann auf den horizontalen Theil des einen ein kleines mit heissem Wasser gefülltes kupfernes Kästchen gestellt oder unter eben diesen Theil die Flamme einer Alkohollampe gehalten. Derartige Versuche zeigten, dass das erwärmte Kupfer, mochte es kurz zuvor mit Tripel geputzt oder noch mit seiner Glühkruste bedeckt sein, sich stets negativ gegen das kaltgebliebene verhielt.

Ein gleiches Resultat wurde erhalten, als ich einen

einige Zoll im Durchmesser haltenden Korkring mit Siegellack zwischen zwei Kupferplatten befestigt, den Hohlraum des Ringes durch eine in der Wand desselben angebrachte Oeffnung mit Wasser gefüllt, die beiden Kupferplatten mit je einem Ende des Multiplicatordrahtes verbunden hatte und die eine der beiden Platten, selbst nur durch Anlegen der Hand erwärmte.

Ich habe schliesslich noch die früheren Versuche über den Einfluss der Erwärmung auf galvanische Ketten aus Zink, Kupfer und Wasser wiederholt, und die dabei benutzten Elemente auch gleichzeitig auf ihr Verhalten gegen die Lichtstrahlen geprüft.

Es wurden zunächst dieselben aus runden, ungefähr 2 Linien dicken Zink- und Kupferstäben gebildeten Elemente, welche zu den vor länger als 20 Jahren ausgeführten Versuchen[1]) gedient hatten, benutzt. Diese Metallstäbchen wurden mittelst eines Korkes in der Oeffnung eines kleinen, mit Wasser gefüllten Glases (kurzes Reagensgläschen) befestigt und je vier solcher Elemente zu einer Säule verbunden. Die eine dieser Säulen wurde in dem ehemals bereits benutzten eisernen Kasten mit doppelten Wänden an Messingstäben, welche ausserhalb des Kastens auf Schellackträgern ruhten, und durch Oeffnungen frei in den Innenraum des Kastens eintraten, isolirt aufgehangen, während die andere auf den Fensterstein gestellt und mit einer undurchsichtigen Haube bedeckt war. Die Messingstäbe, welche an den Enden der ersten Säule angebracht waren, dienten zugleich zur Ableitung derselben. Zwei gleichnamige Pole dieser Säulen wurden sodann mit einander, und die beiden anderen mit den Enden des Galvanometerdrahtes verbunden. Da die Spannungen in den beiden Säulen entgegengesetzt gerichtet waren, so blieb die Nadel nahe am Nullpunkte. Die Temperatur der im Innern des Kastens befindlichen galvanischen Elemente konnte durch ein oder zwei Thermometer gemessen wer-

1) Abh. der k. sächs. Ges. d. Wiss. V. p. 436.

den, welche in diesem Raume in zwei eben solche mit Wasser gefüllte Gläschen, wie zu den Elementen verwandt waren, eintauchten.

Wenn nun der eiserne Kasten durch eine untergesetzte Gasflamme erhitzt wurde, so trat sofort ein Ueberwiegen des Stromes der äusseren Säule ein, und zwar noch ehe ein deutliches Steigen der Thermometer im Inneren des Kastens wahrgenommen wurde. Dieser Vorgang hat seinen Grund in dem Umstande, dass die an den seitlichen Oeffnungen, durch welche die Messingstäbe hindurchgehen, emporsteigenden heissen Verbrennungsproducte leiten, und eine schwache Schliessung der im Kasten befindlichen Säule erzeugen. Trotzdem zeigt, wenn die Temperatur in dem eisernen Kasten höher gestiegen ist, die in ihm befindliche Säule eine grössere electromotorische Kraft als die äussere auf der gewöhnlichen Temperatur verbliebene.

Beim Verwechseln der beiden Säulen blieben die Erscheinungen dieselben.

Das Kupfer dieser kleinen Elemente war ziemlich blank, das Zink dagegen oxydirt. Infolge dieser Beschaffenheit der Oberfläche des Kupfers wurde beim Bestrahlen mit Sonnenlicht die Spannung einer solchen Säule ebenso wie durch die vorhergegangene Erwärmung erhöht, weil, wie oben p. 413 gezeigt, das noch blanke Kupfer beim Zutritt des Sonnenlichtes im Wasser negativer wird.

Endlich wurden zwei Säulen aus je zwei kleinen Elementen gebildet, bei denen die Metalle, sowohl das Zink als das Kupfer, sehr stark mit Oxyden und Salzen bedeckt waren. Ich nahm dazu vier kleine Zinkkupferelemente, welche seit vielen Monaten zur Ladung der Platten meines Electrometers gedient hatten, und also den p. 419 beschriebenen glichen. Dieselben wurden mit Korken in kleinen mit Wasser gefüllten Gläschen befestigt, und ebenso wie zuvor verfahren. Beim Erwärmen zeigte sich gerade, wie bei den vorher beschriebenen, eine Zunahme der electromotorischen Kraft; dagegen trat beim Bestrahlen

mit Sonnenlicht eine Abnahme derselben ein, wie dies auch oben p. 419 bei gleichbeschaffenen Kupferoberflächen beobachtet worden. Bei diesen Elementen hatte also der Zutritt des Lichtes gerade die entgegengesetzte Wirkung als die Erwärmung derselben.

VI. *Notiz über einen Wechsel in der Richtung des Polarisationsstromes nach Durchleitung von abwechselnd entgegengesetzt gerichteten galvanischen Strömen; von W. Hankel.*

(Aus den Berichten der math. phys. Klasse der K. Sächs. Ges. der Wiss. 1875 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Da nach aufeinanderfolgenden Ladungen einer electrischen Batterie mit den beiden entgegengesetzten Electricitäten unter geeigneten Verhältnissen Rückstände erhalten werden können, welche nach Verlauf einiger Zeit ihr Zeichen ändern, so lag es nahe, zu versuchen, ob sich nicht auch ein ähnlicher Wechsel in der Richtung des Polarisationsstromes nach Durchleitung von abwechselnd entgegengesetzt gerichteten galvanischen Strömen beobachten lassen würde. Dies ist in der That, wie ich schon in der vorhergehenden Mittheilung p. 416 erwähnt habe, der Fall.

Zwei 8 Ctm. lange und 7 Ctm. breite Platinplatten wurden in 2 Ctm. Abstand in destillirtem Wasser einander gegenübergestellt, der Strom eines Zinkkohlenelementes erst einige Zeit in der einen, und sodann eine kürzere Zeit in der entgegengesetzten Richtung durch sie hindurchgeleitet, und schliesslich nach Unterbrechung des Stromes die Verbindung der beiden Platten mit den Enden eines Galvanometerdrahtes hergestellt. Wurde der Strom 10 Secunden lang in der ersten, und darauf 3 bis 4 Se-

cunden in der zweiten (entgegengesetzten) Richtung hindurchgeleitet, so entstand unmittelbar nach dem Oeffnen ein Polarisationsstrom, welcher der zweiten Richtung des galvanischen Stromes entsprach. Die Nadel ging jedoch bald zurück und stellte sich auf die andere Seite, zeigte also jetzt einen der ersten Richtung des galvanischen Stromes entsprechenden Polarisationsstrom an. Dauerte die Schliessung des galvanischen Stromes in der zweiten Richtung länger, als zuvor angegeben, so wurde nur ein Polarisationsstrom beobachtet, welcher dieser zweiten Richtung entsprach; dauerte dagegen die Schliessung kürzer, so hatte der Polarisationsstrom gleich anfangs die Richtung, wie sie dem ersten Strome angehörte.

VII. *Ueber Dampfspannungen homologer Reihen und das Kopp'sche Gesetz constanter Siedepunktsdifferenzen; von A. Winkelmann.*

Kopp hat für Flüssigkeiten, welche eine constante Zusammensetzungsdifferenz haben und homologen Reihen angehören, das Gesetz entdeckt, dass die Siedetemperaturen, die dem Atmosphärendruck entsprechen, eine arithmetische Reihe bilden, oder dass die Siedepunktsdifferenzen für den Atmosphärendruck constant sind. Auf Drucke, die grösser oder kleiner als Atmosphärendruck sind, hat Kopp die Untersuchung nicht ausgedehnt, indess bemerkt derselbe, dass die Differenzen der Siedepunkte vom Drucke abhängig sind.[1])

Bezeichnet man die Siedetemperaturen der Glieder einer homologen Reihe

---

1) Ann. d. Chem. u. Pharm. XCVI. p. 32. (1855.)

unter dem Drucke

$$P \quad \text{mit } T_1, T_2, T_3, T_4$$
$$p \quad \text{,, } t_1, t_2, t_3, t_4$$

so dass: $T_1 < T_2 < T_3 < T_4$ und $P > p$,

so ist nach Kopp:

$$\text{I} \begin{cases} T_2 - T_1 = T_3 - T_2 = T_4 - T_3 = A \\ t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 = a \end{cases}$$

Kopp weist darauf hin, dass aus der Annahme $A = a$, die nicht in seinem Gesetze begründet ist, das Dalton'sche Gesetz folgen würde, wie sich unmittelbar aus den Gleichungen I ergibt. Setzt man nämlich $A = a$, so folgt:

$$T_1 - t_1 = T_2 - t_2 = T_3 - t_3 = T_4 - t_4.$$

Diese Gleichungen sind der Ausdruck des Dalton'schen Gesetzes, nach welchem Flüssigkeiten eine gleiche Erniedrigung der Siedetemperaturen zeigen, wenn bei gleichen Anfangsdrucken die Drucke dieselbe Verminderung erfahren.

Nach dem Obigen ist die allgemeine Gültigkeit des Kopp'schen Gesetzes, d. h. die Gültigkeit für beliebige Drucke, nicht an die Existenz des Dalton'schen Gesetzes gebunden. Das Kopp'sche Gesetz spricht sich aber nicht direct darüber aus, ob bei Gliedern einer homologen Reihe für die Differenzen der Temperaturen, die gleichen Druckdifferenzen entsprechen, eine bestimmte Beziehung besteht, ob also an Stelle des Dalton'schen Gesetzes, nach welchem diese Temperaturdifferenzen einander gleich sein sollen, ein anderes Gesetz zu treten hat.

Es soll im Folgenden gezeigt werden, dass aus dem Kopp'schen Gesetze, dieses als allgemein gültig vorausgesetzt, sich eine einfache Beziehung für die fraglichen Temperaturdifferenzen ableiten lässt, und dass diese mit den bis jetzt vorliegenden Beobachtungen im Einklange steht. Dieses Gesetz, welches an die Stelle des Dalton-schen Gesetzes, dessen Unrichtigkeit man erkannt hat, zu setzen ist, lautet:

Geht man bei einer Reihe homologer Flüssigkeiten von Temperaturen, die gleichen Spannkräften angehören, aus, so bilden die Temperaturdifferenzen, welche gleichen Druckdifferenzen entsprechen, eine arithmetische Reihe.

Wenn einerseits durch die Uebereinstimmung dieses Gesetzes mit der Erfahrung das Kopp'sche Gesetz, welches vom Entdecker für Atmosphärendruck experimentell nachgewiesen ist, allgemein begründet erscheint, so ergibt sich andererseits, dass die Siedepunktsdifferenz mit wachsendem Drucke wächst, dass also, wenn man die frühere Bezeichnung beibehält und $P>p$ ist, dann auch $A>a$ ist.

2.

Aus den Gleichungen I erhält man unmittelbar folgende Gleichungen:

$$T_2 - t_2 = T_1 - t_1 + (A - a)$$
$$T_3 - t_3 = T_2 - t_2 + (A - a) = T_1 - t_1 + 2(A - a)$$
$$T_4 - t_4 = T_3 - t_3 + (A - a) = T_1 - t_1 + 3(A - a).$$

Setzt man:

$$T_1 - t_1 = d \quad \text{und} \quad A - a = c$$

so ergibt sich:

$$\text{II.} \begin{cases} T_1 - t_1 = d & T_3 - t_3 = d + 2c \\ T_2 - t_2 = d + c & T_4 - t_4 = d + 3c \end{cases}$$

Die Temperaturdifferenzen, welche auf der linken Seite der Gleichungen II stehen, bilden eine arithmetische Reihe und damit ist die vorhin erwähnte Beziehung erwiesen.

Es fragt sich aber, welches Vorzeichen die Grösse c hat. Zunächst erkennt man leicht, dass c nicht negativ sein kann. Wenn nämlich c negativ wäre, so würde es möglich sein:

$$d + (n - 1)c$$

negativ zu erhalten; man hätte nur nothwendig, in der homologen Reihe zu hinreichend hohen Gliedern emporzusteigen und die Temperaturdifferenz:

$$T_n - t_n = d + (n-1)c$$

zu bilden. Wenn aber $(T_n - t_n)$ negativ wäre, so folgte daraus, dass die Flüssigkeit bei dem grösseren Drucke P eine niedrigere Siedetemperatur hätte, als bei dem kleineren Drucke p, was unmöglich ist; es kann daher c nicht negativ sein.

Die Annahme $c = o$ ergibt das Dalton'sche Gesetz, da dann nach den Gleichungen II die Temperaturdifferenzen einander gleich werden. Da aber dieses Gesetz sich nicht bestätigt, so bleibt nur die dritte Möglichkeit übrig, dass c positiv ist. Uebrigens ist zu bemerken, dass c selbst eine Function des Druckes ist, so dass bei gleichen Druckdifferenzen die Werthe von c nicht einander gleich sind. Es kann daher das Dalton'sche Gesetz innerhalb gewisser Grenzen scheinbar Geltung haben, solange nämlich die Grösse c einen hinreichend kleinen Werth besitzt.

Aus dem positiven Vorzeichen von c folgt nach den obigen Gleichungen die Beziehung: Geht man bei einer homologen Reihe von Temperaturen, die gleichen Drucken entsprechen, aus, so ist die Temperatursteigerung, die ein Glied der Reihe für eine bestimmte Vermehrung der Spannkraft erfährt, um so grösser, je höher die Zusammensetzung des Gliedes ist.

Da endlich $c = A - a$, so ist bei positivem c, $A > a$, oder die Siedepunktsdifferenz bei homologen Reihen wächst mit dem Drucke, bei welchem die Siedepunkte bestimmt werden.

3.

Um die Beziehung, welche im Eingange erwähnt und in den Gleichungen II ausgesprochen ist, an der Erfahrung zu prüfen, ist die Kenntniss der Spannkraftscurven homologer Reihen erforderlich. Es liegen hierüber, soweit mir bekannt ist, nur Versuche von Landolt[1]) vor, welcher für die Anfangsglieder der Ameisensäurereihe die Spann-

1) Lieb. Ann. d. Chem. u. Pharm. Supplbd. VI. p. 129. (1868).

kräfte der Dämpfe zu ermitteln suchte. Landolt ging bei seiner Untersuchung von der Frage aus, ob das Dalton'sche Gesetz für die erwähnte Reihe bestehe. Um diese Frage zu entscheiden, berechnet Landolt[1]) „die einer Anzahl gleicher Spannungen zugehörigen Siedepunkte (die sogenannten entsprechenden Temperaturen); ist das Dalton'sche Gesetz richtig, so müssen die Differenzen zwischen zwei entsprechenden Temperaturen bei allen Flüssigkeiten gleich gross sein;" ist hingegen die Beziehung richtig, welche die Gleichungen II ausdrücken, so müssen die Differenzen zwischen zwei entsprechenden Temperaturen um so grösser sein, je höher die Zusammensetzung der Flüssigkeit ist.

Landolt spricht das Resultat der Vergleichung in den Worten aus: „Bei niedrigen Spannungen bis zu 560 Mm. zeigen die Zahlen (die Differenzen der entsprechenden Temperaturen) durchaus keine Uebereinstimmung, es werden dieselben vielmehr um so grösser, je weiter man von der Ameisensäure in der Reihe emporsteigt, je schwerer flüchtig also die Substanz wird. Das stetige Zunehmen der Differenzen tritt um so bestimmter hervor, je niedriger die Spannungen sind, welchen die entsprechenden Temperaturen angehören. Von der Gegend der Siedepunkte bei 760 Mm. an, werden bei zunehmendem Druck die Differenzen übereinstimmender, und es scheint hier das Dalton'sche Gesetz sich zu bewähren."

Wie man sieht, bestätigen die Versuche Landolt's das Dalton'sche Gesetz nicht allgemein; sobald die Drucke kleiner als 560 Mm. werden, hört das Dalton'sche Gesetz auf, eine auch nur annähernde Gültigkeit zu besitzen. Die fraglichen Temperaturdifferenzen sind nicht einander gleich, sondern werden um so grösser, je schwerer flüchtig die Substanz wird. Dies ist es aber, was die Gleichungen II erfordern und daher stimmt das allmähliche Wachsen der Differenzen mit dem im Eingange er-

1) l. c. p. 169.

wähnten Gesetze vollständig überein, da nach diesem die Differenzen eine arithmetische Reihe bilden sollen. Dass bei höheren Drucken als 560 Mm. das Dalton'sche Gesetz annähernd besteht, widerspricht nicht der von mir aufgestellten Beziehung, wie sich schon aus dem früher Erwähnten ergibt, da die Grösse c, oder das allmähliche Wachsen der Temperaturdifferenzen so klein werden kann, dass es der Beobachtung entgeht.

Man wird nicht erwarten dürfen, dass die beobachteten Differenzen entsprechender Temperaturen in den niedrigen Drucken eine genaue arithmetische Reihe bilden, da gerade hier geringe Fehler in der Druckbestimmung schon verhältnissmässig grosse Fehler der Temperaturbestimmung zur Folge haben. Indessen sind die Abweichungen von der Reihe doch nicht gross, wie beispielsweise folgende Differenzen zeigen, welche Landolt bestimmt hat.

Geht man von dem Drucke 60 Mm. aus und vermindert denselben um 30 Mm., so fällt nach den Beobachtungen Landolt's die Temperatur:

der	Ameisensäure	um	14.0°
„	Essigsäure	„	16.9°
„	Propionsäure	„	17.7°
„	Buttersäure	„	20.9°
„	Valeriansäure	„	22.2°.

Ersetzt man diese Zahlen durch eine passende arithmetische Reihe, so erkennt man, dass die Differenzen gegenüber den beobachteten Werthen 0.6° nicht übersteigen:

Reihe	14.3	16.3	18.3	20.3	22.3
Differenz	− 0.3	+ 0.6	− 0.6	+ 0.6	− 0.1.

Die mehrfach erwähnte Beziehung, die sich als Consequenz des Kopp'schen Gesetzes ergibt, wird also durch die bisher vorliegenden Versuche genügend bestätigt.

4.

Nachdem für die Gleichungen II die Uebereinstimmung mit der Erfahrung erwiesen ist, ist die Frage nach der allgemeinen Gültigkeit des Kopp'schen Gesetzes für die von Landolt untersuchte Reihe erledigt. Denn wenn das Kopp'sche Gesetz für einen Druck besteht, und wenn ausserdem die Gleichungen II allgemein Geltung haben, so folgt direct, dass das Kopp'sche Gesetz auch für beliebige andere Drucke bestehen muss.

Bildet man aber zur Untersuchung des Kopp'schen Gesetzes, wie dies Landolt[1]) gethan hat und wie es in den Gleichungen I angezeigt ist, die Siedepunktsdifferenzen der Säurereihe für verschiedene Drucke, so zeigen diese Differenzen bei den niedrigen Drucken entschieden grössere Unregelmässigkeiten, als bei höheren Drucken. Man könnte daher auf Grund dieser Vergleichung die allgemeine Gültigkeit dem Kopp'schen Gesetze absprechen. Indessen lässt sich ein Grund angeben, warum eine Prüfung des Kopp'schen Gesetzes nach den Gleichungen I weniger vortheilhaft für dasselbe ausfallen kann, als eine Prüfung nach den Gleichungen II. Bei der Untersuchung nach den Gleichungen I werden Temperaturdifferenzen gebildet, welche zwei verschiedene Flüssigkeiten unter demselben Drucke besitzen, während bei der Prüfung nach den Gleichungen II Temperaturdifferenzen gebildet werden, welche sich auf dieselbe Flüssigkeit bei verschiedenen Drucken beziehen. Dass gerade dies bei der Frage von Wichtigkeit ist, möge folgendes Beispiel zeigen.

Die Substanz 1 habe in ideal reinem Zustande bei dem Drucke P die Temperatur T_1 und bei dem Drucke p die Temperatur t_1; sie möge durch irgend einen Umstand beeinflusst in Wirklichkeit eine etwas höhere Temperatur zeigen und zwar $(T_1 + \alpha_1)$ und $(t_1 + \beta_1)$. Die Substanz 2 möge die entsprechenden Temperaturen $(T_2 - \alpha_2)$, $(t_2 - \beta_2)$ zeigen, so dass also diese Substanz

1) l. c. p. 179.

etwas niedrigere Temperaturen, als in ganz reinem Zustande (T_2, t_2) aufweist.

Bei der Untersuchung nach den Gleichungen I wird die Differenz ($T_2 - T_1$) zu bilden sein, also der Voraussetzung nach:

$$(T_2 - \alpha_2) - (T_1 + \alpha_1) = (T_2 - T_1) - (\alpha_2 + \alpha_1).$$

Bei der Prüfung nach den Gleichungen II wird die Differenz ($T_1 - t_1$) gebildet, daher:

$$(T_1 + \alpha_1) - (t_1 + \beta_1) = (T_1 - t_1) + (\alpha_1 - \beta_1).$$

Im ersten Falle findet man gegenüber den theoretisch verlangten Werthen einen Unterschied ($\alpha_2 + \alpha_1$), also die Summe zweier Fehler; im zweiten Falle findet man den Unterschied ($\alpha_1 - \beta_1$), also die Differenz zweier Fehler. Da man voraussetzen darf, dass ein Körper, welcher bei einer Spannung eine höhere Temperatur, als der vollkommen reine Körper zeigt, dies auch bei einer anderen Spannung thun wird, so sieht man, dass bei der Untersuchung nach den Gleichungen II niemals die Fehler sich summiren können, während dies bei jener nach den Gleichungen I, wie das obige Beispiel zeigt, möglich ist.

Ich glaube daher, dass zur Prüfung der allgemeinen Gültigkeit des Kopp'schen Gesetzes die Gleichungen I weniger, als die Gleichungen II geeignet seien, und da letztere mit der Erfahrung genügend übereinstimmen, so wird man schliessen dürfen, dass das Kopp'sche Gesetz, welches für Atmosphärendruck erwiesen ist, auch für andere Drucke durch die bis jetzt vorliegenden Beobachtungen bestätigt wird.

Aachen, April 1877.

VIII. *Ueber die Absorption der Gase durch Salzlösungen; von John James Mackenzie.*[1])

(Abgekürzt mitgetheilt aus der Inauguraldissertation.)

Für die Absorption von Gasen in Wasser und Alkohol liegen zahlreiche Messungen vor. Indess fehlt es doch fast vollkommen, mit Ausnahme der von Saussure angestellten Versuche, an Bestimmungen über die Absorption der Gase in Salzlösungen. Da überdies die Versuche von Saussure nur mit einem Gase, der Kohlensäure, bei einer Temperatur und bei einer Concentration der Salzlösungen angestellt worden sind, so habe ich auf Veranlassung von Hrn. Prof. Wiedemann in seinem Laboratorium eine ausgedehntere Untersuchung dieses Gegenstandes unternommen.

Das von mir benutzte Absorptiometer weicht in seiner Construction ein wenig von dem von Bunsen angewandten ab. Es liefert bei leichter Handhabung gute Resultate und gestattet zugleich, einige Uebelstände des Bunsen'schen Absorptiometers zu vermeiden; dieselben bestehen meines Erachtens namentlich darin, dass das Quecksilber im äusseren Gefässe mit Wasser geschüttelt wird, ferner darin, dass Flüssigkeit und Gas vor dem Schütteln in Berührung kommen, und drittens darin, dass die Volumina mittelst eines Kathetometers statt durch Gewichtsbestimmungen ermittelt wurden.

Mein Absorptiometer (Taf. II Fig. 2) besteht aus zwei etwa 25 Mm. weiten und resp. 270 Mm. und 140—150 Mm. langen Glasgefässen *A* und *B*, die durch einen Hahn *c* mit möglichst weiter Durchbohrung mit einander verbunden sind.

An das untere Gefäss *B* ist ein zweiter Hahn *d* an-

1) Fast gleichzeitig mit der vorliegenden ist eine Arbeit über die Absorption der Kohlensäure durch Salzlösungen von J. Setschenow (Mém. d. St.-Pét. (7) XXII) erschienen. D. Red.

gesetzt, dessen Ansatzrohr *e* etwas erweitert ist. An den Cylinder *A* ist oben eine enge, rechtwinklig umgebogene Röhre angesetzt, die durch den Hahn *f* verschlossen werden kann und an ihrem Ende *g* conisch verjüngt ist. Die Gefässe *A* und *B* dienten zur Aufnahme der Flüssigkeiten, resp. des Gases.

Die Messung der Drucke geschah durch ein Regnault'sches Manometer, dessen einer Schenkel *H* oben rechtwinklig umgebogen und durch einen Hahn *i* verschlossen ist. Bis zu diesem Hahne wird das Manometer mit Quecksilber gefüllt. Das an den Hahn *i* angeschmolzene Rohr *k* war so ausgeschliffen, dass der Conus *g* vollkommen hinein passte und durch eine Spur Fett luftdicht mit demselben verbunden werden konnte; die Durchbohrungen der Hähne *f* und *i* müssen nach dem Zusammensetzen in einer horizontalen Linie liegen.

Die Cylinder *A* und *B* werden in ein grösseres Glasgefäss *M* eingesetzt und daselbst durch Korke *N* und *O* festgehalten. Bei *c* war an das Gefäss *M* eine Röhre *p* angeblasen. In diese wurde ein Griff *q* von der in der Zeichnung gegebenen Gestalt eingesetzt, mittelst dessen der Hahn *c* so gedreht werden konnte, dass die Gefässe *A* und *B* entweder mit einander communicirten oder von einander getrennt waren. Um die Temperatur des das Gefäss *M* füllenden Wassers zu bestimmen, diente das Thermometer *r*. Das ganze Gefäss *M* wurde durch eine Messingspange *S* an einem verticalen Brett *T* festgehalten und konnte mittelst der Schraube *U* gehoben und gesenkt werden. Das Manometer war an einem zweiten Brette *V* befestigt, das sich zwischen zwei am Brett *T* angeschraubten Führungen *w* durch die Schraube *x* vor und rückwärts schieben liess.

Die Beobachtungen wurden auf folgende Weise angestellt: Die Cylinder *A* und *B* wurden zunächst mit Quecksilber gefüllt. Das Ansatzrohr *g* wurde mit dem Kohlensäureentwickelungsapparat verbunden, die Hähne *c*,

d und *f* geöffnet und das Quecksilber durch das Gas verdrängt. Sowie das Quecksilber bis zum Hahne *c* gesunken war, wurden die Hähne *c* und *f* geschlossen. Sodann liess man auch noch aus *B* das Quecksilber ausfliessen; hierauf wurde der Apparat *AB* umgekehrt und in den Ansatz *e* ein Kautschukstöpsel gesteckt, durch den zwei kurze Glasröhren gingen, von denen die eine mit der Luftpumpe, die andere, durch einen Hahn *o* verschliessbare mit dem Gefäss, das die von Luft durch Auspumpen befreite Flüssigkeit enthielt, verbunden war. Man schloss zunächst den Hahn *o*, evacuirte *B* und liess dann bei geöffnetem Hahn *o* die Flüssigkeit in *B* einströmen; es gelang so ohne Mühe, das Gefäss *B* zu füllen, ohne dass die Flüssigkeit mit Luft in Berührung kam. Brachte man zuerst in *B* eine abgewogene Menge Quecksilber und füllte nun *B* voll mit der absorbirenden Flüssigkeit, so konnte hierdurch die Menge derselben beliebig verringert werden, so dass man mit demselben Apparate stark und schwach absorbirte Gase untersuchen kann. In besonderen Fällen wird es aber doch zweckmässiger sein, ein kleineres Gefäss an Stelle von *B* anzuwenden. Zuletzt schloss man den Hahn *o* und stellte dann den ganzen Apparat *AB* in das Gefäss *M*, das mit Wasser von derjenigen Temperatur gefüllt wurde, bei welcher die Versuche angestellt werden sollten. Darauf wurde die Verbindung mit dem Manometer, das bis zu dem Hahn *i* mit Quecksilber gefüllt war, zunächst bei geschlossenen Hähnen *f* und *i* hergestellt, und dann wurden die Hähne vorsichtig geöffnet. Es steigt oder sinkt alsdann das Quecksilber in dem rechten Schenkel des Manometers etwas, je nachdem der Druck grösser oder kleiner als der Atmosphärendruck ist (letzteres kann in Folge der Abkühlung des Gases im Absorptiometer unter die Temperatur der Atmosphäre der Fall sein). Man ändert dann im ersten Schenkel *Y* durch Ab- oder Zulassen von Quecksilber das Niveau so lange, bis es im linken Schenkel wieder bis zum Hahn *i* reicht; doch darf hierbei kein Quecksilber in das Gefäss *A* treten. Man be-

stimmt nun durch ein Kathetometer die Erhebung oder Senkung des Quecksilbers im Manometer gegen den ursprünglichen Stand, schliesst die Hähne, trennt das Manometer von dem anderen Gefässe *M*, öffnet den Hahn *c* und schüttelt die Flüssigkeit mit dem Gase durcheinander. Darauf verbindet man wieder die Gefässe und lässt unter fortwährendem Zufüllen in den Trichter *z* so viel Quecksilber einfliessen, dass der Stand des Manometers etwa wieder der frühere ist. Man wiederholt das Schütteln und Zulassen des Quecksilbers, so oft (etwa viermal), bis kein Quecksilber mehr in den Cylinder *A* eintritt, die Absorption also beendet ist. Dann liest man wieder das Manometer ab, um den Druck, unter dem das Gas steht, zu erhalten. Nach dem Versuche trennt man das Manometer von dem Apparat *AB* und lässt das Quecksilber aus *AB* ab. Man trocknet und wägt es und erhält aus seinem Gewicht das Volumen des absorbirten Gases.

Jeder Versuch dauerte etwa 2 Stunden, während welcher Zeit die Temperatur des Absorptiometers auf das sorgfältigste constant erhalten wurde, indem man nach jedem Schütteln das Gefäss in einen grossen Trog mit Wasser von der betreffenden Temperatur setzte. Mit diesem Apparate wurden die folgenden Messungen ausgeführt.

Vor der Absorption wurde beobachtet: 1) die Temperatur des Zimmers, 2) der Barometerstand, 3) der Ueberdruck des Manometers, der positiv und negativ sein kann; nach derselben: dieselben Grössen und das Gewicht des Quecksilbers.

Addirt man zu dem auf 0° reducirten Barometerstand den Ueberdruck des Manometers (gleichfalls auf 0° red.), so erhält man den Druck, unter dem das Gas stand vor und nach dem Versuche.

Zur Berechnung der Beobachtungen war es zunächst nöthig, die Volumina der Gefässe *A* und *B* zu ermitteln; sie wurden durch Auswägen mit Quecksilber bestimmt.

Das Volumen des zur Aufnahme der Flüssigkeiten

dienenden Gefässes B[1]) war bei allen Versuchen bei 0° gleich 49.157 Cc.

Bezeichnet: V das auf 0° C. reducirte Volumen des Gases im Cylinder A vor dem Versuche,

v das auf 0° C. reducirte, nach dem Versuche im Absorptiometer enthaltene Volumen des Gases, das durch Subtraction des Volumens v_1 des aus dem Manometer eingeflossenen Quecksilbers von dem ganzen Volumen V des Gefässes A erhalten wird,

P den auf 0° reducirten Druck des Gases vor dem Versuch,

p den um die Spannkraft E[1]) des Wasserdampfes verminderten, nach dem mittelst Manometer beobachteten Druck, so ist das auf den Druck nach der Absorption reducirte Volumen vor derselben bei 0° gleich:

$$\frac{VP}{p}$$

Von diesem ist nach der Absorption noch ein Volumen v übrig, so dass ein Volumen:

$$\frac{VP}{p} - v$$

absorbirt worden ist. Um den Absorptionscoefficienten α, d. h. das von der Volumeneinheit der Flüssigkeit bei 0° C. und 760 Mm. Quecksilberdruck absorbirte Gasvolumen zu finden, haben wir den obigen Ausdruck durch das Volumen der Flüssigkeit S zu dividiren und finden:

$$\alpha = \frac{1}{S}\left(\frac{VP}{p} - v\right).$$

---

1) Der Ausdehnungscoefficient des Glases mit der Temperatur wurde zu 0.0000258, der des Quecksilbers zu 0.0001815 angenommen.

1) Die Spannkräfte für Salzlösungen sind den Messungen von Wüllner entnommen und nach folgenden Formeln berechnet worden (Pogg. Ann. CIII. p. 529).

$$E = E_0\,(1 - \alpha\, n - \beta\, n\, E_0),$$

wo E_0 der Dampfdruck des Wassers, n der Salzgehalt ist und für:
Kochsalz $\alpha = 0.00601$ Chlorkalium $\alpha = 0.0039$, $\beta = 0.000000538$.
Für die anderen untersuchten Salze liegen bis jetzt noch keine Messungen vor; es wurde deshalb E gleich der Spannkraft des Wassers gesetzt, der dabei begangene Fehler ist von sehr geringem Einfluss.

Nach der obigen Methode wurde zunächst die Absorption der Kohlensäure in Wasser bestimmt. Nachdem für diese Zahlen erhalten worden, die mit den Bunsen'schen übereinstimmten, wurden Lösungen von Chlornatrium, Chlorkalium, Chlorammonium, Chlorbarium, Chlorstrontium, Chlorcalcium, und zwar zunächst auf ihr Absorptionsvermögen für Kohlensäure untersucht. Es wurde diese in einem Kipp'schen Apparate aus reinem Marmor mit Salzsäure entwickelt, durch Wasser gewaschen und durch ein mit Schwefelsäure gefülltes Perlenrohr getrocknet. Die Lösungen wurden durch Verdünnen aus den concentrirtesten mit angemessenen Mengen Wasser hergestellt, und ihr Salzgehalt noch besonders durch Analysen bestimmt; bei Chlorkalium, Chlornatrium und Chlorammonium durch Eindampfen und Erhitzen, das bei Chlorammonium nur bis auf 100° fortgesetzt wurde, bei Chlorbarium, Chlorstrontium, Chlorcalcium durch Fällen mit Schwefelsäure etc.

Die Salze wurden wiederholt umkrystallisirt und auf ihre chemische Reinheit geprüft.

In den folgenden Tabellen bezeichnet:

C die Concentration,

t die Beobachtungstemperatur,

V_t das Volumen des Glasgefässes A bei den verschiedenen Temperaturen t,

S das Volumen des zweiten Gefässes B bei den verschiedenen Temperaturen, resp. die Quantität der Flüssigkeit,

V das Volumen des Gases vor dem Versuche,

P den Druck des Gases bei 0° vor dem Versuche,

P_1 den Druck des Gases bei 0° nach dem Versuche,

E die Spannkraft des Dampfes,

$p = P_1 - E$,

v_1 das Volumen des eingeflossenen Quecksilbers,

v das Volumen des unabsorbirten Gases bei 0°,

α die Absorptionscoefficienten bei 0° und 760 Mm. Barometerstand,

α_1 das Mittel der beobachteten Werthe von α.

Tabelle I.

Chlor-Kalium.

V_8 = 95.6637; V_{15} = 95.681; V_{22} = 95.698; S = 49.167 bei 8° C., 49.176 bei 15° C., 49.185 bei 22° C.

C	t	V	P	p	v_1	v	α	α_1
1	8	92,940	738.1	744.2	34.99	58.95	0.6759	
—	—	—	739.7	744.6	35.72	58.04	0.6968	0.6877
—	—	—	756.4	747.5	33.81	60.09	0.6904	
1/2	—	—	752.0	744.7	43.03	51.13	0.8688	
—	—	—	749.8	744.2	42.38	51.12	0.8650	0,8639
—	—	—	749.3	742.7	42.55	51.60	0.8578	
1/3	—	—	756.8	752.6	45.48	48.76	0.9095	
—	—	—	753.3	752.9	46.12	48.13	0.9128	0.9178
—	—	—	756.2	751.5	46.51	47.75	0.9311	
1/4	—	—	752.6	749.2	49.60	44.75	0.9883	0.9880
—	—	—	749.3	747.2	49.71	44.65	0.9877	
1	15	90.693	768.1	740.3	25.51	66.51	0.5610	
—	—	—	769.3	739.7	26.22	65.84	0.5790	0.5707
—	—	—	769.9	737.8	25.55	66.47	0.5722	
1/2	—	—	762.2	745.3	34.98	57.54	0.7152	
—	—	—	762.2	742.3	34.55	57.94	0.7153	0.7202
—	—	—	762.7	742.7	35.30	57.23	0.7300	
1/3	—	—	771.6	749.4	37.41	55.23	0.7756	
—	—	—	771.7	749.5	38.06	54.61	0.7881	0.7768
—	—	—	765.9	749.4	37.69	54.96	0.7668	
1/4	—	—	756.2	739.2	36.45	56.14	0.7447	
—	—	—	756.2	732.2	37.98	54.69	0.7911	0.7772
—	—	—	756.0	730.6	37.98	54.69	0.7958	
1	22	88.554	783.7	742.4	20.50	69.58	0.4859	
—	—	—	783.0	739.4	19.96	69.97	0.4843	0.4801
—	—	—	778.9	740.7	20.06	69.99	0.4701	
1/2	—	—	779.1	736.4	25.47	64.98	0.5837	
—	—	—	780.1	733.8	24.94	65.47	0.5826	0.5970
—	—	—	780.0	733.9	27.17	63.41	0.6246	
1/3	—	—	770.9	736.0	28.78	61.92	0.6265	
—	—	—	772.0	736.6	31.53	59.38	0.6787	0.6488
—	—	—	773.1	738.7	29.63	61.13	0.6413	
1/4	—	—	769.7	727.7	29.78	61.92	0.6452	
—	—	—	768.9	726.3	30.51	60.32	0.6761	0.6701
—	—	—	770.7	727.9	31.00	59.87	0.6890	

Tabelle II.

Chlornatrium.

$V_{6.4} = 92.66$; $V_{15} = 95.691$; $V_{22} = 95.698$; S wie vorher.

C	t	V	P	p	v_1	v	α	α_1
1	6.4	90.535	747.2	761.8	17.46	73.47	0.3111	
—	—	—	754.8	755.0	18.16	72.79	0.3604	0.3470
—	—	—	748.0	749.8	18.85	72.12	0.3694	
2/3	—	—	758.3	748.0	24.44	66.65	0.5029	
—	—	—	758.6	743.6	23.14	67.93	0.4966	0.5181
—	—	—	753.9	729.7	24.83	66.27	0,5547	
1/2	—	—	752.3	744.2	30.49	60.75	0.6259	
—	—	—	736.5	733.6	32.21	59.06	0.6424	0.6326
—	—	—	751.5	748.6	30.39	60.84	0.6106	
—	—	—	743.6	737.7	31.67	59.59	0.6515	
1/4	—	93.468	742.0	715.3	41.03	53.37	0.8855	
—	—	—	731.5	710.4	40.02	54.36	0.8517	0.8990
—	—	—	732.6	715.3	45.32	49.18	0.9466	
—	—	—	714.6	721.7	46.83	47.70	0.9122	
1	15	90.693	750.9	734.2	12.36	78.97	0.2801	
—	—	—	744.6	725.0	13.68	77.72	0.3136	0.2969
—	—	—	744.3	729.3	13.44	77.95	0.2970	
2/3	—	—	741.2	720.3	19.04	72.65	0.4201	
—	—	—	745.7	712.2	18.36	73.30	0.4403	0.4306
—	—	—	746.2	714.4	15.15	73.50	0.4313	
1/2	—	—	746.9	709.0	23.58	68.34	0.5529	0.5569
—	—	—	745.2	703.2	23.40	68.51	0.5610	
1/4	—	—	729.4	701.9	35.27	57.26	0.7511	
—	—	—	746.8	711.1	36.54	58.90	0.7384	0.7347
—	—	—	729.7	704.4	33.96	58.80	0.7145	
1	22	88.554	767.1	733.7	8.505	80.68	0.2410	
—	—	—	765.9	724.2	9.03	80.20	0.2727	0.2630
—	—	—	769.3	727.4	9.132	80.10	0.2755	
2/3	—	—	766.7	718.9	14.41	75.23	0.3895	
—	—	—	765.8	721.5	15.31	74.41	0.3975	0.3892
—	—	—	763.2	718.4	14.28	75.34	0.3807	
1/2	—	—	765.4	714.1	19.24	70.76	0.4896	0.4822
—	—	—	765.0	718.6	18.70	70.91	0.4749	

Tabelle III.

Chlor-Ammonium.

V_8 = 95.6337 u. 99.944; V_{10} = 95.6696; V_{15} = 95.681 u. 99.962; V_{22} = 95.698 u. 99.98; *S* dasselbe wie vorher.

C	*t*	*V*	*P*	*p*	v_1	*v*	*α*	$α_1$
1	10	92.1987	735.2	732.8	41.78	51.99	0.8237	
—	—	—	734.7	733.3	40.82	52.91	0.8026	0.8132
—	—	—	732.6	730.7	41.27	52.47	0.8132	
1/2	8	92.9400	735.7	735.2	46.63	47.60	0.9237	0.9220
—	—	—	733.1	735.1	46.82	47.41	0.9204	
1/3	—	97.0960	716.5	731.5	53.05	45.56	1.0000	1.0000
—	—	—	714.5	731.5	53.26	45.36	1.0000	
1/4	—	—	714.5	730.9	54.21	44.41	1.0232	1.0227
—	—	—	714.5	730.9	55,02	43.64	1.0222	
1	15	90.6930	746.6	730.7	35.71	56.84	0.7281	0.7384
—	—	—	746.3	728.1	36.48	56.11	0.7487	
1/2	—	—	747.3	729.2	39.30	53.43	0.8035	
—	—	—	755.1	740.1	38.72	53.99	0.7834	0.7981
—	—	—	757.1	742.1	39.97	52.80	0.8074	
1/3	—	94.7500	741.0	733.3	39.73	57.09	0.7856	
—	—	—	740.0	730.8	40.77	56.11	0.8085	0.7906
—	—	—	743.4	732.7	39.91	56.91	0.7977	
1/4	—	—	733.2	723.5	41.16	55.74	0.8185	
—	—	—	733.3	724.7	41.34	55.57	0.8198	0.8253
—	—	—	734.3	724.7	42.15	54.80	0.8375	
1	22	88.5540	768.0	724.4	27.17	63.41	0.6197	
—	—	—	768.2	728.8	26.21	64.30	0,5899	0.5998
—	—	—	767.4	730.7	26.56	63.97	0.5899	
1/2	—	—	781.9	736.1	30.97	59.90	0.6944	
—	—	—	780.9	733.3	30.85	60.00	0.6971	0.6840
—	—	—	776.5	736.0	29.84	60.93	0.6606	
1/3	—	—	764.8	735.1	33.02	58.00	0.6936	0.7022
—	—	—	759.1	724.3	33.21	57.82	0.7109	
1/4	—	92.0160	754.4	724.8	34.47	60.62	0.7154	0.7182
—	—	—	755.9	724.3	34.52	60.58	0.7211	

Tabelle IV.

Chlor-Barium.

$V_8 = 99.944$; $V_{12^1/_2} = 99.956$; $V_{15} = 99.962$; $V_{16^1/_4} = 99.965$; $V_{22} = 99.98$; $V_{30} = 99.991$; S wie vorher.

C	t	V	P	p	r_1	v	α	$α_1$
1	8	97.096	725.0	739.4	26.52	71.33	0.4857	0.4949
—	—	—	725.0	739.4	27.47	70.43	0.5041	
1/3	—	—	779.5	741.1	46.98	51.55	1.0282	1.0207
—	—	—	781.0	744.1	46.33	52.08	1.0132	
1/4	—	—	719.4	746.3	51.86	46.72	0.9530	0.9694
—	—	—	733.5	740.4	50.82	47.72	0.9858	
1	15	94.750	742.4	731.8	20.87	74.45	0.4403	0.4385
—	—	—	743.0	733.8	21.41	74.45	0.4367	
1/2	12 1/2	95.570	730.5	739.6	36.12	61.05	0.6779	0.6779
—	16 1/4	94.344	750.4	735.8	30.10	65.91	0.6156	0.6179
—	—	—	752.3	734.7	29.85	66.14	0.6203	
1/3	—	—	752.7	739.1	31.83	64.27	0.6471	0.6445
—	—	—	753.9	742.2	31.83	64.28	0.6419	
1/4	—	—	752.9	742.8	37.25	59.16	0.7413	0.7441
—	—	—	754.4	741.8	37.20	59.21	0.7469	
1	22	92.516	757.4	723.8	15.43	78.23	0.3773	0.3833
—	—	—	758.5	723.0	15.76	77.92	0.3894	
1/2	—	—	765.0	727.6	22.89	71.33	0.5278	0.5235
—	—	—	763.3	733.1	23.48	70.79	0.5192	
1/3	—	—	761.9	726.7	27.13	67.40	0.6016	
—	—	—	762.4	729.8	28.13	66.48	0.6132	0.6072
—	—	—	761.9	728.8	27.70	66.88	0.6068	
1/4	—	—	769.4	734.8	31.90	60.00	0.6885	0.6803
—	—	—	769.1	736.5	31.31	63.54	0.6722	
1	30	90.080	777.5	711.0	7.47	83.35	0.3079	0.3152
—	—	—	773.8	708.5	8.47	82.45	0.3225	
1/2	—	—	778.3	719.9	17.53	74.29	0.4700	0.4672
—	—	—	779.3	720.9	17.25	74.54	0,4644	
1/3	—	—	776.8	715.4	21.59	70.63	0.5520	0.5426
—	—	—	777.1	712.7	20.08	71.99	0.5333	
1/4	—	—	781.9	723.5	23.29	69.09	0.5749	0.5655
—	—	—	780.0	722.1	22.32	69.97	0.5562	

Tabelle V.

Chlor-Strontium.

$V_8 = 99.944$; $V_{16^1/_4} = 99.965$; $V_{22} = 99.98$; $V_{30} = 99.991$; $S_8 = 49.167$; $S_{16^1/_4} = 49.1776$; $S_{22} = 49.185$; $S_{30} = 49.195$.

C	t	V	P	p	v_1	v	α	α_1
1	8	97.096	718.2	742.0	17.64	79.95	0.2841	0.2854
—	—	—	718.2	742.0	17.71	79.89	0.2862	
$^1/_2$	—	—	718.2	744.0	32.63	65.39	0.6205	0.6057
—	—	—	717.2	744.0	33.52	64.53	0.5909	
$^1/_3$	—	—	715 2	741.0	40.55	57.70	0.7326	0.7367
—	—	—	722.1	749.0	41.10	57.16	0.7448	
$^1/_4$	—	—	721.6	751.5	43.53	54 80	0.7814	0.7789
—	—	—	723.3	748.1	42.65	55.66	0.7764	
1	$16^1/_4$	94.344	747.3	744.7	13.08	81.97	0.2581	0.2449
—	—	—	748.3	746.7	11.95	83.03	0.2345	
—	—	—	748.3	746.7	12.24	82.75	0.2402	
$^1/_2$	—	—	747.4	744.8	24.63	71.07	0.4793	0.4727
—	—	—	747.4	744.8	24.23	71.44	0.4719	
—	—	—	747.4	744.8	23,97	71.69	0.4670	
$^1/_3$	—	—	738.3	731.7	29.62	66.39	0.5884	0.5859
—	—	—	747.2	740.6	30.08	65.95	0.5947	
—	—	—	748.2	741.5	29.06	66.91	0.5748	
$^1/_4$	—	—	750.4	743.8	33.78	62.46	0.6649	0.6633
—	—	—	749.4	743.8	33.75	62.49	0.6618	
1	22	92.516	766.2	735.6	8.64	84.52	0 2404	0.2474
—	—	—	767.4	738.2	9.27	83.94	0,2485	
—	—	—	768.4	738.2	9.38	83.83	0.2554	
$^1/_2$	—	—	764.3	740.6	20.42	73.62	0.4441	0.4435
—	—	—	764.3	740.6	20.34	73.69	0.4428	
$^1/_3$	—	—	757.0	735.4	24.37	69.97	0.5140	0.5071
—	—	—	757.0	735.4	24.04	70.26	0.5079	
—	—	—	749.3	725.7	23.35	70.91	0.4995	
$^1/_4$	—	—	753.3	731.7	27.62	66.10	0.5927	0.5806
—	—	—	753.3	731.7	27.25	67.30	0.5685	
1	30	90.080	775.5	723.6	4.95	85.61	0.2223	0.2231
—	—	—	776.9	721.5	4.36	86.15	0.2209	
—	—	—	776.9	721.5	4.66	85.89	0.2261	
$^1/_2$	—	—	785.4	729.0	13.25	78.14	0.3844	0.3672
—	—	—	785.4	729.0	13.42	79.82	0.3500	
$^1/_3$	—	—	788.0	731.6	21.46	70.75	0.5339	0.5386
—	—	—	781.0	724.6	22.08	70.19	0.5467	
—	—	—	780.9	724.5	21.37	70.82	0.5352	
$^1/_4$	—	—	774.1	719.6	19.23	72.76	0.4905	0.5079
—	—	—	775.3	719.6	20.93	71.22	0.5253	

Tabelle VI.

Chlor-Calcium.

V_1 wie vorher; S wie vorher.

C	t	V	P	p	v_1	v	α	α_1
1	8	97.096	717.0	742.4	35.59	62.75	0.6308	0.6315
—	—	—	718.9	740.8	35.08	63.02	0.6322	
1/2	—	—	721.1	743.1	44.93	53.45	0.8385	0.8383
—	—	—	722.1	742.0	45.11	53.27	0.8381	
1/3	—	—	721.1	744.0	46.42	52.00	0.8559	0.8548
—	—	—	721.1	742.0	46.04	52.37	0.8537	
1/4	—	—	724.6	746.5	51.21	47.35	0.9537	
—	—	—	722.8	744.6	50.09	48.43	0.9313	0.9423
—	—	—	722.8	745.6	50.77	47.78	0.9419	
1	16 1/4	94.344	745.9	733.8	25.70	70.06	0.5254	
—	—	—	741.3	735.2	26.04	69.73	0.5158	0.5202
—	—	=	743.8	735.1	25.88	69.89	0.5193	
1/2	—	—	744.3	735.7	33.93	62.30	0.6742	
—	—	—	742.4	737.8	34.67	61.60	0.6775	0.6740
—	—	—	743.0	734.7	33.79	62.43	0.6705	
1/3	—	—	745.8	733.2	35.90	60.43	0.7230	
—	—	—	753.3	737.7	36.01	60.32	0.7326	0.7260
—	—	—	750.3	739.7	36.15	60.20	0.7223	
1/4	—	—	747.3	740.7	38.76	57.73	0.7615	0.7587
—	—	—	745.8	740.7	38.67	57.82	0·7560	
1	22	92.516	759.4	729.8	20.56	73.49	0.4658	
—	—	—	760.4	727.0	21.41	72.70	0,4895	0.4709
—	—	—	761.5	730.4	20.03	73.98	0.4574	
1/2	—	—	753.8	729.6	28.12	66.49	0.5913	
—	—	—	760.8	731.1	26.45	68.04	0.5740	0.5809
—	—	—	760.3	731.1	26.36	68.12	0.5759	
1/3	—	—	756.6	728.3	28.59	66.06	0.6110	
—	—	—	753.7	729.0	29.76	64.98	0.6236	0.6159
—	—	—	756.8	728.1	28.67	65.99	0.6132	
1/4	—	—	753.2	734.5	33.41	61.60	0.6766	0.6726
—	—	—	751.3	731.6	32.86	62.11	0.6686	
1	30	90.080	780.0	718.9	13.02	78.36	0.3956	0.3995
—	—	—	780.2	718.8	13.52	77.95	0.4035	
1/2	—	—	779.1	718.6	18.78	73.16	0.4978	
—	—	—	779.1	721.1	19.40	72.60	0.5031	0.4998
—	—	—	776.7	717.8	19.01	72.96	0.4984	
1/3	—	—	776.1	719.1	20.52	71.59	0.5238	
—	—	—	774.1	720.0	20.63	71.49	0.5198	0.5266
—	—	—	775.6	718.6	21.37	70.83	0.5362	
1/4	—	—	781.0	719.6	24.26	68.22	0.6008	0.5957
—	—	—	780.8	719.4	23.70	68.73	0.5906	

Tabelle VII.

Resultate

		Salz-Gewicht in 100 Th. d. Lösung (p)	Moleciile in 100 Th. d. Lösung (m)	Spec. Gew.	Absorpt. Coeff. 8^0 C. α_8	Absorpt. Coeff. 15^0 C. α_{15}	Absorpt. Coeff. 22^0 C. α_{22}	Absorpt. Coeff. 30^0 C. α_{30}
Erste Gruppe: Alkali-Metalle	Chlorkalium	22.5060	467.9*	$1.54880 = S_0$	0.6877	0.5707	0.4801	—
		11.9740	173.5	$1.07962 = S_1$	0.8639	0.7202	0.5970	—
		8.6460	122.0	$1.05268 = S_2$	0.9178	0.7768	0.6488	—
		6.0548	82.7	$1.02105 = S_3$	0.9880	0.7772	0.6701	—
	Chlornatrium	26.0000	530.0	$1.19500 = S_0$	0.3470	0.2969	0.2630	—
		17.4200	334.0	$1.12300 = S_1$	0.5181 } $6.^{0}4$	0.4306	0.3892	—
		12.9950	240.0	$1.08000 = S_2$	0.6326	0.5569	0.4822	—
		7.0620	125.0	$1.03800 = S_3$	0.8990	0.7347	—	—
	Chlor-Ammonium	24.2330	495.0	$1.07211 = S_0$	0.8132 } 10^0C.	0.7384	0.5998	—
		12.7270	255.0	$1.05269 = S_1$	0.9220	0.7981	0.6840	—
		8.7225	174.0	$1.04698 = S_2$	1.0000	0.7906	0.7022	—
		6.4650	126.0	$1.02105 = S_3$	1.0227	0.8253	0.7182	—
Zweite Gruppe: Erdalkali-Metalle.	Chlorbarium	—	—	—	0.4385 b. 15^0 C.		—	—
		—	—	—	0.6779 b. $12\frac{1}{2}^0$	$16\frac{1}{4}^0$ C.	—	—
		25.2146	154.0	$1.27306 = S_0$	0.4949	0.6179	0.3833	0.3152
		14.0297	76.7	$1.13720 = S_1$	—	0.6179	0.5235	0.4672
		9.7531	51.2	$1.09158 = S_2$	1.0207	0.6445	0.6072	0.5426
		7.3162	37.6	$1.06840 = S_3$	0.9694	0.7441	0.6803	0.5655
	Chlor-Strontium	31.1937	264.0	$1.34280 = S_0$	0.2854	0.2449	0.2474	0.2231
		17.7132	131.0	$1.17270 = S_1$	0.6057	0.4727	0.4435	0.3672
		12.3248	87.0	$1.11590 = S_2$	0.7367	0.5859	0.5071	0.5386
		9.5108	65.2	$1.08730 = S_3$	0.7789	0.6633	0.5806	0.5079
	Chlorcalcium	15.7925	160.7	$1.13870 = S_0$	0.6315	0.5202	0.4709	0.3995
		8.0453	77.4	$1.06830 = S_1$	0.8383	0.6740	0.5809	0.4998
		5.7390	54.2	$1.04890 = S_2$	0.8548	0.7260	0.6159	0.5266
		4.3650	40.7	$1.03580 = S_3$	0.9423	0.7587	0.6726	0.5957

*) $(m) = \lambda \frac{s\,p}{\sigma}$, wo s = spec. Gewicht der Salz-Lösung, p = Salzgehalt in 100 Theilen Lösung, σ = Molecul.-Gew. des Salzes, λ = eine constante Zahl = 1000.

Die in der Schlusstabelle angegebenen spec. Gewichte wurden mittelst des Pyknometers bei einer Temperatur von etwa 15—16° C. bestimmt.

Aus den obigen Zahlen ergeben sich die folgenden Resultate:

1) Salzlösungen absorbiren stets weniger Kohlensäure, als ein gleiches Volumen Wasser.

2) Je concentrirter die Salzlösung ist, um so weniger Gas wird absorbirt, und zwar nimmt mit zunehmendem Salzgehalt die Absorption zuerst schnell, dann langsam ab, und scheint sich asymptotisch einem Minimum zu nähern.

3) Für verschiedene Salzlösungen ist der Einfluss des Salzes verschieden, und zwar liegt die Absorption beim Chlorkalium, wie sein Moleculargewicht, zwischen der beim Chlornatrium und Chlorammonium und die Absorption beim Chlorstrontium zwischen der beim Chlorcalcium und Chlorbarium.

4) Mit der Temperatur ändert sich der Absorptionscoefficient bei Salzlösungen und zwar in nahe derselben Weise, wie bei Wasser.

Ob die Absorption überhaupt eine rein physikalische Erscheinung ist, oder ob sie in das Gebiet der sogenannten chemischen Erscheinungen gehört, darüber wagen wir an der Hand der vorliegenden Beobachtungen noch keine Behauptung aufzustellen. Die Vorgänge, so einfach sie auch zuerst aussehen, sind doch von sehr complicirter Natur und es ist schwer zu sagen, ob nicht andere Bedingungen zugleich die Absorptionserscheinungen beträchtlich beeinflussen. Unserer Meinung nach müssen noch nach vielen Richtungen ausgedehntere Untersuchungen angestellt werden, ehe wir im Stande sind, eine genügende Erklärung dieser Erscheinungen zu geben. Zu diesem Zweck behalte ich mir vor, die in der vorliegenden Arbeit angefangenen Beobachtungen weiter fortzusetzen.

Physikal. chem. Lab. d. Univ. Leipzig, den 18. October 1876.

IX. *Zur Theorie der Wirkung von Cylinderspiralen mit variabler Windungszahl; von Dr. Ignaz G. Wallentin.*

(Aus dem LXXV. Bd. der Sitzber. der k. k. Akad. der Wiss. II. Abth. Januar-Heft. Jahrg. 1877, vom Hrn. Verfasser mitgetheilt.)

Die Theorie des Electromagnetismus lehrt, dass Cylinderspiralen mit constanter Windungszahl auf einen ausserhalb liegenden Magnetpol so wirken, als ob ihre Endflächen allein mit Magnetismus in der Stärke in per Flächeneinheit, wo i die Intensität des durch die Spirale kreisenden Stromes, n die constante Windungszahl bedeutet, belegt wären. Dies ergibt sich schon durch die einfache Betrachtung, dass nach Ampère's[1]) Theorie des Magnetismus ein electrischer Strom, welcher eine lineare, geschlossene, ebene Bahn umfliesst, als eine unendlich dünne, von der Strombahn begrenzte, transversal magnetische Doppelplatte angesehen werden kann, und daher die nordmagnetische Belegung der einen und die südmagnetische der darauffolgenden Transversalplatte, mit Ausnahme der beiden letzten, sich in ihren Wirkungen nach aussen aufheben. Ampère bemerkt deshalb schon mit Recht, dass ein Stabmagnet in seinen Wirkungen von einem solchen electrodynamischen Cylinder verschieden ist, da ersterer auf der einen Hälfte freien Nordmagnetismus, auf der anderen Hälfte freien Südmagnetismus zeigt.

Wird jedoch die Windungszahl eine Function der Abscisse, so tritt in der Formel, welche das Potential angibt, ausser den beiden Gliedern, die von den Endflächen herrühren, noch ein Glied auf, welches die Wirkung des inneren Theiles des Cylinders liefert. Die Windungszahl ist in der Regel bei den in der Praxis vorkommenden

1) Bibl. univ. de Genève Avr. 1822.

Fällen so beschaffen, dass sie an den Enden des Cylinders eine gleiche ist, also die oben erwähnte Function denselben Werth annimmt. Vorderhand wollen wir solche Spiralen betrachten, obwohl im Nachfolgenden das Windungsgesetz ganz allgemein hingestellt werden soll.

Ein wesentlicher Unterschied in der Wirkung von Spiralen besteht jedoch darin, ob die Windungen mehr an den Enden oder in der Mitte angehäuft sind. Der Kürze halber möge eine Spirale mit mehr an die Enden gedrängten Windungen Spirale erster Art, eine mit mehr in der Mitte gehäuften Spirale zweiter Art genannt werden. Wie schon von v. Feilitzsch[1]) nachgewiesen wurde, zeigen Spiralen I. Art das Verhalten, dass eine entgegengestellte Magnetnadel an dem südlichen Ende derselben freien Südmagnetismus, über die folgende Hälfte freien Nordmagnetismus, über die andere Hälfte freien Südmagnetismus und an dem äussersten Ende der letzteren freien Nordmagnetismus anzeigt. Dieses Verhalten hat mit dem eines Stabmagnetes nicht die geringste Aehnlichkeit. Spiralen II. Art sind aber dadurch, dass sie über die ganze Südhälfte freien Südmagnetismus, über die ganze Nordhälfte freien Nordmagnetismus zeigen, einem Stabmagnete ähnlicher und kann ein solcher durch eine Spirale II. Art imitirt werden. Eine Vergleichung des schon oben erwähnten, in der Potentialformel auftretenden dritten Gliedes mit der von Green und Biot für den freien Magnetismus eines dünnen und sehr langen Stabes aufgestellten Gleichung, lässt diese Aehnlichkeit noch besser hervortreten.

Was die Wirkung einer Spirale auf einen innerhalb liegenden Punkt betrifft, so weiss man aus mehreren Untersuchungen, dass, falls die Spirale eine constante Windungszahl besitzt und sehr lang ist, so dass die Endflächen keine merkliche Wirkung auf den erwähnten Punkt ausüben, die Kraft eine constante ist. Diese Fälle von

1) Pogg. Ann. LXXXII, p. 90.

constanter magnetisirender Kraft treten übrigens, wie Stefan[1]) zeigt, auch z. B. bei einem vom Strome umflossenen Rotationsellipsoide und bei einer vom Strome umflossenen Kugel auf. Anders verhält es sich, wie die späteren Formeln zeigen werden, bei Spiralen mit variabler Windungszahl. Sie liefern für einen inneren Punkt keine constante magnetische Kraft.

Zwischen Spiralen mit constanter Windungszahl und solchen mit variabler besteht übrigens noch der Unterschied, dass erstere — mathematisch strenge genommen — erst auf einen axialen Punkt in unendlicher Entfernung die Wirkung Null ausüben, letztere jedoch, seien sie Spiralen I. oder II. Art, wie Feilitzsch experimentell nachweist und wie es sich aus dem Nachstehenden auf theoretischem Wege ergibt, einen parallel zu ihrer Axe beweglichen Magnetpol nicht auf der ganzen einen Seite anziehen, auf der anderen abstossen, wie es bei regelrechten Cylinderspiralen der Fall ist, sondern dass sich zu beiden Seiten der beiden Enden der Spirale Orte finden, in denen diese axiale Wirkung auf Null herabsinkt und dass dieselbe jenseits dieser Orte in die entgegengesetzte übergeht. Wie Feilitzsch vermuthet und aus seinen Beobachtungsresultaten schliesst, dürften die Linien constanter Wirkung sowie die der Nullwirkung Hyperbeln sein, die in die Strombahn mit dem Scheitel einschneiden.

Nicht nur verglichen mit der Wirkungsweise eines Stabmagnetes, zeigen die Spiralen I. und II. Art eine wesentliche Differenz, sondern, wie hier theoretisch nachgewiesen werden wird und auch das Eperiment lehrt, zeigt sich diese Differenz noch insofern, als Spiralen I. Art auf einen vor den Endflächen sich befindenden, parallel zur Cylinderaxe beweglichen Magnetpol eine axiale Wirkung ausüben, die über einen viel geringeren Raum verbreitet ist, als wenn Spiralen II. Art verwendet werden. Es lässt

---

1) J. Stefan, zur Theorie der magnetischen Kräfte. Wien. Ber. LXIX. 1874.

sich nämlich nachweisen, dass im letzteren Falle die Formel für das Potential einer solchen Spirale sich aus zwei gleichbezeichneten, im ersteren aus zwei entgegengesetzt bezeichneten Ausdrücken zusammensetzen lässt.

Die hier erwähnten Thatsachen auf analytischem Wege nachzuweisen, ist Zweck der Abhandlung.

I.

Die Wirkung eines Elementarstromes, der mit der Intensität i eine Fläche f umfliesst, liefert ein Potential auf den Magnetpol μ, der sich in der Entfernung r von der Stromfläche befindet, welches durch die Formel:

$$\frac{\mu \,.\, i \,.\, f \,.\, p}{r^3}$$

ausgedrückt ist; p bedeutet die Grösse des vom Magnetpole auf die Stromebene gefällten Perpendikels.

Wählt man die durch die Cylinderaxe und den Magnetpol μ gehende Ebene zur xy-Ebene und setzt voraus, dass auf der Längeneinheit der Abscissenaxe im Punkte $x \ldots f(x)$ Windungen der Spirale vorhanden sind, wodurch also das Windungsgesetz bestimmt ist, so kommen auf die Länge $dx \ldots f(x)\,dx$ Windungen und dann ist das Potential dieses electrodynamischen Cylinders auf einen ausserhalb der Spirale liegenden Magnetpol $\mu\,(\xi\eta)$:

$$P_e = \mu i \iiint_a^b \frac{f(x)\,(\xi - x)\,dx\,dy\,dz}{r^3},$$

wenn a und b Anfangs- und Endabscisse der Spirale bedeuten.

Da:

$$r^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + z^2,$$

sonach:

$$\frac{\xi - x}{r^3} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\right)$$

ist, so wird aus obiger Formel:

$$P_e = \mu i \iint dy\, dz \int_a^b f(x) \frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} dx.$$

Durch Integratio per partes erhält man:

$$\int f(x) \frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} dx = \frac{f(x)}{r} - \int \frac{f'(x)}{r} dx,$$

daher:

$$(1) \quad P_e = \mu i f(b) \iint \frac{dy\, dz}{r_b} - \mu i f(a) \iint \frac{dy\, dz}{r_a} - \mu i \iiint_a^b \frac{f'(x)}{r} dx\, dy\, dz$$

wo $f(a)$, r_a; $f(b)$, r_b sich auf den Anfang und das Ende des electrodynamischen Cylinders beziehen.

Liegt der Punkt im Innern der Spirale, so ist das Potential bekanntermaassen:

$$P_i = P_e + 4\pi \mu i \int_\xi^b f(x)\, dx$$

oder:

$$(2) \quad P_i = \mu i f(b) \iint \frac{dy\, dz}{r_b} - \mu i f(a) \iint \frac{dy\, dz}{r_a} - \mu i \iiint_a^b \frac{f'(x)}{r} dx\, dy\, dz + 4\pi \mu i \int_\xi^b f(x)\, dx.$$

Ist die Spirale so lang, dass man die Wirkung ihrer Endflächen auf einen inneren Punkt vernachlässigen kann, so ist das Potential auf diesen Punkt:

$$(3) \quad P_i' - - \mu i \iiint_a^b \frac{f'(x)}{r} dx\, dy\, dz + 4\pi \mu i \int_\xi^b f(x)\, dx.$$

Dieses sind die allgemeinsten Formeln, die für die Wirkungsweise eines electrodynamischen Cylinders auf einen ausserhalb oder innerhalb dieses Cylinders liegenden Magnetpol gelten. Liegt der Magnetpol in der Axe, so sind die Werthe der oben vorkommenden Integrale leicht zu ermitteln.

Es ist nämlich:

$$\mu i f(b) \iint \frac{dy\,dz}{r_b} = 2\pi\mu i f(b) \left[\sqrt{(\xi - b)^2 + \varrho^2} - (\xi - b)\right]$$

$$\mu i f(a) \iint \frac{dy\,dz}{r_a} = 2\pi\mu i f(a) \left[\sqrt{(\xi - a)^2 + \varrho^2} - (\xi - a)\right]$$

$$\mu i \int_a^b \iint \frac{f'(x)}{r}\,dx\,dy\,dz = 2\pi\mu i \left[\int_a^b f'(x)\sqrt{(\xi - x)^2 + \varrho^2}\,dx - \int_a^b (\xi - x) f'(x)\,dx\right].$$

ϱ bedeutet in den drei letzten Formeln den Halbmesser der Cylinderspirale.

Liegt der Magnetpol ganz beliebig, so kann die Integration nur durch elliptische Integrale oder, für praktische Zwecke, durch unendliche Reihen ausgeführt werden.

Ist endlich die Windungszahl der Spirale in Bezug auf die Mitte derselben symmetrisch, so ist in den obigen Formeln nur $f(a) = f(b)$ zu setzen.

Die Bedeutung der in diesen Gleichungen vorkommenden Doppel- und dreifachen Integrale ist eine einfache. Die beiden ersten Glieder der Formel (1) geben das Potential der Anfangs- und Endfläche des electrodynamischen Cylinders, die respective mit freiem Magnetismus $if(b)$ und $-if(a)$ belegt gedacht werden müssen, auf den Magnetpol. Diese beiden Glieder sind allein vorhanden, wenn es sich um einen electrodynamischen Cylinder mit constanter Windungszahl handelt, da für einen solchen $f'(x) = 0$ ist. Wird letztere variabel, so kommt noch das dritte Glied in Rücksicht, welches das Potential eines mit freiem Magnetismus in der Stärke $-if'(x)$ erfüllten Cylinders auf den Magnetpol vorstellt. Dieses stimmt mit der Anschauung, nach welcher ein Strom durch eine transversalmagnetische Doppelplatte ersetzt werden kann. Für eine solche Doppelplatte gilt nämlich der Grundsatz, dass das magnetische Moment derselben gleich dem Producte aus Stromintensität und Windungszahl sein muss. Für die den Strom ersetzende Transversalplatte in der Entfernung x gilt somit die Formel:

$$\mu_x = if(x),$$

für die um dx entfernte transversal-magnetische Doppelplatte:

$$\mu_{x+dx} = i f(x + dx),$$

wenn μ_x und μ_{x+dx} die entsprechenden magnetischen Momente bedeuten. Die Differenz dieser Ausdrücke gibt den nach aussen wirkenden, also freien Magnetismus:

$$\mu_x - \mu_{x+dx} = - i dx f'(x),$$

wenn die Entwickelung nach Taylor's Lehrsatz vollzogen wird. Dieser letzte Ausdruck coincidirt mit dem in dem dreifachen Integrale enthaltenen.

Das Potential einer Spirale I. oder II. Art auf einen äussern Magnetpol setzt sich somit aus dem Potentiale der mit freiem Magnetismus $if(b)$, respective $-if(a)$ belegten Endflächen und dem Potentiale des freien Magnetismus in der Intensität $-if'(x)$ enthaltenden Cylinders zusammen. Bezeichnen wir erstere Potentiale mit W_1 und W_2, letztere mit V, so ergeben sich jetzt mit Leichtigkeit die auf einen äusseren oder inneren Axialpunkt wirkenden Kräfte:

$$(4) \qquad \frac{\partial P_e}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} (W_1 + W_2 + V)$$

und:

$$(5) \qquad \frac{\partial P_i}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} (W_1 + W_2 + V) + 4 \pi \mu i \frac{\partial}{\partial \xi} \int_\xi^b f(x)\, dx.$$

Das zweite in der letzten Formel auftretende Glied lässt sich auf folgende Weise bestimmen. Verlegen wir den Coordinatenanfangspunkt in den inneren afficirten Magnetpol und bezeichnen die neuen Abscissen mit x_1, so ist:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \int_\xi^b f(x)\, dx = \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^{b-\xi} f(\xi + x_1)\, dx_1,$$

oder nach der bekannten Formel:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}\int_a^b f(x,\alpha)\,dx = \int_a^b \frac{\partial}{\partial \alpha} f(x,\alpha)\,dx + f(b,\alpha)\frac{\partial b}{\partial \alpha} - f(a,\alpha)\frac{\partial a}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\int_\xi^b f(x)\,dx = -f(\xi).$$

Sonach erhält die Kraftformel für einen inneren Punkt die Gestalt:

(6) $$\frac{\partial P_i}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi}(W_1 + W_2 + V) - 4\pi\mu i f(\xi).$$

II.

Eine Spirale mit constanter Windungszahl hat, weil nur ihre Enden wirksam erscheinen, keine Aehnlichkeit mit einem Stabmagneten. Wie sich nämlich aus den genauen Versuchen Coulomb's[1], ferner aus den theoretischen Untersuchungen Green's[2] für einen sehr dünnen und langen Stab und aus den früheren Biot's[3] ergibt, kann der freie Magnetismus durch:

(7) $$A(M^{-x} - M^x)$$

und das magnetische Moment durch:

(8) $$C + B(M^x + M^{-x}),$$

wobei A, B, C, M Constante sind, dargestellt werden. Aus letzter Formel, welche die Gleichung einer Kettenlinie ist, ergibt sich, dass die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte in der Mitte am grössten sind und stetig nach beiden Seiten abnehmen.

Bedenkt man, dass das magnetische Moment eines Kreisstromes der Spirale $if(x)$ ist, so wird die frühere Bemerkung bestätigt, dass ein Magnet nur durch eine Spi-

1) Mém. de l'Acad. de Paris pour 1789, p. 468.

2) Green, Essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism. Nottingham 1828.

3) Biot, Traité de Physique. T. III. p. 76. 1816. Man sehe auch: van Rees, Pogg. Ann. Bd. LXX u. LXXIV.

rale II. Art imitirt werden kann. Sollte die Spirale ebenso wirken, wie ein den Untersuchungen Coulomb's, Green's und Biot's zu Grunde gelegter Magnet, so müsste das Windungsgesetz das einer Kettenlinie sein. Durch diese Betrachtung tritt das ungleiche Verhalten eines Stabmagneten und einer Spirale I. Art um so auffallender hervor.

Ein electrodynamischer Cylinder I. und II. Art von sehr grosser Länge übt auf einen inneren Punkt keine constante Kraft aus, wie es bei regelrechten Spiralen der Fall ist; dieselbe wird nämlich:

(9) $$\frac{\partial P'_i}{\partial \xi} = \frac{\partial V}{\partial \xi} - 4\pi\mu i f(\xi),$$

wo V die frühere Bedeutung hat.

Das in der früheren Formel:

$$P_e = \mu i f(b) \iint \frac{dy\,dz}{r_b} - \mu i f(a) \iint \frac{dy\,dz}{r_a} - \mu i \iiint_a^b \frac{f'(x)}{r}\,dx\,dy\,dz = \Psi - \Phi,$$

wo Ψ die Differenz der beiden ersten Glieder, Φ das letzte Glied vorstellt, auftretende dreifache Integral zerlegen wir in nachfolgender Weise:

$$\mu i \iiint_a^b \frac{f'(x)}{r}\,dx\,dy\,dz = \mu i \iint dy\,dz \left[\int_a^{a+\frac{l}{2}} \frac{f'(x)}{r}\,dx + \int_{a+\frac{l}{2}}^b \frac{f'(x)}{r}\,dx \right],$$

wenn l die Länge der Spirale darstellt. Wie man leicht bemerkt, muss das Windungsgesetz für eine Spirale I. Art graphisch durch eine gegen die Axe convexe Curve charakterisirt werden. Es ist deshalb von:

$$a \text{ bis } a + \frac{l}{2} \ldots f'(x) < o$$

und von:

$$a + \frac{l}{2} \text{ bis } b \ldots f'(x) > o,$$

somit:

$$\int_{a}^{a+\frac{l}{2}} \frac{f'(x)}{r} dx + \int_{a+\frac{l}{2}}^{b} \frac{f'(x)}{r} dx$$

und daher auch das dreifache Integral Φ eine wesentlich positive Grösse.

Für eine Spirale II. Art ist von:

$$a \text{ bis } a + \frac{l}{2} \ldots f'(x) > o$$

und von:

$$a + \frac{l}{2} \text{ bis } b \ldots f'(x) < o.$$

Durch analoge Schlüsse findet man, dass für eine Spirale II. Art das dreifache Integral Φ eine wesentlich negative Grösse ist. Bezeichnet man im ersten Falle den absoluten Werth desselben mit Φ_{I}, im zweiten Falle mit Φ_{II}, so ist das Potential einer Spirale I. Art auf einen axialen äusseren Punkt:

(10) $$(P_e)_{\mathrm{I}} = \Psi - \Phi_{\mathrm{I}}$$

das einer Spirale II. Art:

(11) $$(P_e)_{\mathrm{II}} = \Psi + \Phi_{\mathrm{II}}.$$

Da nun die Differenz der beiden Doppelintegrale Ψ in den Formeln stets positiv ist und in der Formel für $(P_e)_{\mathrm{I}}$ eine Grösse abgezogen, im zweiten Falle eine Grösse addirt wird, so ergibt sich, dass, wenn in galvanischen Cylinderspiralen die Windungen stärker an den Enden als über der Mitte angehäuft sind, die vor den Endflächen statthabende normale Anziehung gegen einen parallel zur Cylinderaxe beweglichen Magnetpol eine viel geringere ist, und sich über einen viel kleineren Raum verbreitet, als wenn die Windungen stärker über der Mitte als an den Enden angehäuft sind.

Es erscheint also das Versuchsresultat v. Feilitzsch's dadurch hinlänglich theoretisch bestätigt.

Aus den beiden letztaufgestellten Gleichungen erkennt

man sogleich, was Feilitzsch durch den Versuch verificirt, dass das Potential auch für axiale, ausserhalb der Spirale liegende Punkte Null sein kann; die Lage des Punktes finden wir aus den entsprechenden Gleichungen:

$$\Psi = \Phi_{I}$$

und:

$$\Psi = -\Phi_{II}.$$

Für electrodynamische Cylinder mit constanter Windungszahl, für die also Φ wegfällt, ist das Potential nur dann gleich Null, wenn der Magnetpol in unendlicher Entfernung liegt; dies natürlich bei Voraussetzung einer axialen Lage desselben.

Diese analytischen Erörterungen mögen genügen, um einerseits das Wesen und die Wirkungsweise von cylindrischen Spiralen als Function ihrer Windungszahl beurtheilen zu können, andererseits um den Versuchsresultaten v. Feilitzsch's auch eine theoretische Basis zu geben.

Brünn, im Januar 1877.

X. *Ueber den Diamanten; von E. H. v. Baumhauer.* [1])

(Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. VIII. p. 97.)

Die neueren Arbeiten über den Diamanten von Schrötter[2]) und G. Rose[3]) haben Resultate geliefert, die in gewisser Beziehung weder unter sich noch mit den älteren Daten übereinstimmen. Dieser Umstand hat mich veranlasst, selbst einige Untersuchungen über diesen Gegenstand zu unternehmen, mit besonderer Beachtung der Ver-

1) Von Poggendorff selbst übersetzt.
2) Wien. Ber. 1871. Bd. LXIII.
3) Berl. Monatsber. Juni 1872. Pogg. Ann. CXXXXIII. p. 497.

schiedenartigkeit der Zustände, unter welchen der Diamant in der Natur vorkommt. Zunächst nahm ich mir vor, die Dichtigkeit des Diamants in jedem dieser Zustände zu bestimmen und darauf das Verhalten des Diamants in verschiedenen Gasen bei hoher Temperatur zu studiren, um eine noch schwebende Frage zu beantworten, nämlich die, ob der Diamant durch Hitze in Graphit oder amorphen Kohlenstoff verwandelt werden könne. Das nöthige Material zu diesem Studium wurde mir von Hrn. Daniëls, dem geschickten Director der Diamantenschleiferei zu Amsterdam, die Hrn. Martin Coster in Paris gehört, mit zuvorkommendster Liberalität geliefert, wofür ich demselben nicht genug danken kann.

Der Diamant findet sich bei weitem nicht ausschliesslich im Zustande mehr oder weniger vollkommener, farbloser oder schwach gefärbter Krystalle. Lange Zeit hindurch hat man ihn freilich nur unter dieser Form gekannt und gesucht, während man eine schwärzliche oder grauliche, in unregelmässigen und zuweilen ziemlich voluminösen Bruchstücken ebenfalls beim Waschen des diamanthaltigen Sandes vorkommende Substanz unbeachtet liess. Gegenwärtig werden diese Fragmente, die im Ansehen nichts mit dem Diamant gemein haben, sorgfältig gesammelt, weil sie einen ziemlich beträchtlichen Werth im Handel haben, in welchem sie unter dem Namen Carbonado oder Carbon bekannt sind. Gewöhnlich sind es abgerundete, zuweilen eckige Massen, die äusserlich oft schwarzglänzend sind, wie wenn sie durch Reibung polirt wären; im Bruch dagegen haben sie ein mattes Ansehen, hin und wieder einen glänzenden Punkt zeigend, und unter der Lupe erkennt man eine grosse Anzahl Poren von ungleichen Dimensionen. Die Farbe des Bruches ist sehr verschieden, meistens graulich, in anderen Fällen violettfarben. Im Wasser erhitzt, lassen diese Fragmente eine grosse Menge Gasblasen entweichen; wenn man sie also einer hydrostatischen Wägung unterwerfen will, ist es nöthig, die Stücke einige Zeit in Wasser zu sieden, um die in den

Poren eingeschlossene Luft möglichst auszutreiben. Als ich diese Masse mit Königswasser behandelte, fand ich in der Lösung einen ziemlich grossen Antheil von Eisen und etwas Kalk, aber keine Spur von Schwefelsäure oder Thonerde; wenn man diese Substanz in Sauerstoff verbrennt, hinterlässt sie eine geringe Menge Asche, 0.24 bis 2 Proc. nach Privot. Später hoffe ich das Carbon einem ausführlicheren Studium unterwerfen zu können.

Wie sehr diese Substanz sich auch vom Diamant im Ansehen unterscheidet, was sie als Schmuckstein vollkommen unbrauchbar macht, so kann sie doch nicht als eine wesentlich von ihm verschiedene Masse angesehen werden. In der That, untersucht man, wie ich es bei Hrn. Martin Coster in Paris und bei Hrn. Daniëls in Amsterdam mehrmals zu thun Gelegenheit hatte, grosse Mengen von Carbonen und Diamanten, so ist oft schwierig zu sagen, ob gewisse Individuen zu der Kategorie der Carbone, die dem blossen Auge keine Spur von Krystallisation darbieten, oder zur Kategorie der dunkelfarbigen, unvollkommen und sehr unregelmässig krystallisirten Diamanten gezählt werden müssen. Aus der Ansicht dieser zahlreichen Varietäten ist mir die Ueberzeugung geblieben, dass zwischen dem Carbon von einfach mikro-krystallinischer Textur und dem regelmässig in klaren Octaëdern krystallisirten Diamanten eine ununterbrochene Reihe intermediärer Zustände vorhanden ist. Während der wahre Diamant sich nach den Flächen des Octaëders spalten lässt, zeigt der wahre Carbon keine Spur von dieser Eigenschaft und bei den intermediären Varietäten findet sie sich in sehr verschiedenen Graden. Es ist merkwürdig, dass der Carbon, welcher in Brasilien und besonders bei Bahia den Diamanten in Stücken bis zu mehreren Dekagrammen Gewicht immer begleitet, noch nicht am Cap der guten Hoffnung gefunden worden ist, obwohl die Diamantsucher speciell ihre Achtsamkeit auf diese scheinbar so unnütze Substanz gerichtet haben. Man muss daher glauben, dass der Carbon nicht in den diamanthaltigen Allu-

vionen des Cap vorkommt. Durch Hrn. Daniëls hatte ich Gelegenheit, ein Paar kleiner schwarzer Massen zu untersuchen, die ihm vom Cap als wahrscheinlich Carbon zugesandt worden waren; allein diese Stückchen enthielten keinen Kohlenstoff, sondern bestanden fast gänzlich aus Eisenhydrat.

Ausser dem Carbon und dem gewöhnlichen Diamanten findet man noch eine andere Modification, welche den Steinhändlern unter dem Namen Bord bekannt ist. Diese besteht insgemein aus durchscheinenden, aber nicht durchsichtigen, farblosen oder graulichen Sphäroiden. Man kann keine Octaëder aus ihnen herausspalten und überdies sind sie viel härter als der gut krystallisirte Diamant, obwohl sie in dieser Beziehung dem Carbon nachstehen. Wegen ihrer grösseren Härte liefern Carbon und Bord heutzutage fast ausschliesslich das zum Schleifen des Diamants dienende Pulver. Die Steinhändler geben diesem Pulver vor dem des gut krystallisirten Diamanten, welches sie ehedem anwandten, bei weitem den Vorzug.

Die mir von Hrn. Daniëls dargebotenen Gelegenheiten benutzend, habe ich eine Reihe von Dichtemessungen mit aller erforderlichen Vorsicht ausgeführt. Das zu den Wägungen dienende Wasser war ausgekocht und im Vacuo erkaltet; seine Temperatur wie die der Luft wurde beobachtet. Während der Wägung des Diamanten in der Luft auf der Wagschale war das an einem Menschenhaar hängende Platinschiffchen, welches später den Diamanten bei der Wägung in Wasser aufzunehmen hatte, schon in die Flüssigkeit eingetaucht, so dass die Bestimmung des absoluten Gewichts und die des Gewichtsverlustes in Wasser unter denselben Umständen und folglich mit derselben Genauigkeit geschahen. Da der Luftdruck bei den Versuchen nur von 759 bis 761 Mm. schwankte, so hielt ich es nicht für nöthig, eine Berichtigung wegen des Barometerstandes anzubringen, da sie keinen Einfluss auf das Resultat haben konnte, vor allem da die Genauigkeit dieser

Wägungen, bei welchem das Haar am Wasser rieb, höchstens ein halbes Milligramm erreichte.

		Dichte unberichtigt.	Dichte berichtigt.
1	Brillant, fast farblos, vom Cap	3.5217	3.51812
2	Brillant, blassgelb, vom Cap	3.5212	3.52063
3	Roher Diamant, klar, gelb, vom Cap	3.5205	3.51727
4	„ „ kleinerer, ganz rein, vom Cap	3.5197	3.51631
5	„ „ im Innern ein schwarzes Fleckchen, vom Cap	3.5225	3.51934
6	„ „ mit einem grossen Fleck und Rissen, vom Cap	3.5065	3.50307
7	„ „ klar, aus zwei zusammengewachsenenen Krystallen bestehend, vom Cap	3.5178	3.51486
8	Sphäroidaler Bord, graulich, durchscheinend, aber nicht durchsichtig	3.5100	3.50383
9	Sphäroidaler Bord, weiss, vom Cap	3.5080	3.50329
10	„ „ kleinerer, vom Cap . . .	3.5030	3.49906
11	Grauer Carbon, etwas violett, aus Brasilien .	3.2041	3.20053
12	Schwarzgrauer Carbon, aus Brasilien	3.2969	3.29287
13	Schwarzer Carbon, aus Brasilien	3.1552	3.15135
14	Sphäroidaler Carbon, aus Brasilien	3.3493	3.34497
15	„ „ „ „	3.2080	3.20378
16	Graue, halbdurchscheinende Massen für Carbon gehalten, aber deutlich krystallinisch . . .	3.5111	3.50452
17	Weisse, halb durchscheinende Masse, etwas krystallinisch, aber mit Unrecht für Carbon gehalten	3.5068	3.50215

Vorstehende Tafel enthält die Resultate meiner Versuche. Die berechneten Dichtigkeiten D in der letzten Columne wurden dadurch erhalten, dass an den Zahlen der vorletzten Columne die Berichtigungen angebracht worden, welche nöthig waren, weil eine der Wägungen in Wasser von t' Temperatur und nicht in Wasser von 4^0 C. gemacht und die andere statt im Vacuo in der Luft von der Temperatur t vollzogen ward. Die Rechnung wurde nach folgender Formel ausgeführt:

$$D = \frac{P}{P'}\, d - \frac{P - P'}{P'} \, \frac{ab}{760\,(1 + \beta t)},$$

wo $a = 0.00129337$ Grm. das Gewicht eines Cubikcentimeters bei 0^0 und 760 Mm., b der Barometerdruck, $\beta = 0.00367$ der Ausdehnungscoefficient der Luft, d die Dichte des Wassers bei t^0, P das Gewicht des Diamanten in der Luft, P' der Gewichtsverlust in Wasser ist. Wegen des Barometerstandes wurde keine Berichtigung gemacht, man setzte: $b = 760$.

Vergleicht man die berichtigten Dichtigkeiten in dieser Tafel, so sieht man, dass das höchste specifische Gewicht den reinsten Diamanten zukommt, Nr. 1 bis 5.

Dürfte man aus dergleichen Resultaten das Mittel ziehen, was ich jedoch nicht für erlaubt halte, so würde die berichtigte Dichte des Diamanten in Bezug auf Wasser von 4° C. = 3.51835 sein. Aus diesem Grunde habe ich hier Nr. 6 und 7 ausgelassen, da diese Diamanten Sprünge hatten, die vielleicht mit Luft erfüllt waren und deshalb das specifische Gewicht herabdrücken mussten. Ich glaube, dass der Werth 3.51432, den Schrötter als das Mittel aller seiner Bestimmungen annimmt, zu klein ist. Unter den von ihm untersuchten Diamanten gab es gefleckte und gesprungene, und unter den fehlerfreien waren einige, für welche auch er grössere Dichtigkeiten fand, z. B. 3.51869 für einen ganz farblosen Diamanten und 3.51947 für einen blassvioletten. Nach allen bekannten Resultaten glaube ich, dass die Dichtigkeit des recht reinen Diamanten nicht viel unter 3.52 liege.

Die Zahlen der Tafel zeigen überdies, dass die Dichte des Bords oder des kugelförmigen Diamanten nicht viel über 3.50 hinausgeht, während der Carbon ein beträchtlich niedrigeres specifisches Gewicht besitzt, wahrscheinlich weil er porös ist, was sich auch bei Untersuchung unter der Lupe bestätigt. Die für Nr. 16 und 17 gefundene höhere Dichte beweist überdies, dass diese Individuen nicht Carben waren, sondern intermediäre Stufen zwischen Carbon und wahrem Diamant.

Bei Ausschluss der Luft kann der Diamant der höchsten Temperatur unserer Oefen ausgesetzt werden, ohne irgend eine Veränderung zu erleiden; wenigstens verhält sich so der farblose Diamant; von dem farbigen werden wir weiterhin reden. Der Versuch, durch welchen man diese Thatsache für gewöhnlich erweist, hat keine Schwierigkeit. Der Diamant wird in einen kleinen hessischen Tiegel gebracht und fest in Magnesia eingestampft. Diesen Tiegel stellt man in einen zweiten, der mit eingestampftem Graphit gefüllt wird und setzt darauf das Ganze lange Zeit der höchsten Temperatur eines Porzellanofens aus.

Morren, Schrötter und andere haben diesen Versuch nach einander wiederholt und bestätigt, dass der Diamant trotz der ausserordentlichen Hitze, der er ausgesetzt war, weder in seiner Form noch in seinen Eigenschaften verändert ward; höchstens fand Schrötter, dass er an der Oberfläche ein wenig matt geworden war.

Analoge Versuche wurden in Berlin von G. Rose unter Mitwirkung von Hrn. Siemens gemacht.[1]) Man machte in ein Stück Gaskohle eine Höhlung, in die der Diamant genau passte, und verschloss sie durch einen Deckel von derselben Substanz. Das Ganze wurde in einen mit gepulverter Holzkohle gefüllten Graphittiegel gebracht und darauf eine halbe Stunde lang in einem Ofen erhitzt, in welchem Gusseisen schmolz. Bei Oeffnung des Tiegels fand man den Diamanten in nichts verändert. Bei einem zweiten, auf dieselbe Weise ausgeführten Versuche wurde ein als Rosette geschliffener Diamant 10 Minuten lang der Schmelzhitze des Schmiedeeisens ausgesetzt. Nach dieser Behandlung hatte der Diamant seine Form und den Glanz seiner Flächen behalten; aber er war schwarz geworden und beschmutzte Papier wie Graphit; beim Zerkleinern erkannte man jedoch, dass diese schwarze Färbung rein oberflächlich war.

1) Berl. Monatsber. 1872. p. 578. Pogg. Ann. CXLVIII. p. 497.

Ich habe ebenfalls die Wirkung der Hitze auf den Diamant untersucht, aber auf eine viel einfachere Weise.

Der zuvor gewogene Diamant wurde in einen kleinen Platintiegel von sehr verlängerter und schmaler Form gebracht, ähnlich dem, welchen Hr. J. Lawrence Smith zur Zersetzung der Silicate durch Chlorcalcium empfohlen hat. Um beobachten zu können, was im Inneren des Tiegels vorgeht, wurde dieser in eine geneigte Stellung gebracht und durch ein dünnes Glimmerblatt verschlossen. Durch eine Oeffnung in diesem Blatte ging ein kleines, sehr dünnes Platinrohr, gelöthet an das Ende eines Glasrohres, welches verbunden war mit einem Apparat, der Wasserstoff getrocknet durch Schwefelsäure und Chlorcalcium lieferte. Während der Operation ist also der Diamant umgeben von einer trockenen Wasserstoff-Atmosphäre. Der Tiegel wurde bis zur hellen Weissgluth erhitzt mittelst einer durch eingeblasene Luft angefachten Gasflamme. Ich kann bestätigen, dass der Diamant, als er 15 Minuten lang einer Temperatur ausgesetzt worden, bei der er unsichtbar war (d. h. bei der Platin und Diamant vermöge ihres gemeinschaftlichen Glanzes nicht mehr zu unterscheiden waren), nicht allein nichts am Gewicht beim Erkalten verloren hatte, sondern auch noch ganz seinen Glanz und seine Durchsichtigkeit besass. Mehrmals wiederholt mit farblosen oder blassgelben Steinen, gab dieser Versuch immer dasselbe Resultat. In einer Atmosphäre, die keine chemische Wirkung auf ihn ausübt, kann der Diamant lange Zeit der Weissglühhitze ausgesetzt werden, ohne eine Veränderung zu erleiden. Bei einem vortrefflich geschliffenen, der 6 bis 7 Karat wog, ward der Glanz durch diese Operation sogar bedeutend erhöht. Die Abnahme des Glanzes bei dem Versuche von Schrötter, ist meines Erachtens ein Beweis, dass ungeachtet der getroffenen Vorsichtsmaassregeln, der Diamant mit dem Sauerstoff der Luft in Berührung kam oder auch, dass er bei dieser hohen Temperatur eine reducirende Wirkung

auf die Magnesia ausübte und durch den Sauerstoff dieser Erde verbrannt wurde.

Derselben Behandlung unterwarf ich auch einen Diamanten, der dem blossen Auge schmutzig grün erschien, obwohl man unter der Lupe erkannte, dass diese Farbe nicht über den ganzen Stein ausgebreitet war, sondern gleichsam kleine grüne Wolken inmitten der Masse bildete. Nach dem Weissglühen in Wasserstoff war der Glanz der Oberfläche derselbe; die Durchsichtigkeit war eher erhöht als geschwächt, aber die grüne Farbe hatte einer blassgelben Platz gemacht.

Ein anderer kleiner Diamant, der so dunkelgrün war, dass er beinahe schwarz aussah und fast ganz opak war, hatte, unter Beibehaltung des Glanzes seiner Oberfläche, eine violette Farbe und zugleich eine grössere Durchsichtigkeit angenommen. Ein kleiner kubischer Diamant von hellgrüner Farbe verlor diese fast gänzlich, behielt aber Glanz und Durchsichtigkeit unverändert vor und nach der Erhitzung gewogen, zeigte er keinen Gewichtsverlust.

Die braunen Diamanten verlieren ihre Farbe grösstentheils, wenn man sie bis zur Weissgluth in Wasserstoff erhitzt. Sie werden gewöhnlich mehr oder weniger graulich und nehmen eine viel hellere Farbe an; unter der Lupe untersucht, sind sie alsdann klar mit kleinen schwarzen Flecken. Die gelb gefärbten Diamanten, wie es die vom Cap fast alle sind, verlieren kaum etwas von ihrer natürlichen Farbe.

Auf der letzten Ausstellung in Paris, 1867, hatte ich Gelegenheit, bei Hrn. Coster einen sehr merkwürdigen Diamant zu sehen.[1]) Er war fast farblos, allein bei Ausschluss der Luft (in einem Magnesiabad) erhitzt, wurde er intensiv rosenfarben und behielt diese Farbe mehrere Tage lang, vor allem im Dunklen; im Lichte, besonders im Sonnenlichte verschwand dagegen diese Farbe schnell, liess

1) Von diesem merkwürdigen Diamant gab Hr. Halphen schon 1866 Notiz. (Pogg. Ann. CXXVIII. p. 176.)

sich jedoch durch abermaliges Erhitzen wieder hervorrufen. Ich habe einen rosenfarbenen Diamant untersucht, von dem Hr. Daniëls vermuthete, er würde auf gleiche Weise ein dunkleres Rosenroth annehmen; aber weit entfernt davon ward dieser Diamant bei Erhitzung farblos, nahm jedoch nach und nach seine Rosenfarbe wieder an. Im Verein mit Hrn. Daniëls habe ich mehrere Versuche mit grauen Diamanten gemacht, in der Hoffnung ihnen diese Farbe durch Hitze zu nehmen und somit einen höheren Werth zu geben. Unglücklicherweise gaben aber diese Versuche nicht das gehoffte Resultat; die Diamanten besassen nach der Behandlung ihr ursprüngliches Grau.

Wenn man den Diamanten statt in einer Atmosphäre von Wasserstoff, bei Zutritt der Luft erhitzt, so sind die Vorgänge ganz anders. Alsdann ist es nicht nöthig, die Hitze bis zur Weissglut zu steigern, noch sie lange Zeit zu unterhalten, um den Diamanten auf der Oberfläche matt und folglich opak zu machen. Dies ist der Effect einer wahren Verbrennung, wie es der Gewichtsverlust nach der Operation beweist. Durch Aufpoliren des mattgewordenen Diamanten hat Hr. Daniëls überzeugend bewiesen, dass diese Verbrennung eine rein oberflächliche ist. Der wiederum polirte Diamant hatte seine ganze Durchsichtigkeit, sein ganzes Wasser. G. Rose hat überdies bemerkt, das es hinreicht, den mattgewordenen Diamant mit Terpentinöl zu benetzen, um ihm seine Durchsichtigkeit zu geben und zu erhalten, solange seine Oberfläche befeuchtet ist.

Erhitzt man den Diamant in einer Atmosphäre von Sauerstoff, indem man durch das erwähnte Platinrohr einen Strom dieses Gases in den Tiegel leitet, so sieht man den Stein in das lebhafteste Glühen gerathen und mit einem blendenden Lichte verbrennen, lange bevor der Platintiegel roth glüht. Nachdem man die Lampe fortgezogen und der Tiegel schon unter Rothglut herabgekommen ist, fährt der Diamant in den meisten Fällen fort noch einige Zeit zu brennen und sich stark leuchtend auf

dunklem Grund zu zeigen. Wenn der Diamant klein ist, kann die Verbrennung sogar bis zum gänzlichen Verzehren desselben fortdauern, und man sieht ihn dann im letzten Augenblick ein lebhafteres Licht ausstossen, wie es ein glühender Docht im Moment des Erlöschens thut. Wenn der Stein ein beträchtlicheres Volumen hat, reicht die beim Verbrennen erzeugte Wärme nicht zur Unterhaltung desselben mehr aus, sodass durch Entfernung der Lampe die Verbrennung nur noch wenige Augenblicke auf Kosten des noch in den Tiegel strömenden Sauerstoffs anhält.

Obgleich Hr. Daniëls und ich diesen Versuch mehrmals wiederholten, haben wir doch nie etwas anderes als eine ruhige Verbrennung des Diamanten beobachten können, allein mit dem Resultate einer Mattheit und Trübheit der Oberfläche; von einer Schwärzung, einer Verwandlung in Coke, einer Veränderung des Aggregatzustandes, einem Aufblähen, einer Schmelzung oder Erweichung, einer Abrundung der Kanten oder Ecken hat sich uns nichts dargeboten. Nur einmal haben wir bei einem graulichen und opaken Diamanten das Fortschleudern einiger kleinen Funken beobachtet, aber wir sind überzeugt, dass dies von fremdartigen, in die Masse eingeschlossenen Elementen herrührte. Niemals haben wir den Diamant durch die Hitze zerspringen oder rissig werden sehen; ausgenommen einen Fall, wo es Hr. Daniëls vorhergesagt hatte. Es betraf einen Stein, der offenbar aus zwei Krystallen zusammengewachsen war; bei der ersten Erhitzung zersprang er mit ziemlicher Heftigkeit in zwei Stücke, deren jedes einen besonderen Krystall darstellte.

Geschieht die Verbrennung des Diamanten in Sauerstoff oder atmosphärischer Luft unter Flammenbildung? — G. Rose leugnet es ausdrücklich; allein die Art, wie er dabei verfuhr, — indem er den Diamant auf einer Scheibe in der Muffel eines Reverberirofens erhitzte und ihn von Zeit zu Zeit herauszog, um ihn zu beobachten, oder auch, indem er einen dünnen Diamantsplitter auf einem Platinblech vor dem Löthrohr erhitzte, — war nicht

sehr geeignet, diese Frage zu beantworten. Operirt man dagegen, wie ich gesagt, so erblickt man durch das Glimmerblatt hin alles, was in dem Tiegel vorgeht; so haben wir mit voller Sicherheit constatiren können, dass der verbrennende Diamant von einer kleinen Flamme umgeben ist, deren äussere Färbung ein blaues Violett ist, ähnlich dem des verbrennenden Kohlenoxyds. Diese Flamme wird besonders bei etwas grossen Diamanten sichtbar, wenn man die Lampe fortzieht und das Platin zu Rothglühen aufhört. Von dem dunklen Boden des Tiegels hebt sich dann der Diamant ab, glänzend mit dem lebhaftesten weissen Licht und umgeben von einer weniger leuchtenden Aureole oder Zone, deren äusserer Saum blauviolett ist.

G. Rose hat sehr interessante mikroskopische Beobachtungen über die matte Oberfläche der Diamanten mitgetheilt, die eine anfangende Verbrennung erlitten haben. Er erkannte regelmässig dreiseitige, mit der Krystallform des Diamants in Beziehung stehende Eindrücke, die er vergleicht mit den Figuren, die auf der Oberfläche in Säuren löslicher Krystalle auftreten, wenn man sie einige Minuten lang der Wirkung des angreifenden Mittels aussetzt.

Mehrere Experimentatoren, unter anderen Hr. Jacquelain,[1]) behaupten, dass der Diamant, wenn man ihn einer sehr hohen Temperatur aussetzt, z. B. dem Brennpunkte eines sehr grossen Brennspiegels oder der Hitze zwischen den Kohlenspitzen einer starken galvanischen Batterie z. B. von 100 Bunsen'schen Elementen, er erweiche und in einen anderen allotropischen Zustand übergehe, in wahrhaften, die Electricität vortrefflich leitenden Coke verwandelt werde, und sehr an Dichte abnehme, von 3.366 bis 2.6778. Man erzählt auch, man habe die Verbrennung des Diamanten im Brennpunkt eines Brennspiegels durch ein berusstes Glas beobachtet und dabei gesehen, dass er erweiche und in eine Art von Sieden gerathe.

---

1) Ann. d. chim. et phys. (3) XX. p. 439. (1847.)

Schrötter belehrt uns, dass das k. Mineraliencabinet in Wien einen Diamanten enthalte, den Franz I., Gemahl der Maria Theresia, im Jahre 1751 dem Brennpunkte eines grossen Spiegels aussetzte und darin einige Zeit brennen liess. Nach dieser theilweisen Verbrennung war der Diamant, — ein geschliffener, recht klarer — sowohl innerlich als äusserlich schwarz geworden.

Clarke,[1]) welcher einen Diamanten in der Flamme des Knallgebläses verbrannte, sagt, dass er anfangs opak wie Elfenbein geworden, dann sich an den Octaëderecken abgerundet, auf der Oberfläche mit Blasen bekleidet und eine lebhaft metallglänzende Kugel hinterlassen habe, die zuletzt vollständig verschwand. Silliman, der den Diamanten auf Magnesia verbrannte, sah ihn schwarz werden und zerspringen. Murray und Macquer sprechen gleichfalls von der Eigenschaft des Diamanten, sich bei der Verbrennung zu schwärzen.

G. Rose und Siemens erhitzten den Diamanten zwischen den beiden Kohlenkegeln eines grossen magneto-electrischen Apparats, wobei die Kegel von einem Glascylinder, den man auspumpte, umschlossen waren. Als bei zwei verschiedenen Versuchen die Kohlen glühend geworden, zersprang der Diamant mit Explosion in eine grosse Anzahl von Stücken, die alle schwarz waren. Bei genauerer Untersuchung erkannte man indess, dass diese Schwärzung eine rein äusserliche war, die Substanz im Innern durchaus keine Veränderung erlitten hatte. Mit den geschwärzten Stücken konnte man auf Papier schreiben. Aus diesen Versuchen, sowie aus den oben angeführten, wo der Diamant an der Oberfläche schwarz geworden, nachdem er in einem Kohlenfeuer der Schmelztemperatur des Schmiedeeisens ausgesetzt war, schliesst G. Rose, dass der Diamant bei diesen starken Hitzen, obwohl er seine Form behalte, anfange sich in Graphit zu verwandeln, und er wahrscheinlich ganz in diese Substanz übergeht,

1) Gmelin, Handbuch d. Chemie. 1843. I. p. 338.

wenn die Hitze hinreichend stark und lange genug gedauert.

Da ich nicht Gelegenheit hatte, diese Versuche zu wiederholen, so kann ich auch nicht die Prätension haben, ein Urtheil über das Verhalten des Diamanten in so äusserst hohen Temperaturen auszusprechen. Ich muss jedoch bemerken, dass, wenn man den Diamant in den Volta'schen Bogen gebracht hat, die Schwärzung daraus entspringen könnte, dass kohlige Theilchen von den Kohlenkegeln auf den Diamant übertragen würden, die sich dann auf ihn festsetzen, ohne dass er selbst eine Veränderung erlitte. Bei dem Versuche mit dem Brennspiegel könnte das Gestell, auf welchem der Diamant ruhte, Materien enthalten haben, die bei dieser Temperatur im Contact mit dem Kohlenstoff des Diamanten Reductionsphänomene solcher Art erlitten, dass sie den schwarzen Ueberzug erklärten. Etwas ähnliches beobachtete Schrötter bei einem Versuche, bei dem ein Diamant, eingewickelt in Platinfolie, und inmitten stark comprimirter Magnesia in einen Tiegel gebracht und der heftigsten Hitze eines Porzellanofens ausgesetzt worden. Nach dem Erkalten fand er den Diamanten entblösst von seiner Porzellanhülle, die zu einer Kugel zusammengeschmolzen war und an einer Fläche des Steines festsass. Der Diamant selbst war äusserlich schwarz geworden und in sein Inneres waren schwarze dendritische Streifen eingedrungen; man darf wohl vermuthen, dass sich hier eine Verbindung von Kohlenstoff und Platin bildete.

Obgleich ich nicht bis zu der enormen Temperatur gegangen bin, welche man in dem Bogen einer mächtigen Volta'schen Batterie oder in dem Brennpunkt eines grossen Hohlspiegels erreichen kann, so habe ich doch mehrmals einen Diamanten in der Flamme des Knallgebläses, d. h. bis zur Schmelztemperatur des Platins erhitzt, wobei der Stein ein blendendes Licht aussandte und rasch an Gewicht verlor. Nach dieser Operation war der Diamant natürlich matt, aber niemals habe ich die geringste

Schwärzung gewahrt, weder auf der Oberfläche, noch im Inneren. Hr. Jacquelain hat es ebenfalls nicht beobachtet, als er mit der Flamme eines Gemenges von Sauerstoff und Wasserstoff im Verhältniss der Wasserbildung oder eines Gemenges von Sauerstoff und Kohlenoxyd arbeitete. Der bei mehrmaliger Unterbrechung des Versuches untersuchte Diamant zeigte weder braune Flecke noch schwarze Färbung.

Hr. Jacquelain sagt: Vielleicht wurden die oberflächlichen Theile des Diamanten geschwärzt, verschwanden dann nach und nach infolge ihrer Berührung in hoher Temperatur mit der Kohlensäure und dem Wasserdampf, endlich infolge der bedeutenden Reibung, welche der Diamant von seiten des Gasgemenges erlitt, das unter starkem Druck aus einem Behälter entwich. Wie dem auch sei, so bleibt es doch nach diesem Versuche unbestreitbar: 1) dass die Flamme eines Gemenges von Sauerstoff und Wasserstoff in dem Verhältniss der Wasserbildung unfähig ist, den Diamanten zu erweichen; und 2) dass die Verbrennung dieses explosiven Gemenges bei weitem nicht die mächtigen Wirkungen einer Bunsen'schen Batterie von 100 Elementen hervorbringt.

Meines Erachtens bleibt die Verwandlung des Diamanten in Coke oder Graphit durch blosse Hitze noch zweifelhaft; ehe man dies zugibt, muss man die Gewissheit haben, dass die Schwärzung nicht der Effect einer von dem Diamanten auf fremde Substanzen ausgeübten chemischen Action ist oder einer Ablagerung von kohligen Theilen der Kohlenkegel auf den Diamanten.

Begierig zu wissen, ob der Diamant in der Weissglut fähig sei, das Wasser zu zersetzen und auf Kosten des Sauerstoffs dieser Substanz zu verbrennen, leitete ich sowohl auf einen rohen klaren, als auf einen geschliffenen Diamanten einen Strom von überhitztem Dampf in einem Platinrohr, das der Hitze einer durch eingeblasene Luft angefachten Gasflamme ausgesetzt war. Obwohl der

Versuch 10 Minuten lang fortgesetzt ward, hatte der Diamant nach dem Erkalten nicht an Gewicht verloren und seine Oberfläche war vollkommen glänzend geblieben. Dies beweist, dass, wenigstens bei der angewandten Temperatur, der Diamant keine Veränderung in der Atmosphäre des überhitzten Wassers erlitten hatte.

Anders verhält sich der Diamant, wenn er in einer Atmosphäre von trockener Kohlensäure lange Zeit in der Weissgluth erhalten wird. Ein roher Stein von 0.1515 Gr. Gewicht wurde 10 Minuten lang der Weissglut in einem mit Glimmer bedeckten Tiegel in einem Strom von trockener Kohlensäure ausgesetzt, der schon einige Minuten vor der Erhitzung hindurchgeleitet worden war. Nach dem Erkalten wurde er an der Oberfläche matt und um 0.0015 Gr. leichter befunden. Der Versuch wurde mit einem geschliffenen Diamanten wiederholt, der 0.6095 Gr. wog. Beim Herausnehmen aus dem Tiegel zeigte er sich ganz matt geworden bis auf ein Paar Flächen, die ihren Glanz behalten hatten, aber mit Regenbogenfarben bedeckt waren. Es waren die Flächen, auf welchen der Kohlensäurestrom eine relative Erkaltung bewirkt hatte; das Gewicht des Diamanten hatte ungefähr 2 Mgr. abgenommen. Dieser Versuch beweist, dass der Diamant in der Weissglut fähig ist, die Kohlensäure zu zersetzen und sich mit deren Sauerstoff zu verbinden, aber die Wirkung ist sehr langsam. Schon Hr. Jacquelain hat diese Zersetzung erkannt,[1]) aber seine Methode lässt noch vielen Zweifel übrig. Er operirte in einer mit Kohlensäure gefüllten Glocke, die zwei Oeffnungen hatte. Durch die eine brachte er den Diamanten, auf einem Stückchen Pfeifenthon liegend, hinein; während die andere dem Rohre Zutritt verstattete, an dessen Ende Knallgas verbrannte. Bei diesem Versuche wurde der Diamant rasch verzehrt, aber besonders durch den Sauerstoff des Knallgases. Keine Spur von Schwärzung war zu erkennen.

1) Ann. d. chim. et phys. (3.) XX. p. 468.

Später hoffe ich die Wirkung anderer Gase auf den Diamanten bei Weissglut untersuchen zu können.

XI. *Zur Geschichte der Erfindung des Fernrohrs; von R. Wolf.*

(Aus der Vierteljahrschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich; vom Hrn. Verfasser mitgetheilt.)

Die Bibliothek des schweizerischen Polytechnikums in Zürich besitzt, durch einen mir vor circa einem Jahre gelungenen glücklichen Einkauf, einen alten, schon nach seinem Einbande in Holzdeckel, welche mit gepresstem pergamentartigem Stoffe überzogen sind, auf eine frühe Zeit hinweisenden Band, der zwei unter Christoph Scheiner in Ingolstadt gehaltene, gedruckte Dissertationen enthält, welche ziemlich selten sind, nämlich die 1614 von Georg Locher verfassten „Disquisitiones mathematicae de controversiis et novitatibus astronomicis" und die 1615 von Georg Schönperger aufgesetzten „Exegeses fundamentorum gnomonicorum". Den Hauptwerth dieses Bandes bilden jedoch drei, diesen zwei Druckschriften vorgesetzte handschriftliche Abhandlungen: „In librum quintum Euclidis de proportionibus et magnitudinibus, Commentarius, — Tractatus de tubo optico, — Tractatus de Horologiis", welche nach Papier und Schrift aus derselben Zeit und von demselben Schreiber herrühren, also wohl sämmtlich Original-Handschriften von Scheiner sind, da der Verfasser in der zweiten derselben ausdrücklich sagt: er habe im vergangenen Jahre eine Schrift unter dem Titel „Sol ellipticus" herausgegeben, womit doch wohl offenbar die von Scheiner 1615 unter diesem Titel zu Augsburg ausgegebene Schrift zu verstehen ist. Das zweite Kapitel dieser zweiten, also wohl sicher von 1616 datirenden Schrift handelt: „De tubi optici inventore", und lautet nach der von Hrn. Bill-

willer auf meinen Wunsch sorgfältigst abgefassten wörtlichen Uebersetzung wie folgt: „Johannes Kepler,[1]) k. Mathematicus, hält in seiner Dissertatio cum nuncio sidereo Joh. Bapt. Porta aus Neapel für den ersten Erfinder des Fernrohrs, wofür er aus der Magia naturalis des besagten Porta ein hinreichendes Zeugniss beibringt. Galilei, aus dem patricischen Geschlecht der Galilei, Mathematiker zu Florenz, scheint in seinem Nuncius sidereus, den er 1610 veröffentlicht, und in einigen seiner anderen Schriften, namentlich in seiner gegen den Apelles gerichteten Geschichte der Sonnenflecke, sich selber den Ruhm dieser Erscheinung zuschreiben zu wollen. Man muss gestehen erstens, wenn wir das, was das Fernrohr leistet, ins Auge fassen, so wird hiefür nicht nur verdientermaassen Baptist Porta als Erfinder gelten, weil er ein solches Instrument, wenn auch nach seiner Weise in dunkeln Worten und räthselhaften Ausdrücken, beschreibt, wie es das Fernrohr ist. Man muss aber auch sagen zweitens, wenn wir von dem Fernrohr sprechen, wie es nach allmählicher Vervollkommnung heute angewandt wird und allgemein bekannt ist, so ist weder der besagte Porta noch Galilei der erste Erfinder desselben; sondern das Fernrohr in diesem Sinne wurde in Deutschland bei den Belgiern erfunden, und zwar zufällig durch einen Krämer, welcher Brillen verkaufte, indem er concave und convexe (Gläser), entweder spielend, oder Versuche mit ihnen machend, combinirte, und es dahin brachte, dass er einen ganz kleinen und entfernten Gegenstand, durch beiderlei Gläser gross und ganz in der Nähe erblickte, durch welchen Erfolg erfreut, er einige gleiche Gläserpaare in ein Rohr einfügte und sie um einen hohen Preis vornehmen Leuten anbot. Darauf kamen sie (die Fernröhre) nach und nach allgemeiner unter die Leute und verbreiteten sich allmählich nach anderen Gegenden. Auf diese Weise wurden von einem belgischen Kaufmann vorerst

---

1) Scheiner schreibt: „Joannes Ceplerus“.

zwei nach Italien gebracht, von denen das eine lange im Collegium zu Rom blieb, das andere zuerst nach Venedig, später nach Neapel gelangte, und hier nahmen die Italiener, und besonders Galilei, damals Professor der Mathematik (in Padua), Gelegenheit dasselbe zu verbessern, es zu astronomischen Dingen zu verwenden und weiter zu verbreiten. Das Fernrohr, wie wir es heute haben, hat also Deutschland erfunden und Italien vervollkommnet, der ganze Erdkreis erfreut sich jetzt desselben.“ Ich glaube, dass diese Darstellung, wenn sie auch nicht gerade wesentlich neue Anhaltspunkte für die erste Geschichte des Fernrohres darbietet, doch als diejenige eines bedeutenden, und um das Fernrohr selbst verdienten Zeitgenossen nicht ohne wesentliches Interesse ist.

XII. *Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften bei den Arabern. III.; von Eilhard Wiedemann.*

Dem von Hrn. von Bezold[1]) angeführten indirecten Beweis, dass Al Hazen nicht, wie Montucla behauptet, in ungerechtfertigter Weise die Schriften des Ptolemaeus, ohne denselben zu nennen, benutzt habe, erlaube ich mir den folgenden directen beizufügen. In einem dem Indian Office zu London gehörigen arabischen Manuscript (Nr. 734 des Cataloges von Loth) ist neben anderen Abhandlungen von Ibn Al Haiṯam (Al Hazen) auch eine von demselben Verfasser über das Licht enthalten, in der er seine allgemeinen Ansichten über dasselbe entwickelt. Hierbei führt er sowohl da, wo er die Brechung des Lichtes durch Glas etc. als auch da, wo er die atmosphärische Refraction bespricht, die älteren Beobachtungen und Beweise des Ptolemaeus mit den Worten ein: Ptolemäus hat (im Buche V seiner Optik) bewiesen, dass.......

1) Erg. Bd. VIII. p. 510.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1877. ANNALEN № 8.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND I.

I. *Experimentelle Untersuchung über schwach magnetische Körper; von P. Silow.*

§. 1. Gegenwärtiger Stand der Frage. Zweck dieser Arbeit.

Die bisherigen Untersuchungen über die Magnetisirung bezogen sich fast ausschliesslich auf die sogenannten stark magnetischen Körper. Diese zeigten, dass die Poisson'schen Hypothesen nicht ausreichen und dass man zur vollständigen Kenntniss des magnetischen Zustandes eines solchen Körpers das Verhältniss der magnetischen Polarisirung zur magnetisirenden Kraft für alle Werthe der letzteren bestimmen muss; dabei kann die Polarisirung zweifacher Art sein: temporäre und permanente.

Die Frage über die Magnetisirung der schwach magnetischen Körper lässt sich viel einfacher auffassen, indem man für sie nach den Poisson'schen Hypothesen wohl annehmen darf: 1) dass das Verhältniss der Polarisirung zur magnetisirenden Kraft von der letzteren unabhängig und eine constante Grösse ist und 2) dass in schwach magnetischen, besonders in flüssigen Körpern nur eine temporäre Polarisirung vorhanden ist.

Aus allem diesen geht hervor, dass die Magnetisirung einer Flüssigkeit vollständig bekannt sein wird, wenn wir die Magnetisirungsconstante für irgend welche Kraft in absolutem Maasse bestimmt haben.

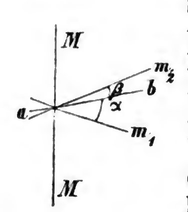
Die schwach magnetischen Körper sind, wie viel mir bekannt ist, sehr wenig untersucht worden. Die erste Arbeit

rührt von W. Weber[1]) her und handelt über die Magnetisirung des Wismuths; in letzterer Zeit ist noch eine Arbeit von Toepler und v. Ettingshausen[2]) über denselben Gegenstand erschienen. Das wichtigste Resultat der beiden Untersuchungen besteht in einer experimentellen Bestätigung der ersten Hypothese von Poisson. Ausserdem führen die Beobachter die Grösse der Polarisirung des Wismuths im Vergleich mit der des Eisens an.[3]) G. Wiedemann[4]) endlich verdanken wir eine grosse Reihe von Untersuchungen über den Magnetismus der Salzlösungen, welche ihm erlaubten, Gesetze über den Einfluss der magnetisirenden Kraft, der Concentration, des Lösungsmittels u. s. w. auf dieselben aufzustellen.

In vorliegender Arbeit beschreibe ich eine directe Methode, um den absoluten Werth der Magnetisirungsconstante der Flüssigkeiten zu messen, und führe die Beobachtungen an, welche ich für Eisenchloridlösung im Laboratorium des Hrn. Prof. Helmholtz ausgeführt habe.

§. 2. Grundidee der Methode.

Zwei magnetische Nadeln, welche zu einem astatischen System verbunden sind, stellen sich ungefähr senkrecht zum magnetischen Meridian ein. Nennen wir m_1 und m_2 die magnetischen Momente der Nadeln, deren Axen mit dem Spiegel ab die Winkel α und β bilden; ferner sei ϑ der Winkel des Spiegels in der Ruhelage mit einer bestimmten Richtung, z. B. der des magnetischen Meridians MM, dann wird:



1) Electrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus.

2) Pogg. Ann. CLX. p. 1.

3) Plücker (Pogg. Ann. XCI. p. 1.) glaubte dagegen bei anderen derartigen Körpern eine Annäherung an das Maximum bei aufsteigenden magnetisirenden Kräften nachweisen zu können. Vgl. auch Wied. Galv. [2.] II. p. 677. Die Red.

4) Pogg. Ann. CXXVI. p. 1.

$$m_1 H \sin(\vartheta - \alpha) = m_2 H \sin(\vartheta + \beta)$$

oder, wenn wir durch s den Winkel zwischen den Axen der Nadel nennen, d. h. $\alpha + \beta = s$ setzen:

$$(1) \qquad \sin(\vartheta - \alpha) = \frac{m_2}{m_1} \sin(\vartheta + s - \alpha).$$

Denken wir uns jetzt, dass unter die untere Nadel des astatischen Systems ein Gefäss von bestimmter Form mit magnetisirbarer Flüssigkeit gestellt ist. Unter Einfluss des Erdmagnetismus magnetisirt sich der flüssige Körper, und infolge dessen wird die Kraft, welche früher auf die untere Nadel wirkte, verändert; auf die obere Nadel wird wieder die Kraft H wirken, auf die untere aber $H(1 + f_{(k)})$, wenn wir durch k die Magnetisirungsconstante der Flüssigkeit bezeichnen. Infolge dessen wird das astatische System eine neue Ruhelage annehmen, bei welcher der Spiegel mit dem magnetischen Meridian einen Winkel ϑ' bildet, der durch die folgende Gleichung bestimmt ist:

$$(2) \qquad \sin(\vartheta' - \alpha) = (1 + f_{(k)}) \frac{m_2}{m_1} \sin(\vartheta' + s - \alpha).$$

Zerlegen wir die Sinusse in diesen Gleichungen und dividiren sie durch $\cos\alpha$, so bleibt α nur unter dem tg-Zeichen; eliminiren wir α, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} & m_1^2 \sin\vartheta \cos\vartheta' - m_1 m_2 \cos\vartheta' \sin(\vartheta + s) \\ & - m_1 m_2 (1 + f_{(k)}) \sin\vartheta \cos(\vartheta' + s) + m_2^2 (1 + f_{(k)}) \sin(\vartheta + s) \cos(\vartheta' + s) \\ & = m_1^2 \cos\vartheta \sin\vartheta' - m_1 m_2 \sin\vartheta' \cos(\vartheta + s) \\ & - m_1 m_2 (1 + f_{(k)}) \cos\vartheta \sin(\vartheta' + s) + m_2^2 (1 + f_{(k)}) \cos(\vartheta + s) \sin(\vartheta' + s), \end{aligned}$$

woraus, wenn wir durch θ den Ablenkungswinkel bezeichnen, d. h. $\vartheta - \vartheta' = \theta$ setzen, sich ergibt:

$$f_{(k)} = \frac{m_1^2 \sin\theta - m_1 m_2 \sin(\theta + s)}{m_1 m_2 \sin(\theta - s) - m_2^2 \sin\theta} - 1.$$

Führen wir das magnetische Moment des astatischen Systems: $\quad M^2 = m_1^2 + m_2^2 - 2 m_1 m_2 \cos s$

ein, so erhalten wir:

$$f_{(k)} = \frac{M^2 \sin\theta}{m_1 m_2 \sin\theta \cos s - m_1 m_2 \sin s \cos\theta - m_2^2 \sin\theta}.$$

Da die Winkel θ und s sehr klein sind, so können wir $\sin\theta = \theta$, $\sin s = s$, $\cos\theta = 1$, $\cos s = 1$ annehmen.

Unsere Formel vereinfacht sich in folgender Weise:

$$f_{(k)} = \frac{M^2\theta}{(m_1 m_2 - m_2^2)\theta - m_1 m_2 s} = -\frac{M^2\theta}{m_1 m_2 s}\cdot\frac{1}{1 - \frac{m_1 m_2 - m_2^2}{m_1 m_2}\frac{\theta}{s}}.$$

Da aber $m_1 - m_2$ sehr klein gegen m_1 und θ kleiner als s ist, so können wir schreiben:

$$(3) \qquad -f_{(k)} = \frac{M^2\theta}{m_1 m_2 s}\left\{1 + \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)\frac{\theta}{s}\right\}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung enthält blos solche Grössen, die man aus dem Versuche ermitteln kann.

§. 3. Berechnung der Function $f_{(k)}$.

Die Fernewirkung eines magnetischen Körpers hängt von seiner Gestalt und Lage ab. Zunächst lag es auf der Hand, die Versuche mit einer Kugel oder sphärischen Schicht anzustellen. Eine gleichmässig magnetisirte Kugel übt auf einen inneren Punkt eine Kraft aus, welche proportional mit k ist, die Kraft einer sphärischen Schicht auf einen inneren Punkt ist mit k^2 proportional. Da k sehr klein ist, so konnte ich keine Versuche mit einer sphärischen Schicht ausführen; mir schien es ebenso unbequem, die Nadel in eine Flüssigkeit einzutauchen. Aus diesen Gründen suchte ich andere Gestalten des Gefässes zu benutzen und fand ein cylindrisches Gefäss sehr bequem, sowohl für die practische Ausführung der Versuche, als auch für die Berechnung der Fernewirkung; diese Wirkung, wie wir bald sehen werden, ist von der Ordnung k, d. h. hat den grösstmöglichen Werth.

Denken wir uns ein gleichmässig magnetisches Feld, in welches ein cylindrisches Gefäss so gestellt ist, dass seine Axe senkrecht zur magnetisirenden Kraft ist, d. h. zur horizontalen Componente des Erdmagnetismus, der einzigen, welche in unsere Rechnung eintritt. Die Axe des Cylinders nehmen wir zur z-Axe, die x-Axe legen wir in

die Richtung der horizontalen Componente des Erdmagnetismus. Unter diesen Voraussetzungen wird die magnetische Vertheilung in allen horizontalen Schnitten des Cylinders dieselbe sein.

Wenn k die Magnetisirungsconstante des Cylinders ist, so wird die Bedingung an der Oberfläche des Cylinders sein:

$$(1 + 4\pi k) \frac{\partial}{\partial N_i} (\varphi + V) + \frac{\partial}{\partial N_a} (\varphi + V) = 0,$$

wo N_i und N_a die Normalen zur Oberfläche des Cylinders sind, V das Potential der äusseren Kraft, φ das der inneren Vertheilung. Da aber φ von der Ordnung k und k sehr klein ist, so können wir, bei Vernachlässigung der unendlich kleinen Grössen zweiter Ordnung, die obere Gleichung in folgende Form bringen:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial N_i} + \frac{\partial \varphi}{\partial N_a} + 4\pi k \frac{\partial V}{\partial N_i} = -\left(\frac{\partial V}{\partial N_a} + \frac{\partial V}{\partial N_i}\right).$$

Das Potential V erleidet nirgends einen Sprung, also ist:

$$\frac{\partial V}{\partial N_a} + \frac{\partial V}{\partial N_i} = 0$$

und folglich haben wir aus der obigen Gleichung:

$$(4) \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial N_i} + \frac{\partial \varphi}{\partial N_a} = -4\pi k \frac{\partial V}{\partial N_i}.$$

Andererseits ist:

$$(5) \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial N_i} + \frac{\partial \varphi}{\partial N_a} = -4\pi \varepsilon,$$

wo ε die Dichtigkeit der magnetischen Oberflächenvertheilung des flüssigen Cylinders bedeutet. Da V ausschliesslich von H, der horizontalen Componente des Erdmagnetismus, abhängig ist, so wird, wenn wir $x = r \cos \alpha$ setzen:

$$(6) \qquad V = -Hx = -Hr \cos \alpha,$$

wo durch α der Winkel der Normale zur Cylinderoberfläche mit der Richtung von H bezeichnet ist. Aus den

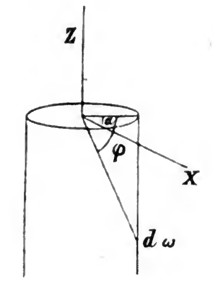
letzten drei Gleichungen lässt sich die Dichtigkeit ε folgendermaassen bestimmen:

$$\varepsilon = -kH\cos\alpha. \tag{7}$$

Bis jetzt haben wir die Vertheilung des Magnetismus in unserem Cylinder untersucht; nun wenden wir uns zur Bestimmung seiner Fernewirkung auf einen Pol, der, wie wir annehmen wollen, sich auf der Verlängerung der Cylinderaxe befindet.

Sei ε, wie früher, die Dichtigkeit der magnetischen Vertheilung in dem flüssigen Cylinder, ϱ der Abstand irgend eines Elementes $d\omega$ der Oberfläche von dem Pole; dann wird die x-Componente der Kraft, mit welcher der Cylinder auf den Pol wirkt:

$$X = \int \frac{\varepsilon\, d\omega}{\varrho^2} \cos(\varrho, x)$$



sein. Aus der nebenstehenden Figur ist ersichtlich, dass:

$$d\omega = R\,.\,d\alpha\, dz$$

$$\varrho\cos\varphi = R$$

$$\cos(\varrho\, x) = \cos\varphi\,.\,\cos\alpha = \frac{R\cos\alpha}{\varrho},$$

wo R der Radius des Cylinders ist. Da ausserdem $\varepsilon = -kH\cos\alpha$, so haben wir:

$$X = -kHR^2 \iint \frac{\cos^2\alpha\, d\alpha\, dz}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}},$$

aber:

$$z = R\,\mathrm{tg}\,\varphi,$$

so dass:

$$X = -kH\int_0^{2\pi} \cos^2\alpha\, d\alpha \int_a^b \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi\,(1+\mathrm{tg}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} = -kH\int_0^{2\pi}\cos^2\alpha\, d\alpha\int_a^b \cos\varphi\, d\varphi$$

$$X = -\pi kH(\sin b - \sin a); \tag{8}$$

wo a und b von den Dimensionen und der Lage des Gefässes abhängen.

Es ist nicht schwer zu beweisen, dass die y-Componente gleich Null ist:

$$Y = \int \frac{\varepsilon\, d\omega}{\varrho^2} \cos(\varrho, y) = -kH \iint \frac{\cos\alpha \,.\, R \,.\, d\alpha\, dz}{\varrho^2} \cos\varphi \cos(90-\alpha)$$

$$= -kHR^2 \int_0^{2\pi} \sin\alpha \cos\alpha\, d\alpha \int_a^b \frac{dz}{\varrho^3},$$

wo:

$$\int_0^{2\pi} \sin\alpha \cos\alpha\, d\alpha = 0.$$

Aus dem Gesagten kann man schliessen, dass, wenn unter eine astatische Nadel ein magnetischer Cylinder gestellt ist, auf die untere Nadel die Kraft $H + X$ ausgeübt wird oder, bei Berücksichtigung der Gl. (8), die Kraft:

$$H(1 - k\pi(\sin b - \sin a))$$

und auf das ganze astatische System:

$$H\{1 - k\pi[\sin b - \sin a - (\sin b' - \sin a')]\},$$

wo durch a' und b' gewisse Winkel bezeichnet sind, welche sich auf die obere Nadel beziehen. Früher haben wir aber dieselbe Kraft durch:

$$H(1 + f_{(k)})$$

bezeichnet; vergleichen wir diese zwei Ausdrücke, so erhalten wir:

$$f_{(k)} = -\pi k[\sin b - \sin a - (\sin b' - \sin a')]. \tag{9}$$

Zu der eben bestimmten Kraft X müssten wir eigentlich noch die Kraft hinzufügen, welche von den Glaswänden des Gefässes herrührt; diese Kraft können wir aber vernachlässigen, da die Wände in unserem Falle verhältnissmässig dünn und die entsprechenden Theile derselben gleich und entgegengesetzt magnetisirt waren.

Vergleichen wir die zwei Ausdrücke (3) und (9), welche für $f_{(k)}$ gefunden sind, so bekommen wir eine Gleichung, aus welcher man für k den folgenden Werth findet:

$$(10) \quad k = \frac{1}{\pi} \frac{M^2 \theta}{m_1 m_2 s} \left\{ 1 + \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{\theta}{s} \right\} \frac{1}{\sin b - \sin a - (\sin b' - \sin a')} .$$

§. 4. Beschreibung des Apparates.

Das astatische System bestand aus zwei möglichst gleichstark magnetisirten Nadeln (1 Mm. dick und 20 Mm. lang); diese waren in kupferne Hülsen, h (Taf. III, Fig. 3b) fest eingelegt; an den Enden waren die Hülsen mit breiteren Cylinderchen versehen, welche auf ihren Rändern Striche trugen, so dass man beim Einlegen der Nadeln an ihre Stellen $A_I B_I$ und $A_{II} B_{II}$ (Taf. III, Fig. 3a) ihnen eine ganz bestimmte Richtnng immer geben konnte. Die Nadeln waren um 290 Mm. von einander entfernt und so lange gegen einander gedreht, bis das Moment des astatischen Systems eine gewünschte Grösse erhielt; diese Grösse darf nicht unter einer gewissen Grenze liegen, wenn man nicht von dem kleinsten Umstande Störungen in den Schwingungen der Nadel haben will; deshalb war der Winkel s zwischen 1^0 und 3^0 gewählt.

Die Nadel hatte einen kleinen Spiegel m und war in ein Rohr AB (Taf. III, Fig. 3) mit zwei weiteren cylindrischen Räumen a und b, deren seitliche Wände man abnehmen konnte, eingesetzt. Die Nadel hing an einem Coconfaden (300 Mm. lang), dessen oberes Ende bei B befestigt war. Das Rohr wurde durch fest in die Mauer eingelassene kupferne Halter f, f' getragen.

Unter die untere Nadel wurde ein cylindrisches Glasgefäss von 50 Mm. im Radius gestellt; der obere Rand war möglichst senkrecht zur Axe abgeschnitten und dann abgeschliffen; da der Boden unregelmässig war, so stellte ich das Cylindergefäss so, dass sein oberer Rand horizontal war und goss dann geschmolzenen Kitt ein; nachdem der Kitt hart geworden war, hatte ich ein ziem-

lich vollkommenes cylindrisches Gefäss. Das Gefäss war oben mit einer runden Glasscheibe geschlossen; auf der oberen Seite dieser Scheibe war ein mit dem Rande concentrischer Papierkreis a' aufgeklebt, dessen Radius dem des unteren cylindrischen Kästchens a (Taf. III Fig. 3) gleich war; ausserdem war die Scheibe mit einem kleinen Loch l versehen. Der Kreis a' diente zu der mit der Nadel conaxialen Einstellung des Cylinders, vorausgesetzt, dass diese Axe mit der des Rohres AB zusammenfalle, was näherungsweise der Fall war. Das Loch l diente dazu, das Gefäss immer voll Flüssigkeit zu erhalten.

Die Höhe des Cylinders betrug 358 Mm.; die Dicke des Deckels 2.8 Mm.

§. 5. Beobachtungsmethode.

Einige Grössen, welche in der Formel 10 vorkommen, z. B. die von den Dimensionen des Gefässes abhängigen, brauchten nur ein für allemal bestimmt zu sein; ihre Werthe sind schon oben angeführt. Der Winkel s zwischen den magnetischen Axen der Nadeln ist eine constante Grösse; zu ihrer Bestimmung kann man in folgender Weise verfahren: der eine Magnet, z. B. der untere, wird aus seiner Stelle entfernt und durch ein Kupferstäbchen von ungefähr demselben Gewicht ersetzt. Wenn die Nadel in den Ruhezustand kommt, stellt sie sich so ein, dass die Axe der oberen Nadel mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, und man beobachtet den entsprechenden Scalenstrich σ_1; dann wird die obere Nadel durch den Kupfercylinder ersetzt und die untere Nadel wieder in ihre Stelle eingelegt; bei der jetzigen Ruhelage fällt die Axe der unteren Nadel mit dem magnetischen Meridian zusammen, d. h. das ganze System wird um den gesuchten Winkel gedreht; ist der entsprechende Scalentheil σ_2, so wird:

$$s = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2\Delta},$$

wo Δ den Abstand des Spiegels von der Scala bedeutet.

Die Momente der einzelnen Nadeln, m_1 und m_2, wurden viermal während der ganzen Beobachtungszeit bestimmt; zu diesem Zwecke beobachtete ich die Schwingungsdauer t_1 und t_2 des Systems, indem eine Nadel entfernt und durch ein Kupfercylinderchen ersetzt war. Ferner hängte ich an die Enden des Querstabes *ab* (Taf. III Fig. 3a) kleine Gewichte (jedes ungefähr $\frac{1}{2}$ Gr.!) an und beobachtete die Schwingungsdauer t_1' und t_2'. Die magnetischen Momente waren dann umgekehrt proportional den Differenzen $t_1'^2 - t_1^2$ und $t_2'^2 - t_2^2$. Die Beobachtungen lieferten mir folgende Zahlen:

	t_1	t_1'	t_2	t_2'
6. Febr. .	9.250″	10.056″	9.141″	9.985″
13. „	9.157	10.000	9.115	9.949
26. „	9.277	10.085	9.164	10.012
9. März .	9.187	10.002	9.062	9.869

Aus diesen Daten konnte man die Schwingungsdauer für die Zwischentage berechnen,! indem man annahm, dass diese sich gleichmässig von einem der Beobachtungstage zum andern änderten.

Die bei jedem einzelnen Versuche beobachteten Grössen sind M und θ. Um M zu bestimmen, musste man wieder zwei Schwingungsdauern kennen: T, die Schwingungsdauer des astatischen Systems, und T', die Schwingungszeit desselben bei der frühererwähnten Belastung. Da in der Formel (10) nur Verhältnisse der Momente vorkommen, nämlich $\frac{m_2}{m_1}$ und $\frac{M^2}{m_1 m_2}$, so reicht die Kenntniss der obenangeführten Schwingungsdauern für unsere Zwecke vollständig aus.

Zur Bestimmung des Ablenkungswinkels θ endlich beobachtete man erst die Ruhelage des astatischen Systems, dann stellte man den Cylinder mit magnetisirbarer Flüssigkeit unter die untere Nadel und wiederholte die Ruhelagebestimmung. Da der Ablenkungswinkel sehr klein

war, so wiederholte ich den Versuch fünfmal rasch nacheinander. Aus jeden zwei Ruhelagen des freien Systems nahm ich den Mittelwerth und zog ihn von der Ruhelage des abgelenkten Systems ab; der Mittelwerth von fünf solchen Zahlen gab mir den Werth von θ, welcher in folgender Tabelle angeführt ist und nach welchen die endlichen Resultate berechnet wurden. Um zu beurtheilen, bis auf welchen Grad der Genauigkeit dieser Winkel zu bestimmen war, führe ich hier zwei Beobachtungsreihen an:

12. Febr. ($s = 92^{\text{scth}}$)

Ruhel.	Abl.	Ruhel.	Abl.	Ruhel.	Abl.	Ruhel.	Abl.	Ruhel.	Abl.	Ruhel.
339.3	347.5	340.8	361.2	348.8	364.5	352.5	366.2	353.3	367.8	353.2
408.5	421.8	410.0	410.0	400.8	404.2	395.7	395.2	389.5	395.7	390.1
345.5	352.8	344.3	363.0	351.1	366.0	354.0	367.5	354.9	368.4	355.2
375.45	385.97	376.27	386.05	375.37	384.72	374.47	381.02	371.8	381.9	372.15

$\theta = 9.59$

2. März ($s = 253^{\text{scth}}$)

Ruhel.	Abl.	Ruhel.	Abl.	Ruhel.	Abl.	Ruhel.	Abl.	Ruhel.	Abl.	Ruhel.
332.9	323.2	336.0	331.0	348.0	338.2	347.0	335.5	345.0	337.2	351.8
403.2	400.6	397.9	392.4	386.0	385.2	387.3	387.0	385.5	382.4	378.8
333.3	326.5	339.0	335.0	349.0	338.0	347.3	336.0	348.7	338.8	358.8
368.15	362.72	367.7	362.7	367.25	361.65	367.22	361.37	366.17	360.2	365.67

$\theta = 5.32$

Die Unveränderlichkeit der kurz nach einander folgenden Ablenkungen liefert einen, wenn auch indirecten Beweis, dass die untersuchte Flüssigkeit keine Coercitivkraft besitzt, weil anders bei ganz willkürlicher Einstellung des Cylinders in Bezug auf seine Axe, die Ablenkungen zwischen +9.6 und −9.6 im ersten Falle, −5.3 und +5.3 im zweiten variiren konnten, was durchaus nicht der Fall war.

Bei der Einstellung des Cylinders wurde dafür gesorgt, dass das Cylinderkästchen, in welchem die untere Nadel sich befand, genau den Papierkreis überdeckte; der Abstand des Deckels des Cylinders von der unteren Nadel

war bei jeder Versuchsreihe gemessen (diese Zahlen sind weiter in der Correctionscolumne angegeben), um den Factor, der von dem Sinus abhängt, zu bestimmen.

§. 6. Resultate der Beobachtungen.[1]

Nach der oben beschriebenen Methode wurden folgende Bestimmungen für eine wässrige Lösung von Eisenchlorid (Dichtigkeit = 1.475) gemacht:

I. $s = 92^{\text{scth}}$; Richtung der unt. Nadel W.O.

	T	T'	θ	Correct.	k
9. Febr.	42.41″	46.43″	9.82 scth	6.5 Mm.	0.000085
10. „	42.40	46.50	9.38	6.0	0.000076
10. „	42.62	46.50	9.40	6.0	0.000083
12. „	41.99	45.94	9.44	6.0	0.000086
12. „	42.16	45.99	9.59	5.0	0.000091
13. „	41.85	45.83	9.94	5.5	0.000083

Mittel = 0.000084

II. $s = 253^{\text{scth}}$; Richtung der unt. Nadel O.W.

	T	T'	θ	Correct.	k
2. März	30.34″	33.05″	5.83 scth	5.5 Mm.	0.000076
—	30.43	33.04	5.30	5.5	0.000074
—	30.43	33.04	5.19	5.5	0.000072
3. „	30.30	32.93	5.60	5.0	0.000075
—	30.38	32.96	5.32	5.0	0.000074
5. „	30.29	32.81	5.96	6.5	0.000090
—	30.37	32.79	5.22	6.0	0.000086

Mittel = 0.000079

Aus allen diesen Beobachtungen kann man schliessen, dass:
$$k = 0.0000815.$$

Die Abweichung der einzelnen Resultate von dem Mittelwerth ist bedeutend; aber der Ablenkungswinkel

war so klein, dass man wohl die erhaltenen Resultate als befriedigend annehmen darf.

Berlin, April 1877.

II. *Ueber einen allgemeinen Satz in Bezug auf electrische Influenz; von R. Clausius.*

Es sind schon mehrfach von verschiedenen Autoren gewisse Reciprocitätssätze in Bezug auf die gegenseitige Influenz zweier die Electricität leitender Körper aufgestellt. Ich will mir erlauben, hier einen sehr allgemeinen und, soviel ich weiss, neuen Satz mitzutheilen, aus welchem sich mehrere jener Reciprocitätssätze als unmittelbare Folgen ergeben.

Es sei irgend eine Anzahl leitender Körper C_1, C_2, C_3 etc. gegeben, welche influenzirend aufeinander wirken. Diese sollen in zwei verschiedenen Weisen mit Electricität geladen werden. Bei der ersten Ladung seien die auf den einzelnen Körpern befindlichen Electricitätsmengen:

$$Q_1,\ Q_2,\ Q_3 \text{ etc.}$$

und die dadurch entstehenden Potentialniveaux der Körper:

$$V_1,\ V_2,\ V_3 \text{ etc.},$$

und bei der zweiten Ladung seien die Electricitätsmengen und Potentialniveaux:

$$\mathfrak{Q}_1,\ \mathfrak{Q}_2,\ \mathfrak{Q}_3 \text{ etc.}$$

$$\mathfrak{V}_1,\ \mathfrak{V}_2,\ \mathfrak{V}_3 \text{ etc.}$$

Dann gilt folgende Gleichung:

$$\text{(I)}\quad V_1\mathfrak{Q}_1 + V_2\mathfrak{Q}_2 + V_3\mathfrak{Q}_3 + \text{etc.} = \mathfrak{V}_1 Q_1 + \mathfrak{V}_2 Q_2 + \mathfrak{V}_3 Q_3 + \text{etc.},$$

oder unter Anwendung von Summenzeichen, kürzer geschrieben:

$$\Sigma V \mathfrak{Q} = \Sigma \mathfrak{V} Q. \tag{I_a}$$

Zum Beweise dieser Gleichung denken wir uns um einen in der Nähe der Körper gelegenen Punkt eine unendlich grosse Kugelfläche geschlagen, und auf den zwischen den Körpern und der Kugelfläche liegenden unendlichen Raum wenden wir die bekannte Green'sche Gleichung an, indem wir die beiden darin vorkommenden Functionen mit V und $\mathfrak{V}$ bezeichnen und darunter die der ersten und zweiten Ladung entsprechende Potentialfunction verstehen. Die Gleichung lautet dann:

$$\int V \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial n} d\omega + \int V \Delta \mathfrak{V} \, d\tau = \int \mathfrak{V} \frac{\partial V}{\partial n} d\omega + \int \mathfrak{V} \Delta V \, d\tau. \tag{1}$$

Hierin bedeutet $d\omega$ ein Element der Fläche, welche den betrachteten Raum begrenzt, und welche aus den Oberflächen der gegebenen Körper und aus der unendlich grossen Kugelfläche besteht, n soll die auf dem Flächenelemente errichtete Normale (nach dem betrachteten Raume zu positiv gerechnet) darstellen, und die Integrale, welche $d\omega$ enthalten, beziehen sich auf jene ganze Begrenzungsfläche. Ferner bedeutet $d\tau$ ein Element des betrachteten Raumes, durch Δ wird die Operation $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ angedeutet, und die Integrale, welche $d\tau$ enthalten, haben sich über den ganzen betrachteten Raum zu erstrecken.

Nun ist aber in diesem Raume bei den beiden angenommenen Ladungsweisen keine Electricität enthalten, und es gelten also in ihm überall die Gleichungen:

$$\Delta V = 0 \qquad \text{und} \qquad \Delta \mathfrak{V} = 0,$$

wodurch die Gleichung (1) sich reducirt auf:

$$\int V \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial n} d\omega = \int \mathfrak{V} \frac{\partial V}{\partial n} d\omega. \tag{2}$$

Auch in dieser Gleichung tritt noch eine Vereinfachung ein. Die beiden Integrale sind dem Obigen nach über die Oberflächen der gegebenen Körper und über die unendlich grosse Kugelfläche zu nehmen. Nun sind aber, wenn R den unendlich grossen Radius der Kugelfläche bedeutet, die Werthe von V und $\mathfrak{V}$ an der Kugelfläche unendlich kleine Grössen von der Ordnung $\frac{1}{R}$, und die Werthe der Differentialcoefficienten $\frac{\partial V}{\partial n}$ und $\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial n}$, bei denen die Normalrichtung mit der Richtung des Radius zusammenfällt, sind unendlich kleine Grössen von der Ordnung $\frac{1}{R^2}$. Die Producte $V\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial n}$ und $\mathfrak{V}\frac{\partial V}{\partial n}$ sind somit an der Kugelfläche unendlich kleine Grössen von der Ordnung $\frac{1}{R^3}$. Was ferner das Flächenelement $d\omega$ der Kugeloberfläche anbetrifft, so können wir dasselbe, wenn $d\sigma$ ein Element des körperlichen Winkels am Mittelpunkte der Kugelfläche bedeutet, durch das Product $R^2 d\sigma$ ersetzen. Dann ist an beiden Seiten der Gleichung der Factor, mit welchem $d\sigma$ unter dem Integralzeichen behaftet ist, noch ein unendlich Kleines von der Ordnung $\frac{1}{R}$, woraus folgt, dass von beiden Integralen der auf die Kugelfläche bezügliche Theil, welcher nach σ von 0 bis 4π zu nehmen ist, unendlich klein ist und vernachlässigt werden kann. Die in der Gleichung (2) vorkommenden Integrale brauchen also nur auf die Oberflächen der gegebenen Körper bezogen zu werden.

Auf der Oberfläche jedes Körpers ist die Potentialfunction constant, und kann daher für den Theil des Integrals, welcher sich auf ihn bezieht, aus dem Integralzeichen genommen werden. Demnach können wir die Gleichung (2) so schreiben:

$$(3)\qquad V_1\int\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial n}d\omega_1+V_2\int\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial n}d\omega_2+V_3\int\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial n}d\omega_3+\text{etc.}$$
$$=\mathfrak{V}_1\int\frac{\partial V}{\partial n}d\omega_1+\mathfrak{V}_2\int\frac{\partial V}{\partial n}d\omega_2+\mathfrak{V}_3\int\frac{\partial V}{\partial n}d\omega_3+\text{etc.},$$

worin $d\omega_1$, $d\omega_2$, $d\omega_3$ etc. Flächenelemente der Körper C_1, C_2, C_3 etc. sein und die verschiedenen Integrale sich auf die Oberflächen der einzelnen Körper beziehen sollen.

Ferner besteht bekanntlich an der Oberfläche eines mit Electricität geladenen leitenden Körpers zwischen dem nach der Normale genommenen Differentialcoefficienten der Potentialfunction und der electrischen Dichtigkeit eine einfache Beziehung. Wenn nämlich h und $\mathfrak{h}$ die Flächendichtigkeiten bei den beiden Ladungen bedeuten, so gelten die Gleichungen:

$$\frac{\partial V}{\partial n}=-4\pi h\quad\text{und}\quad\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial n}=-4\pi\mathfrak{h}$$

und dadurch geht (3) über in:

$$(4)\qquad V_1\int\mathfrak{h}\,d\omega_1+V_2\int\mathfrak{h}\,d\omega_2+V_3\int\mathfrak{h}\,d\omega_3+\text{etc.}$$
$$=\mathfrak{V}_1\int h\,d\omega_1+\mathfrak{V}_2\int h\,d\omega_2+\mathfrak{V}_3\int h\,d\omega_3+\text{etc.}$$

Die hierin noch vorkommenden Integrale sind aber nichts weiter, als die auf den einzelnen Körpern befindlichen Electricitätsmengen, und wir erhalten somit die zu beweisende Gleichung:

$$V_1\mathfrak{Q}_1+V_2\mathfrak{Q}_2+V_3\mathfrak{Q}_3+\text{etc.}=\mathfrak{V}_1Q_1+\mathfrak{V}_2Q_2+\mathfrak{V}_3Q_3+\text{etc.}$$

Was nun die Anwendungen dieser Gleichung anbetrifft, so werden diese noch dadurch erleichtert, dass die Gleichung unter gewissen, oft stattfindenden Umständen sich noch weiter vereinfacht.

Betrachten wir nämlich die Glieder, welche sich auf irgend einen der gegebenen Körper, der C_i heisse, beziehen, nämlich die beiden Producte:

$$V_i \mathfrak{Q}_i \quad \text{und} \quad \mathfrak{V}_i Q_i,$$

so werden diese in zwei Fällen Null, so dass sie aus der Gleichung fortgelassen werden können. Wenn der Körper mit der Erde in leitender Verbindung steht, so bleibt sein Potentialniveau bei jeder Ladung des Systemes Null, und wir haben also für diesen Fall zu setzen:

$$V_i = \mathfrak{V}_i = 0,$$

wodurch die obigen Producte verschwinden. Wenn ferner der Körper isolirt und ursprünglich unelectrisch ist, und bei der Ladung keine Electricität von aussen empfängt, sondern nur durch Influenz eine ungleiche Vertheilung seiner eigenen Electricität erleidet, so wird seine Oberfläche theils positiv, theils negativ electrisch, in der Weise, dass die ganze auf der Oberfläche befindliche Electricitätsmenge Null bleibt. Wir haben dann also zu setzen:

$$Q_i = \mathfrak{Q}_i = 0,$$

wodurch wiederum die obigen Producte verschwinden. Demgemäss kann folgende Regel aufgestellt werden. Solche Körper, die bei beiden Ladungen mit der Erde in leitender Verbindung stehen, oder die isolirt und ursprünglich unelectrisch sind, und bei den Ladungen keine Electricität empfangen, können bei der Aufstellung der Gleichung (I) unberücksichtigt bleiben.

Es möge nun als specieller Fall angenommen werden, dass bei allen gegebenen Körpern, mit Ausnahme von C_1 und C_2, einer der beiden genannten Umstände stattfinde. Dann reducirt sich die Gleichung auf:

$$(5) \qquad V_1 \mathfrak{Q}_1 + V_2 \mathfrak{Q}_2 = \mathfrak{V}_1 Q_1 + \mathfrak{V}_2 Q_2 .$$

Wenn wir diese Gleichung noch weiter dadurch vereinfachen, dass wir auch über das Verhalten der Körper C_1 und C_2 noch besondere Annahmen machen, so gelangen wir zu den eingangs erwähnten Reciprocitätssätzen.

Zunächst wollen wir die beiden Körper als isolirt und ursprünglich unelectrisch voraussetzen, und annehmen,

bei der ersten Ladung erhalte nur der Körper C_1 die Electricitätsmenge E, durch deren Influenz in C_2 das Potentialniveau V_2 entstehe, und bei der zweiten Ladung erhalte nur der Körper C_2 die Electricitätsmenge E, durch deren Influenz in C_1 das Potentialniveau $\mathfrak{V}_1$ entstehe. In diesem Falle haben wir zu setzen:

$$Q_2 = \mathfrak{Q}_1 = 0; \qquad Q_1 = \mathfrak{Q}_2 = E,$$

wodurch (5) übergeht in:

$$V_2 E = \mathfrak{V}_1 E$$

oder:

(6) $$V_2 = \mathfrak{V}_1.$$

Also das Potentialniveau, welches dadurch, dass C_1 mit einer gewissen Electricitätsmenge geladen wird, in C_2 entsteht, und dasjenige, welches dadurch, dass C_2 mit derselben Electricitätsmenge geladen wird, in C_1 entsteht, sind unter einander gleich.

Ferner wollen wir die Annahme machen, bei der ersten Ladung werde C_1 bis zum Potentialniveau K geladen, während C_2 mit der Erde in leitender Verbindung stehe und durch Influenz aus der Erde die Electricitätsmenge Q_2 erhalte; bei der zweiten Ladung werde C_2 bis zum Potentialniveau K geladen, während C_1 mit der Erde in leitender Verbindung stehe und durch Influenz die Electricitätsmenge $\mathfrak{Q}_1$ erhalte. Dann haben wir zu setzen:

$$V_2 = \mathfrak{V}_1 = 0; \qquad V_1 = \mathfrak{V}_2 = K,$$

wodurch (5) übergeht in:

$$K\mathfrak{Q}_1 = K Q_2$$

oder:

(7) $$\mathfrak{Q}_1 = Q_2.$$

Also die Electricitätsmenge, welche bei der Ladung von C_1 bis zu einem gewissen Potentialniveau durch Influenz auf C_2 angesammelt wird, und diejenige, welche bei der Ladung von C_2 bis zu demselben Potentialniveau durch

Influenz auf C_1 angesammelt wird, sind unter einander gleich.

Ausser diesen beiden hier beispielsweise angeführten, auf zwei sehr einfache specielle Fälle bezüglichen Schlüssen lassen sich natürlich aus (I) viele andere ähnliche Schlüsse ziehen.[1])

III. *Ueber die electrische Leitungsfähigkeit der Electrolyten; von A. F. Berggren in Lund.*

Mit Anwendung der Methode von Paalzow[2]) habe ich in dem physikalischen Laboratorium der Universität zu Lund für einige Lösungen von schwefelsauren Salzen und Chlornatrium den Leitungswiderstand zu bestimmen versucht und erlaube mir die Resultate dieser Untersuchungen im Folgenden mitzutheilen.

Entsprechend den Angaben von Paalzow befanden sich in zwei weiten gläsernen Gefässen grosse amalgamirte Zinkelectroden in einer concentrirten Lösung von Zinkvitriol. — In denselben Gefässen standen gebrannte poröse Thoncylinder, die mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt waren. — Eine lange, mit derselben Flüssigkeit gefüllte Heberröhre verband die Thoncylinder. Die Zinkelectroden wurden mit den Leitungsdrähten des einen Armes einer Wheatstone'schen Brücke verbunden. Im anderen Arme befand sich ein Widerstandsetalon, mittelst welches der Widerstand in diesem Arme so abgemessen werden konnte, dass kein Strom durch das Galvanometer der Brücke ging. Auf diese Art erhielt

1) Bei dieser Gelegenheit wird gebeten, in einem früheren Aufsatze des Herrn Clausius folgenden Druckfehler zu corrigiren: Pogg. Ann. CLX. p. 425 Z. 12 v. o. statt „normalen" lies: „enormen".

2) Berl. Monatsber. 1868. p. 486.

man eine Bestimmung des Leitungswiderstandes der Flüssigkeiten in dem erwähnten Apparate. Nachher wurde eine andere viel kürzere Röhre mit Flüssigkeit aus der ersten Röhre gefüllt, um wiederum die Thoncylinder zu verbinden. Der Leitungswiderstand wurde wiederum bestimmt. Dieses Verfahren wurde gewöhnlich mit einer dritten noch kürzeren Röhre wiederholt, um die mit den beiden ersten Röhren erhaltenen Bestimmungen controliren zu können. Endlich wurden die Differenzen zwischen jenen Bestimmungen berechnet. Die Differenzen zwischen den Leitungswiderständen der Röhren, als diese mit Quecksilber gefüllt waren, waren schon vorher bestimmt worden. Die Differenzen zwischen den Leitungswiderständen des Electrolytes wurden mit den ihnen entsprechenden Differenzen zwischen den Quecksilberwiderständen dividirt. Der Quotient drückte den Leitungswiderstand der Auflösung, mit dem Quecksilber als Einheit verglichen, aus.

Das benutzte Galvanometer war mit einer grossen Anzahl Drahtwindungen versehen und zur Spiegelablesung eingerichtet. Die Magnetnadeln waren sehr astatisch gemacht.

Die amalgamirten Zinkelectroden sind derart gebogen, dass sie sich den inneren krummen Oberflächen der äusseren Gefässe genau anpassen, und sind von kleinen hölzernen Klammern festgehalten, zwischen die überdies die porösen Thoncylinder ganz genau passen. Hierdurch können letztere so gestellt werden, dass sie sich bei den Bestimmungen stets in demselben Abstand von den Zinkblechen befinden. — Um die Enden der Heberröhren immer in den porösen Cylindern an dieselben Stellen einsetzen zu können, hatte ich runde hölzerne Platten, die auf der Flüssigkeit schwammen, in die Cylinder eingefügt. Diese Platten waren mit so grossen Löchern versehen, dass die Enden der Röhren durch sie in die Flüssigkeit eintauchen konnten.

Um die Flüssigkeiten so viel wie möglich zu verhindern, von einem Gefässe in das andere überzufliessen, suchte

ich die beiden Gefässe, bei der Anwendung der verschiedenen Röhren, immer auf dieselbe Höhe zu füllen. — Zuerst wurden die Thoncylinder und die längste Heberröhre gefüllt, damit die Flüssigkeit sich hier in's Gleichgewicht setzte, ehe die Zinkvitriollösung durch die Wände der Thoncylinder dringen konnte, und den zum Untersuchen bestimmten Electrolyt möglicher Weise verunreinigt hätte. Nach der Bestimmung des Leitungswiderstandes hob ich die Heberröhre in der Art heraus, dass der Electrolyt darin zurückblieb. Mit dieser Flüssigkeit füllte ich die andere Röhre, mit welcher ich dann wiederum die porösen Cylinder verband u. s. f.

Es war vorauszusehen, dass die Methode von Paalzow, um den Leitungswiderstand der Electrolyte zu bestimmen, nicht dienen konnte, wenn man Flüssigkeiten, welche mit der Zinkvitriollösung sich chemisch zersetzen, untersuchen wollte. Ich füllte z. B. die inneren Cylinder und die sie verbindende Heberröhre mit Salpetersäure und verband dann die Zinkbleche mit dem Galvanometer. Dieses zeigte einen bedeutenden Ausschlag. Nach einer Weile waren die Zinkbleche infolge der Einwirkung der Salpetersäure auf das Quecksilber des amalgamirten Zinks mit einem gelben Ueberzug bedeckt. Es scheint also, infolge des Auftretens secundärer electromotorischer Kräfte, unmöglich, bei Lösungen von salpetersauren Salzen den Leitungswiderstand auf diesem Wege zu bestimmen. — Nachher füllte ich die Röhre und die porösen Cylinder mit einer Lösung von schwefelsaurem Natron und brachte die Zinkbleche mit dem Galvanometer in Verbindung. Jetzt erschien ein so unbedeutender Ausschlag, dass die secundär auftretenden electromotorischen Kräfte bei den Bestimmungen keinen wesentlich störenden Einfluss auszuüben vermochten. — Paalzow[1]) hat überdies durch eine besondere Untersuchung bewiesen, dass der electrische Strom, welcher bei der Berührung zweier

1) Pogg. Ann. Jubelb. p. 643. 1874.

auf einander nicht chemisch einwirkender Flüssigkeiten entsteht, beständig ist. Da überdies in dem oben beschriebenen Apparate die beiden Ströme, welche durch die Berührung der Zinkvitriollösung mit der Lösung von schwefelsaurem Natron entstehen, entgegengesetzte Richtungen haben, so heben sie sich entweder auf oder ihre Differenz bleibt constant und kann bei den Bestimmungen vollkommen eliminirt werden.

Weiter leitete ich durch die Flüssigkeiten des Apparates eine Zeit lang einen electrischen Strom und verband sodann die Electroden mit dem Galvanometer. Auch jetzt zeigten sich nur unbedeutende Ablenkungen, also konnte die etwaige Polarisation nicht bedeutend sein.

Ich bediente mich einer Brücke von Wheatstone, in welcher zwei Seiten c und d aus nahe einander gleichen Drähten bestanden und unveränderlich waren, die Seite a den Electrolyt, die Seite b einen Rheostaten enthielt. Wurde durch letzteren bewirkt, dass das Galvanometer keinen Ausschlag zeigte, so verhielten sich die Widerstände $a : b = c : d$, und bei Vertauschung der Dräthe in c und d und Abänderung der Rheostatenlänge b in b_1:

$$a : b_1 = d : c,$$

woraus:

$$a = \sqrt{b\, b_1}.$$

Indem ich b und b_1 besonders bestimmte, gewann ich den Vortheil, dadurch die Bestimmungen controliren zu können. Da sich nämlich der Nullpunkt des Galvanometers stets veränderte, konnte man nicht sicher sein, dass kein Strom durch die Brücke ging, wenn auch das Galvanometer keinen Ausschlag gab.

Als Rheostat gebrauchte ich den Leitungswiderstand eines Siemens'schen Universalgalvanometers, welcher die Leitungswiderstände von 1000, 100 und 10 Siemens'schen Quecksilbereinheiten enthielt, nebst einen Stöpselrheostat von Neusilberdraht von 1000 Einheiten. Da dieser metallische Leitungswiderstand — 2110 Quecksilbereinheiten — gewöhnlich unzureichend war, gebrauchte ich ausserdem eine

oder zwei verticale gläserne Röhren, die an ihren unteren Enden mit Korken geschlossen und mit einer concentrirten Zinkvitriollösung gefüllt waren. Durch die Korke waren dicke amalgamirte Zinkdrähte geführt. An den oberen Enden waren andere gleichfalls amalgamirte Zinkdrähte in die Röhren eingesetzt, welche nach Bedarf gehoben oder gesenkt werden konnten. Dieser Flüssigkeitswiderstand blieb meist constant in dem Rheostatenzweig und konnte eliminirt werden, ohne dass seine Grösse besonders bestimmt wurde. Wenn dies nicht möglich war, z. B. wenn der Leitungswiderstand des Electrolytes sehr gross war, bestimmte ich den Widerstand in jeder der angewandten Flüssigkeitssäulen besonders.

Um den Leitungswiderstand in Quecksilbereinheiten auszudrücken, hatte Paalzow die Heberröhren mit Quecksilber gefüllt und deren Quecksilberwiderstand unmittelbar bestimmt. Auf diese Weise konnte ich nicht wohl die Bestimmung ausführen, da ich bei der Kleinheit meines Rheostats genöthigt war, kürzere und ziemlich weite Heberröhren anzuwenden. Darum wurden die Widerstände des Quecksilbers und einer Zinkvitriollösung, ähnlich wie durch Kohlrausch und Grotrian[1]), folgendermaassen verglichen. Eine etwa 600 Mm. lange, calibrirte Glasröhre wurde an dem einen Ende mit einem Korke geschlossen und mit der Zinkvitriollösung gefüllt. Als Electroden dienten zwei dicke Zinkdrähte, die runde, die Röhre gerade erfüllende Zinkplatten trugen; der eine war in dem Korke befestigt, der andere konnte in der Röhre auf und nieder bewegt werden. Die Electroden waren amalgamirt. Die Röhre wurde in ein hohes, enges, mit Wasser von bekannter Temperatur gefülltes Glas gestellt. Es wurde nun der Widerstand der Flüssigkeitssäule bei verschiedenem Abstande der Zinkplatten bestimmt. Die obere Platte wurde in einen gewissen Abstand von der unteren gebracht; der Leitungswiderstand der Flüssigkeitssäule,

1) Pogg. Ann. CLIV. p. 1.

welche sich zwischen den beiden Platten befand, machte 1218 Einheiten aus. Die obere Scheibe wurde 95 Mm. gesenkt; der Leitungswiderstand wurde 983. Sie wurde weiter 199.5 Mm. niedergesenkt, und dann wurde der Widerstand 506 u. s. w. So erhielt ich die folgenden Bestimmungen:

Länge l	mittlerer Querschnitt q	Widerstand r	$1000 \frac{rq}{l}$
95 Mm.	112.3 □Mm.	235	277795
294.5 „	114.6 „	712	277063
396.5 „	115.8 „	948	276868
499.1 „	117 „	1182	277086
		Mittel	277203

Wenn man diese Zahl in 1 dividirt, findet man die Leitungsfähigkeit = 0.000003607.

Die Zinklösung enthielt ungefähr eben so viel Salz wie die unter Nummer 6 von Beetz untersuchte Lösung. Sie enthielt auf 500 Gr. Wasser ungefähr 124 Gr. wasserfreies Salz. Die Temperatur war, als ich die Bestimmung machte, 10°. Beetz beobachtete bei 13.5° C. das Leitungsvermögen von 0.000003902 und bei 15.9° das von 0.000004081. Hiernach berechnet sich die Leitungsfähigkeit zu 10° gleich 0.00000361, welche Zahl mit der von mir gefundenen hinlänglich übereinstimmt.

Darauf wurde die längste Heberröhre und die Thoncylinder mit derselben Auflösung gefüllt und der Widerstand bestimmt. Die Leitungswiderstände b und b' waren $v + 1966$ und $v + 1980$, wo v den daneben eingeschalteten Leitungswiderstand der Flüssigkeitssäule bedeutet. Da diese Zahlen einander sehr nahe liegen, kommt ihr geometrisches Mittel dem arithmetischen fast gleich — so dass also ohne irgend einen bedeutenden Fehler der Leitungswiderstand in dem Apparate $= v + 1973$ anzunehmen war. Bei Anwendung der zweiten und dritten Röhre waren die Leitungswiderstände $v + 980$ und $v + 805$. Die Differenz zwischen den Leitungswiderständen in den

Röhren I und II war 993; zwischen den der Röhren I und III, 1168. Die Temperatur war indessen bis 10.5° gestiegen. Mit Hülfe der Bestimmungen von Beetz berechnete ich die Leitungsfähigkeit der Zinkvitriollösung bei 10.5° und fand sie = 0.000003644. Folglich war der Leitungswiderstand = 274420. Die Differenz zwischen den Leitungswiderständen in den Röhren I und II war also 276.4 mal, und zwischen den Röhren I und III 235 mal geringer als die Einheit.

Ich gebrauchte bei dieser, sowie bei den meisten folgenden Bestimmungen einen electrischen Strom von sechs Bunsen'schen Elementen. Der Strom wurde stets nur augenblicklich geschlossen.

Bei den folgenden Bestimmungen ist die Differenz zwischen den Widerständen der Röhre I und II mit 276.4 und die zwischen den Röhren I und III mit 235 multiplicirt, und endlich das Mittel der Producte genommen, welche stets in den beiden ersten Ziffern mit einander übereinstimmten. Die dritten waren bei meinen ersten Versuchen um 3 bis 4 Einheiten, später um viel geringere Werthe verschieden.

Der Salzgehalt wurde entweder direct durch Abwägen einer gewissen Menge trockenen Salzes und Auflösen in einer bekannten Gewichtsmenge von Wasser, ($(NH_4)_2SO_4$ und $NaCl$) bestimmt, oder durch Verdunstung eines Theils der Auflösung nach der Bestimmung ihrer Leitungsfähigkeit.

In den folgenden Tabellen bezeichnen die Ziffern in der ersten Columne, wie viele Theile wasserfreien Salzes in 100 Theilen der Auflösung enthalten sind; die zweite Columne gibt die Temperatur, die dritte den Leitungswiderstand (M) durch 1000 dividirt, und die vierte die Leitungsfähigkeit (L), mit 10^8 multiplicirt.

Neutrales schwefelsaures Kali.

Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8.L$	Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8.L$
1.73	7.3	757	132	3.80	7	379	263
2.03	5.8	661	151	4.46	7.5	344	290
2.27	7	601	166	4.93	7.7	302	331
2.82	6.8	505	198	5.27	8	284	351
3.45	7.5	423	236	5.84	8	253	395
3.56	8.8	408	245	6.20	7	229	437

Saures schwefelsaures Kali.

Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8.L$	Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8.L$
2.50	9.5	574	174	5.61	8.3	268	373
3.35	9.7	415	241	6.41	9	225	444
4.42	9.5	306	327	6.77	9.8	222	450
4.56	10.3	301	332	8.46	8.8	185	541

Neutrales schwefelsaures Natron.

Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8.L$	Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8.L$
0.47	6.5	2440	41	3.22	6.5	450	200
1.82	6.4	815	123	4.13	5.8	429	233
2.21	6.7	721	139	4.49	6.5	398	251
2.56	6	617	162	5.09	7	355	282
3.10	5.5	527	190	5.60	7	319	313

Schwefelsaure Magnesia.

Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8.L$	Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8.L$
4.41	8.7	575	174	12.87	7.5	318	314
6.36	7.8	456	219	15.00	7.8	303	330
8.12	8	397	252	16.25	7.7	299	334
9.72	7.8	359	278	18.29	6.3	322	310
11.16	8	332	301	19.69	7.5	336	298

Neutrales schwefelsaures Ammoniumoxyd.

Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8 . L$	Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8 . L$
1.96	8.5	548	182	10.71	7	132	760
2.15	8	505	198	13.04	8	107	934
2.91	7.8	400	250	15.21	7.3	95.7	1045
3.84	7.7	319	313	16.66	7.2	91.2	1096
5.66	7.7	233	429	20.00	6	80.4	1244
6.54	7.8	203	492	23.07	8.3	68.7	1456
7.41	8	179	560	28.57	8.3	61	1639
8.25	7.3	163	615	33.33	7.8	57.2	1748
9.09	7.8	145	690	37.11	8.3	55.6	1799
9.91	8.3	137	729	40.50	8.5	55.1	1815

Kochsalz.

Procent.	t	$\frac{M}{1000}$	$10^8 . L$
7.36	9.7	152	658
9.03	10	121	826
15.00	10.5	78.7	1271

Um meine Bestimmungen mit denen von Kohlrausch und Grotrian vergleichen zu können, habe ich einige Bestimmungen der Leitungsfähigkeit von Kochsalzlösungen gemacht. Die erwähnten Physiker haben für die Leitungsfähigkeit einer 15 Procent Salz enthaltenden Kochsalzlösung bei 0^0 die Zahl 998 gefunden. Mit Hülfe der Gleichung: $k_t = k_o (1 + \alpha t + \beta t^2)$ kann man das Leitungsvermögen bei 10.5^0 bestimmen. Man erhält so die Zahl 1302, welche von der in der letzten der oben zusammengestellten Tabellen nicht bedeutend abweicht.

Die Resultate meiner Untersuchungen sind in der Zeichnung Taf. III Fig. 4 graphisch dargestestellt. Sie können in der Kürze folgendermaassen zusammengefasst werden:

Die Leitungsfähigkeit wird mit wachsendem Salzgehalt continuirlich vermehrt oder vermindert.

Die Leitungsfähigkeit von schwefelsaurem Kali, welches in kaltem Wasser schwerlöslich ist, scheint mit wachsendem Salzgehalt zuzunehmen. Um mit einiger Gewissheit entscheiden zu können, ob dies wirklich der Fall sei, würde es interessant gewesen sein, das Salz bei einer höheren Temperatur zu untersuchen, in welchem Falle die Untersuchungen auch mehr concentrirte Auflösungen umfassen können. Die Umstände haben mir jedoch dieses nicht erlaubt. Bei Chlorkalium haben Kohlrausch und Grotrian als Ausdruck des Verhältnisses der Leitungsfähigkeit zum Salzgehalt die gerade Linie gefunden; sie haben sogar bemerkt, dass sich die Leitungsfähigkeit bei 0° schneller vermehrt, wenn der Salzgehalt der Lösung zunimmt. Die von mir gefundenen Resultate widersprechen der Voraussetzung nicht, dass bei schwefelsaurem Kali dasselbe Verhältniss stattfindet.

Die Leitungsfähigkeit des schwefelsauren Natrons, welches gleichfalls in kaltem Wasser schwerlöslich ist, vermehrt sich bei zunehmendem Salzgehalt ein wenig langsamer als die der Lösungen von schwefelsaurem Kali.

Beim schwefelsauren Ammoniumoxyd, welches von Wasser sehr leicht gelöst wird, nimmt auch die Leitungsfähigkeit mit dem Salzgehalt zu. Sie scheint sich aber einem Maximum zu nähern, denn bei einem höheren Concentrationsgrade wird sie mit wachsendem Salzgehalt nicht vermehrt.

Die Lösung von schwefelsaurer Magnesia, einem in kaltem Wasser ziemlich leicht löslichem Salze, die bei einer Temperatur von 8° den electrischen Strom am besten leitet, enthält ungefähr 16% Salz. Andere Lösungen dieses Salzes sind nicht so gute Leiter.

Saures schwefelsaures Kali verhält sich weniger regelmässig als die übrigen von mir untersuchten Salze. Dies ist wahrscheinlich von einiger Verunreinigung des Salzes

verursacht worden. Es ist ein besserer Leiter als neutrales schwefelsaures Kali und zu gleicher Zeit leichter löslich.[1])

Nach der abnehmenden Leitungsfähigkeit geordnet, nehmen die erwähnten schwefelsauren Salze die folgende Reihenfolge ein: $(NH_4)_2SO_4$, $(KH)SO_4$, K_2SO_4, Na_2SO_4, $MgSO_4$. — Kohlrausch und Grotrian haben bei Chloriden von Alkalien und von alkalischen Erdarten die folgende Ordnung gefunden: NH_4Cl, KCl, $NaCl$, $LiCl$, $CaCl_2$, $SrCl_2$, $CaCl_2$ und $MgCl_2$. Es existirt also zwischen den Chloriden von Alkalien oder von alkalischen Erdarten und den ihnen entsprechenden auflöslichen schwefelsauren Salzen eine gewisse Analogie.

Unter den Salzen, deren Lösungen eine relativ grosse Leitungsfähigkeit haben, nehmen die Ammoniumsalze den ersten Platz ein. Kohlrausch und Grotrian haben eine Salmiaklösung gefunden, die beinahe die Hälfte der Leitungsfähigkeit der am besten leitenden, bekannten Säure hat. Wiedemann fand, dass das salpetersaure Ammoniumoxyd eine grosse Leitungsfähigkeit besitzt; meine Untersuchungen zeigen, dass das schwefelsaure Ammoniumoxyd eine grössere Leitungfähigkeit als alle anderen untersuchten schwefelsauren Salze hat.

Die folgende Tafel enthält einige Bestimmungen der Leitungsfähigkeit der Lösungen von Chlorkalium, Chlornatrium, Chlorammonium und Chlormagnesium, zusammengestellt mit Bestimmungen der Leitungsfähigkeit der Lösungen von den jenen entsprechenden schwefelsauren Salzen. Die Bestimmungen für die Lösungen der ersten Salze habe ich den von Kohlrausch und Grotrian gelieferten Berechnungen entnommen.

---

1) Nach den Diffusionsversuchen von Graham ist das Salz in der Lösung dissociirt. Die Red.

Procent.	t	Stoff.	$10^8 . L$	Stoff.	$10^8 . L$
5	8	KCl	520	(K_2SO_4)	335
5	7	$NaCl$	486	(Na_2SO_4)	278
5	8	NH_4Cl	696	$((NH_4)_2SO_4)$	384
10	8	„	1365	„	732
15	7	„	1980	„	1036
20	6	„	2547	„	1244
5	8	$MgCl_2$	503	$(MgSO_4)$	186
10	8	„	827	„	282

Hieraus folgt das beachtenswerthe Resultat, dass die Chloride der Alkalien und alkalischen Erden eine grössere Leitungsfähigkeit als die ihnen entsprechenden löslichen schwefelsauren Salze besitzen.

IV. *Bestimmung der elektrischen Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten mit constantem Strome; von Joh. Tollinger aus Innsbruck.*

Die hier mitgetheilte Untersuchung hat weniger den Zweck, die Leitungsvermögen von Flüssigkeiten neu zu ermitteln, als vielmehr die Werthe, welche die Herren F. Kohlrausch und O. Grotrian[1]), sowie F. Kohlrausch[2]) allein mit Wechselströmen gefunden haben, mit constantem Strome zu prüfen.

Zugleich erlaube ich mir, das dabei benutzte, vom gewöhnlichen etwas abweichende Verfahren zu beschreiben, da es sich als sehr zweckmässig erwiesen hat.

---

1) Pogg. Ann. CLIV. p. 1. 215.

2) Pogg. Ann. CLIX. p. 233. — Götting. Nachr. 1877, April 181.

Untersucht man die Flüssigkeit in Trögen, so ist die Bestimmung des Querschnittes etwas unsicher; in einfachen Glasröhren bilden dagegen die zwischen den Electroden befindlichen Gasblasen eine Fehlerquelle.

Diese beiden Misstände wurden vermieden, indem ich — auf Veranlassung des Hrn. Prof. Kohlrausch — anstatt der geraden eine U-förmig gebogene Glasröhre in Anwendung brachte, so dass die Electroden in die beide Schenkel vertheilt werden.

Man weiss ferner, dass ein constanter Werth der Polarisation nur durch eine grössere Dichtigkeit des Stromes an den Electroden erreichbar ist. Demnach empfiehlt es sich, Electroden von kleiner Oberfläche anzuwenden, weil starke Ströme durch die Wärmeentwickelung und chemische Zersetzung der Flüssigkeit Fehler mit sich bringen. Anstatt zusammenhängender Flächen wurden deswegen 2—3 Ctm. lange, spiralförmig eben gebogene Platindrähte als Electroden gebraucht, die mit dem einen Ende behufs Verschiebung in den Schenkeln der U-Röhre in enge Glasröhren eingeschmolzen waren. Durch diese Form erreichte man gleichzeitig, dass die entwickelten Gase leicht entweichen konnten, was durch Platinirung der Electroden noch befördert wurde.

Die untersuchte Flüssigkeitssäule befand sich nebst einem Rheostaten in dem einen Zweige der Wheatstone-schen Brücke. Eine ähnliche Röhre, mit eben solchen, gleich langen Electroden und derselben Flüssigkeit, sowie ein Rheostat war in den anderen Zweig der Brücke eingeschaltet, um die durch Inconstanz des Stromes und der Temperatur verursachten kleinen Aenderungen der Polarisation zu eliminiren.

Das Ganze war also nach Schema Taf. IV, Fig. 1 geordnet.

Beim Versuche blieben die Electroden der Röhre B sowie der passend gewählte Widerstand in R' unverändert, während im anderen Zweige der Brücke die Electroden um bestimmte, an der Marke m abzulesende Längen ver-

schoben, und der dadurch aus- oder eingeschaltete Widerstand durch den bekannten des Rheostaten *R* compensirt wurde.

Auf diese Weise war man von einer kleinen Ungleichheit der beiden Widerstände *w* und *w'* auch ohne Commutator ganz unabhängig; auch war es nicht nothwendig, die Stromstärke in der Brücke vollständig auf Null, sondern nur immer auf dieselbe Stärke zu bringen. Dies geschah mittelst eines Spiegelgalvanometers (*G*), das bei nicht ganz gleicher Einstellung auch bequeme Interpolation erlaubte.

Um die Temperatur der Flüssigkeitssäule constant erhalten und bestimmen zu können, tauchten beide *U*-Röhren in ein grösseres Wasserbad, dessen Temperatur durch einen Rührer immerfort ausgeglichen und durch ein Thermometer (in $^1/_5{}^0$ getheilt) gemessen wurde. Geringe Aenderungen in der Temperatur machten sich durch eine langsame Vorwärtsbewegung im Galvanometer bemerklich. Deshalb wurden die Ablesungen und Verschiebungen gewöhnlich in regelmässigen Zeitintervallen ($^1/_3$—$^1/_2$ Minute) vorgenommen, die Bestimmung des Widerstandes bei der Einstellung I der Electroden nach jener von II wiederholt, und aus den Beobachtungen I und III das Mittel genommen. Hat man durch einen Vorversuch die den zwei verschiedenen Stellungen der Electroden entsprechenden Wider-stände annähernd ermittelt, so ist ein Versuch in 2—4 Minuten beendet.

Zur Kalibrirung der U-Röhre wurde ein Schenkel geschlossen und mit Wasser gefüllt; in den anderen wurde das Wasser, um die Röhre nicht zu benetzen, durch einen Stechheber oder einen Trichter mit langer Röhre gebracht, seine Menge durch Wägung ermittelt und das Volumen an der angebrachten Millimetertheilung abgelesen. Die Röhre zeigte sich auf 1 □Mm. genau kalibrisch und hatte im Mittel einen Querschnitt von 148.45 □Mm. Für diese Versuche war nur der eine Schenkel der Röhre kalibrirt worden; es steht aber natürlich nichts im Wege, im all-

gemeinen beide zu Verschiebungen der Electroden zu benutzen. Nur dann ist es rathsam, blos die eine Hälfte auszunutzen, wenn eines der entstehenden Gase lange in der Flüssigkeit suspendirt bleibt und so langsam aufsteigt, dass die bei der Verschiebung der Electroden nach oben zwischen dieselben kommenden Gasblasen Fehlerquellen bieten würden.

Entspricht nun einer Flüssigkeitssäule von der Länge l Meter ein Widerstand von w Siemens-Einheiten, so ist die Leitungsfähigkeit auf Quecksilber bezogen:

$$k = \frac{l}{148.45\, w}.$$

In der folgenden Zusammenstellung sind diese Zahlen für das Leitungsvermögen noch mit 10^8 multiplicirt.

Die Reduction derselben auf die Temperatur 18^0 geschah nach den eingangs erwähnten Bestimmungen von F. Kohlrausch und von F. Kohlrausch und O. Grotrian.

Mit Ausnahme der Schwefelsäure wurden die nämlichen Flüssigkeiten speciell für diesen Zweck auch mit Wechselströmen in denselben Gefässen untersucht, welche Hr. Prof. Kohlrausch angewandt hat. Soweit Beobachtungen von Kohlrausch vorliegen, werden sie mit aufgeführt. Die Unterschiede dieser Zahlen unter einander (im Maximum $1.7\,^0/_0$ bei K_2CO_3) lassen sich leicht durch die vielleicht etwas verschiedene Beschaffenheit der Flüssigkeiten und die graphische Interpolation, durch welche diese Werthe aus den Beobachtungen von Kohlrausch abgeleitet worden sind, erklären; denn die von mir untersuchten Flüssigkeiten wurden einfach durch Auflösen der von der Fabrik als chemisch rein bezogenen, aber nicht weiter geprüften resp. neutralisirten Salze hergestellt und ihre Concentration aus der Dichte ermittelt.

In der letzten Spalte umstehender Tabelle stehen die Unterschiede der mit constanten und Wechselströmen erhaltenen Resultate; sie belaufen sich im Mittel auf etwa $^2/_3\,^0/_0$. Da dieselben alle in einer Richtung liegen und

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Name der Flüssigkeit.	Dichte derselben.	bei der Temperatur.	Procentgehalt in 100	Länge der Flüssigkeits-Säule.	Widerstand derselben.	bei der Temperatur.	Leitungsfähigkeit k mit constant. Strom. bei der Temperatur		Leitungsfähigkeit k mit Wechselstr. bei 18° nach		Untersch. constant. Strom minus Wechselstr. in Proc.
	Δ	t_1	p	$l\,M$	w	t^0	t^0	18°	Tollinger.	Kohlrausch.	
H_2SO_4	1.8364	17.5	94.5	0.1500	107.2	16.53	943	983		980	+ 0.3
	1.8286	18.3	92.5	0.1500	99.22	17.52	1018	1033		1030	+ 0.3
	1.7787	18.1	84.6	0.1500	120.87	15.30	836	927		915	+ 1.3
	1.2208	17.9	30.0	0.3000	28.96	18.33	6978	6941		6912	+ 0.4
$MgSO_4$	1.1845	18.2	17.0	0.1490	217.08	18.14	462	461	457	451	+ 0.9
$ZnSO_4$	1.2811	18.2	23.1	0.1490	213.30	18.74	471	462	460	452	+ 0.5
$CuSO_4$	1.1681	18.4	15.1	0.1490	245.00	19.08	410	400	396		+ 1.0
$KHSO_4$	1.072	17.1	10.0	0.2990	140.35	18.30	1440	1436	1434		+ 0.1
K_2CO_3	1.3483	18.1	34.0	0.2990	96.99	17.55	2078	2100	2086	2121	+ 0.7
$LiCl$	1.013	17.3	2.5	0.1490	255.47	18.80	393	386	383		+ 0.8
HNO_3	1.1862	17.9	29.7	0.2990	27.96	16.48	7206	7362	7317	7330	+ 0.6
HCl	1.0912	18.0	18.3	0.2990	28.87	16.17	6979	7182	7143	7174	+ 0.5

grösser sind als die aus den directen Versuchsfehlern zu erwartenden Ungenauigkeiten, so ist jedenfalls eine Ursache vorhanden, welche die mit dem constanten Strome gefundene Leitungsfähigkeit um einen kleinen Betrag grösser ausfallen liess. Diese Ursache in einer Polarisation der Wechselströme oder gar in einer unvollkommenen Gültigkeit der Ohm'schen Gesetze für die Flüssigkeiten zu suchen, ist kein Grund vorhanden, da ein kleiner Fehler in der Ausmessung des Apparates, (die benutzte Längentheilung könnte möglicherweise durch ihre Ungenauigkeit schon einen Fehler bis zu $^1/_3$ % hervorrufen), oder auch vielleicht eine Erwärmung der Flüssigkeit durch den Strom, die sich nicht schnell genug ausgleichen kann, nicht ausgeschlossen ist. Auf letzteren Grund würde der Umstand hindeuten, dass das Maximum der Unterschiede bei der 84.6procentigen Schwefelsäure (1.3 %) auftritt, welche Flüssigkeit sowohl eine grosse Zähigkeit, als auch eine bedeutende Aenderung des Leitungsvermögens durch die Temperatur (per Grad 3.7 %) besitzt, während das Minimum der Unterschiede auf $HKSO_4$ fällt, welche Lösung in beiden Beziehungen so ziemlich das entgegengesetzte Verhalten zeigt. Jedenfalls ist aber die Uebereinstimmung der Werthe hinreichend, um ersehen zu können, dass die mittelst der Inductionsströme gefundenen Leitungsvermögen sich von den mit constanten Strömen ermittelten nicht wesentlich unterscheiden; dass also z. B. der Schwefelsäure wirklich diese Maxima und Minima zukommen, wie sie F. Kohlrausch gefunden.

Aus diesen Untersuchungen lässt sich auch die Brauchbarkeit des hier beschriebenen Verfahrens beurtheilen. Obwohl die Anwendung der Wechselströme an Bequemlichkeit und Genauigkeit der Beobachtungen dem constanten Strome überlegen ist, so lassen sich doch auch auf diese Weise recht befriedigende Resultate erzielen, selbst ohne Anwendung je nach der Flüssigkeit verschiedener, die Polarisation ausschliessender Electroden. Die Beob-

achtungsfehler betrugen hier kaum mehr als 0.1 $^0/_0$. Die Resultate werden noch etwas genauer ausfallen, wenn man die Stromstärke, die für diese Versuche den Werth von 0.16—0.5, gewöhnlich 0.25—0.3 E. Weber in einem Zweige der Brücke erreichte, noch etwas kleiner nimmt und damit auch die Hauptfehlerquellen der Erwärmung und Zersetzung der Flüssigkeit durch den Strom vermindert. Auch würde sich unschwer an der Biegungsstelle der U-Röhre ein Thermometer einsetzen lassen, um immer sicher die wirkliche Temperatur der Flüssigkeit zu kennen.

Grössere Fehler freilich stellen sich heraus bei solchen Flüssigkeiten, bei denen sich infolge der Zersetzung durch den Strom und secundärer Processe die Electroden mit einer schlechtleitenden Kruste überziehen, wie es z. B. bei einer Lösung von $CaCl_2$ geschieht, wo sich ein Ueberzug von Kalk bildet.

Phys. Lab. d. Univ. Würzburg im April 1877.

V. *Ueber die sogenannte Unipolarität der Flammenleitung und über wirklich unipolare electrische Erscheinungen; von Hermann Herwig.*

§. 1.

In den Untersuchungen der jüngsten Zeit ist für verschiedene Fälle die fundamentale Thatsache constatirt worden, dass an den Unterbrechungsstellen einer eigentlichen Leitung die an Körpertheilchen gebundene Electricität unter gleichen Umständen leichter austritt, wenn sie negativ ist, als wenn sie positiv ist. Berührt werden Fälle dieser Art schon von Faraday.[1]) Genauere Versuche haben indessen zuerst die Herren G. Wiedemann und Rühlmann für den Fall gegeben, dass eine Holtz'sche

1) Man sehe unter anderm Pogg. Ann. XLVIII. p. 277 in Nr. 1501.

Maschine sich durch Röhren mit verdünnten Gasen entladet.[1]) Hr. G. Wiedemann hat dann, offenbar die Allgemeinheit dieser Beziehung ins Auge fassend, ganz kürzlich ihr Zutreffen auch auf ferneren Gebieten gezeigt. Inzwischen hatte auch ich weiteres experimentelles Material beigebracht und glaubte dann gleichfalls, die Allgemeingültigkeit des erwähnten Satzes hinstellen zu dürfen,[2]) musste aber vorläufig die Flammenleitung ausnehmen, die eine andere Art der electrischen Bewegung zu bedeuten schien und bekanntlich umgekehrt die positive Electricität leichter von den Electroden in sich aufnimmt, als die negative.[3]) Bei fernerem Nachdenken jedoch über diesen Gegenstand glaubte ich mich nicht bei einer solchen Ausnahmestellung der Flamme beruhigen zu können und führte eine Reihe von besonderen Versuchen über die Flammenleitung aus. Durch dieselben hoffe ich bewiesen zu haben, dass die positive Unipolarität der Flamme eine ausschliesslich secundäre Erscheinung ist und keine Ausnahme von dem erwähnten sonst gültigen Verhalten darbietet.

Für das Entscheidende bei der scheinbaren Unipolarität der Flammenleitung halte ich das Auftreten von freier Electricität in der Flamme selbst, welche gegen die von aussen zugeführte Electricität wirkend das Anschmiegen der Flammengase an die Electroden oder auch einfach die Uebergabe der äusseren electrischen Bewegung an die Flammengase entweder erleichtert oder erschwert und damit die Differenzen in die Ableitungen hineinbringt. Bei dieser Auffassung würden also namentlich die älteren Flammenversuche in Frage kommen, welche direct die Eigenelectricität der Flammen darzuthun suchten. So hat schon 1813 Brande[4]) die kräftige Anziehung einer ge-

1) Pogg. Ann. CXLV. p. 381.
2) Die genaueren Citate aller hier berührten Arbeiten folgen im §. 7 des gegenwärtigen Aufsatzes.
3) Pogg. Ann. CLIX. p. 559.
4) Schweigger's Journ. XI. p. 66.

wöhnlichen Flamme durch einen negativ geladenen Conductor gezeigt. Namentlich aber gehören die Beobachtungen von Pouillet[1]) hierher, wonach im Innern einer Wasserstofflamme negative Electricität und aussen um dieselbe herum positive Electricität von grosser Spannung auftritt. Etwas ähnliches fand auch Hr. Buff.[2])

Im Anschlusse hieran habe ich eine Anzahl von Versuchen mit der Holtz'schen Maschine gemacht. Bei fortgesetzter Ladung der verschiedensten Conductoren mit dieser Maschine zeigte sich eine äusserst kräftige, auf grosse Distanzen hin wirkende Anziehung der Flamme durch die negativen Conductoren in der Art, dass die Flamme zwischen positiven und negativen Conductor gestellt, sich lebhaft mit der Spitze dem negativen zuwandte. Die Flammen, mit denen ich operirte, waren leuchtende und nichtleuchtende (bei Anwendung von Bunsen'schen Brennern) Gasflammen.[3]) Dabei war es nicht einmal erforderlich, die Lampen selbst besonders abzuleiten; ebenso verhinderte es die Erscheinung nicht, wenn statt des gewöhnlichen metallenen Bunsen'schen Brenners ein ebenso eingerichteter Brenner aus Glas benutzt wurde. Eingehendere Versuche, die mit dicken und langen, theils vertical, theils schräg gestellten Platindrähten als Conductoren gemacht wurden, schienen nun zu zeigen, dass diese Bewegung der Flammen wesentlich von der Einwirkung der geladenen Conductoren auf die ganzen äusseren und oberen Flammenpartien herrührte, während die eigentlich inneren Flammenpartien umgekehrt von positiven Conductoren angezogen werden. Das liess sich einmal aus den eigenthümlichen Gestaltungen der Flammen schliessen, wenn dieselben zu zwei ziemlich weit von einander entfernten Platindrähten, deren einer vom positiven und der

1) Pogg. Ann. XI. p. 427, in welcher Uebersetzung übrigens einigemal positiv und negativ mit einander verwechselt ist.

2) Liebig Ann. LXXX. p. 9.

3) Man sehe auch die Versuche des Hrn. Bleekrode. Pogg. Ann. CLVI. p. 305.

andere vom negativen Pole der Maschine geladen wurde, in verschiedene Zwischenstellungen gebracht wurden. Dann aber war besonders charakteristisch die Gestaltung ganz kleiner Flammen, wenn ein verticaler positiver oder negativer Platindraht, central von oben dieselben treffend, gegenübergebracht wurde. Nach allem Genannten darf man eine Eigenelectricität der Flammen annehmen, die in den inneren heissen Partien negativen, in den mehr äusseren und oberen Partien positiven Charakter besitzt.

§. 2.

Hr. Hankel hat in seiner grossen Arbeit: „Ueber das Verhalten der Weingeistflamme in electrischer Beziehung"[1]) die gesammten Erscheinungen an den Flammen auf zwei Gesichtspunkte zurückzuführen gesucht, nämlich auf die Aenderung des electromotorischen Charakters der Metalle bei hoher Erhitzung und auf einen besonderen Uebergangswiderstand an der negativen Electrode in den Flammen. Eine Eigenelectricität der Flamme wird dabei ausdrücklich ausgeschlossen.[2]) Indessen sind die Resultate der zahlreichen Spannungsmessungen an verschiedenen Metalldrähten und Blechen in der Flamme, welche Hr. Hankel in ausgezeichneter Weise durchgeführt hat, für diese Auffassung nicht beweisend. Für ein stets in derselben Flammenlage befindliches Platinblech gegenüber verschiedenen Metalldrähten im Alkohol der Lampe wurden zunächst Spannungen gefunden,[3]) die sich von den Spannungen derselben Combinationen ohne Hinzutreten der Flamme um einen so nahezu constanten Summand unterschieden, wie es bei der Schwierigkeit dieser Messungen überhaupt nur erwartet werden konnte. Das spricht keinenfalls gegen das Vorhandensein einer bestimmten Eigenelectricität in der betreffenden Flammenlage. Wei-

1) Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. VII. p. 1.

2) l. c. p. 28.

3) l. c. p. 21.

terhin wurden an Stelle des Platinbleches Drähte verschiedener Metalle wiederum in derselben Flammenlage benutzt und gaben mit einer Ausnahme, die Hr. Hankel selbst für nicht sehr wesentlich hält, sämmtlich fast gleiche Spannungsänderungen zu erkennen.[1] Das dürfte sogar gegen die ausschliessliche Bedeutung der blossen Metallcontacte mit den Flammengasen sprechen. Für verschiedene Flammenlagen endlich ergab sich das Resultat, dass die Metalle zunächst hoch über der Flamme fast dieselben Spannungen zeigten, die auch mit Ausschaltung der Flammengase bei directer Berührung mit dem Lampendochte erreicht wurden, und dass sie dann weiter eine um so mehr nach der negativen Seite sich bewegende Spannung ableiteten, je mehr sie von hoher Lage über der Flamme aus in tiefere heissere Flammenpartien gebracht wurden.[2] Alle diese Resultate lassen sich also mit der Annahme einer Eigenelectricität der Flamme sehr gut vereinigen. Man setze nur überall statt oder neben: „durch Berührung mit den heissen Flammengasen wird der Charakter der Metalle electropositiver", das andere: „die heissen Flammengase sind selbst negativ."

Hr. Hankel hat deshalb als eigentlich entscheidenden Versuch für seine Auffassung auch einen anderen angeführt,[3] wobei zwei Wasserstrahlen, in solcher Weise durch verschiedene Flammenstellen geführt, dass daselbst glühende Metalldrähte kräftige Spannungsdifferenzen gezeigt haben würden, keine Differenz erkennen liessen. Hieraus schliesst Hr. Hankel, dass ausschliesslich die Temperaturerhöhung der Metalle in den früheren Versuchen das Wirksame gewesen sei. Nun wird man aber doch sehr wohl annehmen können, dass die durch stets erneuerte Wassermassen hergestellte Temperaturengleichheit an den fraglichen Flammenstellen nicht nur das

1) Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. VII. p. 34.
2) l. c. p. 30.
3) l. c. p. 27.

electromotorische Verhalten des Wassers gegen die Flammengase, sondern ebenso auch den electrischen Eigencharakter der Flamme im wesentlichen gleich erscheinen lässt, da der letztere offenbar gleichfalls durch die Temperaturverhältnisse bedingt ist. Wollte man z. B. mit Pouillet voraussetzen, dass durch den Act der Verbrennung selbst nach der Sauerstoffseite positive und nach der Wasserstoffseite negative Electricität getrieben werde,[1]) so würden in der unmittelbaren Umgebung der Wasserstrahlen die Kohlenwasserstoffgase am Verbrennen mehr verhindert (etwa, wie auch ein in eine Flamme hineingebrachtes Drahtnetz das weitere Entzünden der Flammengase verhindert) erst von ferneren eigentlichen Verbrennungsstellen her negative Electricität erhalten und diese müsste offenbar bei der gleichen Einwirkung der beiden abkühlenden Wasserstrahlen auf die Verbrennung quantitativ sehr viel constanter sein, als wenn man an ganz verschiedenen Verbrennungsstellen direct das Verhalten von mitglühenden Drähten prüfte. Dass sich dennoch der später zu besprechende Uebergangswiderstand für die negative Electricität auch an solchen Wasserstrahlen zeigen kann, wie Hr. Hankel es fand,[2]) ist damit einleuchtend.

Es scheint hiernach jedenfalls die Schwierigkeit, welche für die Annahme einer Eigenelectricität aus den Hankel'schen Versuchen etwa gefolgert werden könnte, klein im Vergleich zu der Schwierigkeit, welche die Erklärung der in §. 1 besprochenen Bewegungserscheinungen der Flammen bei der Annahme bieten würde, dass blos die durch die Flammentemperaturen geänderten Contactkräfte der Metalle in Betracht zu ziehen seien. Denn diese Bewegungserscheinungen gehen, wie gesagt, in kräftigster Weise vor sich bei Anwendung eines gläsernen Brenners und bei einer Entfernung der geladenen Metallconductoren von den glühenden Flammengasen, die viele

1) Pogg. Ann. XI. p. 428.
2) Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. VII. p. 51.

Centimeter beträgt, so dass von irgend einer erheblichen Temperaturerhöhung des Metalles nicht die Rede ist. Ohne deshalb im entferntesten an der bedeutsamen Rolle, welche die verschiedenen Metallcontacte in der Flamme, wie bei jedem Gaselemente, spielen, zweifeln zu wollen, glaube ich doch behaupten zu müssen, dass diese Contacte allein nicht ausreichen, um alle electrischen Erscheinungen an der Flamme zu erklären, und dass man daneben noch eine Eigenelectricität der Flamme annehmen muss, die, wie oben angegeben, für die eigentlich heissen Partien der Flamme das negative Vorzeichen besitzt, für die weiteren Umgebungen der heissen Partien dagegen das positive. Es würde also neben den Contactkräften an den Berührungsstellen der Electroden und der Flamme noch weitere electromotorische Kräfte in der Flamme selbst geben, wodurch die eigentlich heissen Flammenstellen negative Ladung erhalten, während die positive Electricität in die Umgebung der heissen Stellen gedrängt wird. Ob diese electromotorischen Kräfte nun, wie Pouillet glaubte, von dem Verbrennungsacte selbst oder von irgend einem anderen in der Flamme spielenden Processe herrühren, das ist für die vorliegende Untersuchung gleichgültig.

§. 3.

Eine negative Eigenelectricität in den eigentlich heissen Flammentheilen würde, wie eingangs bemerkt wurde, die sogenannte positive Unipolarität der Flamme oder den Uebergangswiderstand, den die negative Electricität beim Eintritt in die Flamme findet, ohne weiteres erklären, da die heissen Flammentheile für die electrische Leitung natürlich die allein entscheidenden[1]) sind und diese also, selbst mit negativer Eigenelectricität geladen, von der positiven Electrode leichter die äussere electrische Be-

1) Man vergleiche den sehr lehrreichen Versuch des Hrn. Hittorf, Pogg. Ann. CXXXVI. p. 229. Nr. 62.

wegung in sich aufnehmen. Man hat dabei einfach zu denken, dass die geladenen Flammengase als leicht bewegliche Körper der durch die Potentialdifferenz an beiden Electroden dargestellten electrischen Triebkraft unterliegen und deshalb von der negativen Electrode fort und zu der positiven hin gedrängt werden.

Von besonderer Bedeutung dürfte aber weiter diese Auffassung dadurch werden, dass sie auch die übrigen eigenthümlichen Eigenschaften der Flammenleitung, die sonst völlig isolirt unter all unseren Erfahrungen auf electrischem Gebiete stehen, ungezwungen zu erklären im Stande ist. Dahin gehört vor allem die von Hrn. Hankel[1]) und von Hrn. Hittorf[2]) constatirte Thatsache, dass der sogenannte Uebergangswiderstand an der negativen Electrode wächst mit der electromotorischen Kraft der angewandten Batterie. Ich suchte diesen Punkt zunächst über die engeren, bisher eingehaltenen Grenzen hinaus experimentell zu verfolgen und verglich zu dem Zwecke in zahlreichen Messungen den Flammenwiderstand im galvanischen Strome mit dem für Inductionsströme geltenden. Diese Messungen haben zu sehr lehrreichen Resultaten geführt. Zu ihrer Ausführung benutzte ich ein Spiegelgalvanometer, welches ich für die verschiedensten Anwendungen hatte construiren lassen und an dieser Stelle kurz zu beschreiben mir erlaube.

Die Fig. 1 Taf. IV gibt eine Ansicht des Instrumentes. Dasselbe besitzt im ganzen eine Höhe von 64 Ctm.; das Gehäuse des Multiplicators, welches beim Gebrauche durch Holzschieber ganz geschlossen wird, hat eine Höhe von 19 Ctm., eine Breite von 22 Ctm. und eine Tiefe (senkrecht gegen die Ebene der Windungen) von 18 Ctm. Jeder der kräftigen Magnete des astatischen (stets gemeinsam bewegten) Paares bildet einen Cylinder von 10 Ctm. Länge und 11 Mm. Basisdurchmesser. Die

1) Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. VII. p. 72.
2) Pogg. Ann. CXXXVI. p. 233.

Anwendung so langer, kräftiger Magnete bietet manche Vortheile. Einmal ist für definitive Ablenkungen bei einem annähernd astatischen Paare nicht nur, wie auch bei einem einfachen Magnete, die Empfindlichkeit der Einstellung, sondern im allgemeinen auch die Grösse der Ablenkung wesentlich vom Momente der Magnete abhängig und dieses ist für gestreckte Magnete stets grösser als für gedrungene bei gleicher Masse. Dann aber sind derartige kräftige Magnete von etwaigen Störungen in der Suspension, sowie von Veränderungen der magnetischen Momente weit unabhängiger und halten deshalb in ausgezeichneter Weise ihre Ruhelage ein. Endlich ist, wenn es auf kräftige Dämpfung ankommt, dieselbe mit solchen Magneten besser zu erzielen (wobei daran gedacht wird, dass die dämpfenden Metallmassen natürlich in derselben Art, wie die Drahtwindungen, angebracht sind).

Der mit dem Magnete verbundene Spiegel ist, wie es die grösser gezeichnete Fig. 2 direct erkennen lässt, einfach mit der Hand unter ziemlicher Reibung um eine verticale und dann weiter mit einer feinen Schraube um eine horizontale Axe drehbar. Die Umgebung *b* des Spiegels wird beim Gebrauche des Apparates durch einen hohlen Messingcylinder, der nur an einer Seite eine Spiegelglasscheibe trägt, vollständig abgeschlossen. Für die Suspension dienen einige Coconfäden, welche über eine Schraube *c* führen, die vermittelst einer Ueberwurfschraube festgelegt werden kann. Sind die herabhängenden Coconfäden einmal central gerichtet, so bleiben sie in dieser Richtung, wenn man auch durch Drehung der Schraube die Magnete senkt oder hebt. Die Träger der Schraube sind mit einem Torsionskreis *d* verbunden.

Was den Multiplicator betrifft, der der Empfindlichkeit wegen in gestreckter Gestalt gewählt wurde, so sollte der Apparat auch als Differentialgalvanometer für die verschiedensten Zwecke dienen, und ist deshalb der Multiplicatorrahmen durch ein nahezu 3 Mm. dickes Stück Hartgummi *ee* in zwei völlig isolirte Hälften zerlegt. Auf

jede Hälfte sind der Reihe nach aufgewickelt: 2500 Windungen weichen umsponnenen Kupferdrahtes von 0.2 Mm. Durchmesser; 28 Windungen besten mit Guttapercha überzogenen Kupferdrahtes von 1.65 Mm. Durchmesser; 269 Windungen doppelt mit Seide besponnenen Kupferdrahtes von 1 Mm. Durchmesser. Die Widerstände der Windungen betragen bei 20° C.: für die 2500 Windungen im Durchschnitt 346 Siemens-Einheiten, für die 269 Windungen etwa 2.9 S.-E. und für die 28 Windungen kaum 0.1 S.-E. Die 4 Enden der Guttaperchadrähte führen, mit Ausnahme des eingeklemmten äussersten Endes ganz von Guttapercha bedeckt, an die Klemmen *f*, die überall abgerundet gearbeitet und in je drei übereinanderliegenden Hartgummistücken sorgfältig isolirt befestigt sind. Die Enden der mit Seide besponnenen Drähte dagegen führen zu den 8 Klemmen *g* und *h*. Diese Klemmen sind mit den Klemmen *i* und *k* des seitlich aufgestellten Stöpselumschalters, Fig. 3, verbunden, und kann man mit Benutzung von höchstens 6 Messingstöpseln in den Löchern *l*, *m*, *n* der getrennten Messingschienen in leicht ersichtlicher Weise jede Combination der 4 Seidendrahtsysteme, sei es in einem Schliessungskreise oder in zwei differentiellen Kreisen, herstellen.

Für differentielle Messungen ist es noch wichtig, die beiden Hälften des Multiplicators in ganz symmetrische Lage zu den Magneten bringen zu können. Das lässt sich bei der Länge der Suspensionsfäden ganz einfach durch ein geringes Corrigiren an der feinen Schraube *o* erreichen, nachdem selbstverständlicherweise die Befestigung des Multiplicatorrahmens von vornherein möglichst symmetrisch gegen die Magnete angeordnet ist. Will man endlich von stärkeren Dämpfungen Gebrauch machen, als sie durch die aus Messing gearbeitete Unterlage der beiden Multiplicatorhälften zu erreichen ist, so kann man einen beigegebenen, mit isolirendem Ueberzuge versehenen Kupferring benutzen, der sich noch bequem in den Hohlraum des Multiplicatorrahmens einschieben lässt.

Die Empfindlichkeit dieses Galvanometers ist also durch Benutzung der verschiedenen Drahtsysteme ungefähr innerhalb der Grenzen 1 bis 200 für einfache Stromkreise und 1 bis 100 für differentielle Stromkreise zu variiren und ist bei Anwendung der gesammten 5594 Windungen eine sehr grosse. Dabei ist die Reduction der Werthe der einzelnen Drahtsysteme auf einander in schärfster Weise durchzuführen, da bei Vergleichungen in diesem Sinne höchstens Sprünge von 1 zu 5 vorkommen.

Verfertigt wurde das Galvanometer in vortrefflicher Weise von Hrn. Mechaniker Waibler in Darmstadt.

§. 4.

Mit Hülfe dieses Apparates habe ich eine grössere Zahl von Messungen über die in ihren Werthen bisher noch unbekannten Widerstände einer nichtleuchtenden Bunsen'schen Flamme, welche weder besonders isolirt, noch besonders abgeleitet war, angestellt und dieselben auf Drahtwiderstände (mit weniger empfindlichen Windungssystemen des Galvanometers gemessen) reducirt. Ich wollte dabei, wie bemerkt, zunächst die Flammenwiderstände vergleichen, einmal für Ströme, die galvanisch von vier Grove'schen Elementen geliefert wurden, und dann für die Inductionsströme eines grossen Stöhrer'schen Inductors, wenn in dessen primären Kreis dieselben vier Elemente eingeschaltet waren. Die Electroden bestanden aus zwei sehr kräftigen, rechteckigen Platinblechen von 58 Mm. Länge und 15.5 Mm. Breite, die an rückwärts anliegenden langen Platindrähten von reichlich 1 Mm. Durchmesser mittelst dünnerer Platindrähte befestigt waren. Die dicken Platindrähte waren am oberen Ende der Bleche umgebogen und reichten bis zu 200 Mm. ausserhalb der Flamme. Alles, was mit der Flamme irgendwie in Berührung kam war auf diese Weise Platin. Die Bleche wurden dann bei allen zuvörderst zu erwähnenden Versuchen der Länge nach vertical in der gleichen, ziemlich tiefen Flammenlage

möglichst symmetrisch gegen die Flamme so gestellt, dass sie sich ihre freien Flächen zukehrten.

Im galvanischen Strome zunächst zeigte sich der Flammenwiderstand anfangs ziemlich kräftig wachsend in dem Maasse, als die Platinbleche durch Aufnahme von Kohlenstoff in der bekannten Weise ihre Oberfläche veränderten und matt wurden. Bald aber waren viel constantere Zustände erreicht und habe ich wesentlich für diese die Vergleichungen der galvanischen und der Inductionsströme vorgenommen. Wenige Beispiele mögen genügen, um daran die Besprechung anzuknüpfen. Die dabei angegebenen Distanzen der Bleche sind nur als rohe durchschnittliche Werthe anzusehen; man wird finden, dass es für den Zweck der vorliegenden Messungen gar nicht auf eine genauere Beachtung dieses Umstandes ankam.

Versuchsreihe 1.

Durchschnittliche Distanz der Bleche 13 Mm., die Stellung also schon näher den äusseren, weniger gut glühenden Flammentheilen.

Widerstand	Siemens-Einheiten.	
im galvanischen Strome . . .	36 450 000	
„ Schliessungsinductionsstrome		123 190 000
„ galvanischen Strome . . .	38 440 000	

Distanz 2 bis 3 Mm.

Widerstand		
im galvanischen Strome . . .	17 050 000	
„ Schliessungsinductionsstrome		38 490 000
„ galvanischen Strome . . .	16 910 000	

Distanz 6 Mm., schönstes Glühen der Bleche.

Widerstand		
im galvanischen Strome . . .	15 930 000	
„ Schliessungsinductionsstrome		59 220 000
„ galvanischen Strome . . .	14 480 000	
„ Oeffnungsinductionsstrome, der mit lebhaftem Funken durchgeht		24 770

Versuchsreihe 2.

An einem anderen Tage gemacht. Distanz 9 Mm.

Widerstand		Siemens-Einheiten.
im galvanischen Strome . . .	20 500 000	
„ Schliessungsinductionsstrome		148 610 000
„ galvanischen Strome . . .	20 690 000	

Distanz etwa 3 Mm., nicht so schönes Glühen der Bleche, wie eben.

Widerstand		
im galvanischen Strome . . .	29 690 000	
„ Schliessungsinductionsstrome		102 750 000
„ galvanischen Strome . . .	28 950 000	

Versuchsreihe 3.

An einem anderen Tage gemacht. Distanz 12 Mm., weniger gutes Glühen.

Widerstand im galvan. Strome 36 340 000

Distanz circa 2 Mm.

Widerstand im galvan. Strome 28 240 000

Distanz 8 Mm., schönstes Glühen.

Widerstand im galvan. Strome 25 200 000

Distanz 2—3 Mm., nicht so schönes Glühen.

Widerstand im galvan. Strome 29 690 000

Versuchsreihe 4.

An einem anderen Tage gemacht. Distanz 13 Mm.

Widerstand		
im Schliessungsinductionsstrome		133 200 000
Distanz 8 Mm.		
„ Schliessungsinductionsstrome		95 100 000
Distanz circa 1 Mm.		
„ Schliessungsinductionsstrome		33 280 000
„ galvanischen Strome . . .	26 140 000	
Distanz 10 Mm.		
„ galvanischen Strome . . .	24 130 000	

Versuchsreihe 5.

An einem anderen Tage gemacht. Distanz etwa 2 Mm.

Widerstand		Siemens-Einheiten.
im Schliessungsinductionsstrome		39 160 000
„ galvanischen Strome . . .	27 440 000	
Distanz 9 Mm., schönstes Glühen.		
„ galvanischen Strome . . .	16 600 000	
„ Schliessungsinductionsstrome		73 970 000
„ galvanischen Strome . . .	16 090 000	

In diesen Versuchen sind die absoluten Zahlenwerthe für die grössten Widerstände in einigen Inductionsströmen nur als ungefähr richtig anzusehen, da die zugehörigen Galvanometerablenkungen nur mehr eine geringere Anzahl von Scalentheilen betrugen. Für den Vergleich können jedoch die Zahlen noch unbedingt benutzt werden. Die Ablenkungen im galvanischen Strome entsprechen stets einer beträchtlichen Zahl von Scalentheilen. Ich versäume nicht hinzuzufügen, dass der Inductionsapparat bei diesen Versuchen gegenüber dem Galvanometer so stand, wie es auch bei einer früheren Arbeit[1]) eingerichtet war, und dass sein Eisenkern nicht den allergeringsten Einfluss auf das Galvanometer übte. Sämmtliche Zahlen sind ferner durch wiederholte Messungen an abwechselnd gerichteten (bei den Inductionsströmen durch Vertauschen der Inductionsdrähte) Strömen gefunden worden, so dass die Einflüsse der Eigenströme der Flamme, die infolge einer unsymmetrischen Anordnung der Bleche auftreten könnten, eliminirt sind. Diese Einflüsse, vielfach direct aufgesucht, zeigten sich übrigens auch durchweg äusserst gering.

Man wird aus den wenigen vorstehenden Beispielen ersehen, dass die Flammenleitung im galvanischen und im Schliessungsinductionsstrome auf ganz verschiedene Weise erfolgt. Während für den galvanischen Strom die Distanz der Bleche ziemlich gleichgültig ist und es wesent-

1) Pogg. Ann. CLIX. p. 63.

lich auf den Zustand des Glühens ankommt, wird beim Inductionsstrome die Leitung durch verringerte Distanzen ganz bedeutend erleichtert. Hieraus ist zu schliessen, dass wenigstens zum Theil die Electricitätsausgleichung im Inductionsschliessungsstrome durch eine schwache Entladung erfolgt. Kräftige Entladungen mit schöner Funkenbildung gibt natürlich der Inductionsöffnungsstrom. Da letztere Entladungen hier nur des Vergleiches mit den Schliessungsströmen halber ein Interesse haben, so habe ich von allen gemachten Versuchen oben nur ein Beispiel angeführt. Alle anderen Versuche würden zu einem ähnlichen Ergebnisse führen. Danach geht im Oeffnungsstrome einige tausendmal mehr Electricität durch, als im Schliessungsstrome, welch letzterer also eine eigenthümlich schwache Entladung darbietet.

Dem gegenüber möge zu einem nicht uninteressanten Vergleiche noch das Resultat einiger Versuche dienen, die ich für den Electricitätsdurchgang durch verdünnte Gase hinzufügte. Ein barometerähnliches Rohr von 5 Mm. lichtem Durchmesser mit oben eingeschmolzenem Platindraht enthielt über Quecksilber Luft von 5 bis 10 Mm. Quecksilberdruck. Bei einer Distanz von ungefähr 1 Mm. zwischen der Spitze des eingeschmolzenen Platindrahtes und der Quecksilberfläche fanden dieselben oben benutzten Inductionsströme, die hier beide natürlich mit Lichterscheinung durchgingen, durchschnittlich die folgenden Widerstände: der Schliessungsstrom, welcher leicht nur für negativen Platindraht durchging, 340 000 Siemens-Einheiten; der Oeffnungsstrom 31 000 Siemens-Einheiten. (Der galvanische Strom geht durch eine solche Vorrichtung natürlich absolut nicht). Der Oeffnungsstrom überwiegt hier also den Schliessungsstrom nur etwa um das Zehnfache. Der Schliessungsstrom selbst ist mindestens hundertmal stärker hier im verdünnten Gase, als in der Flamme.

Für die Verhältnisse des galvanischen und des Schliessungsinductionsstromes in der Flamme kann endlich noch folgende 6. Versuchsreihe erwähnt werden. Die beiden

dicken Platindrähte sollten selbst als Electroden dienen und verliefen in heissester Flammenlage symmetrisch parallel in horizontaler Richtung mit einer Distanz von ungefähr 1 Mm. Dann wurde gefunden:

Widerstand	Siemens-Einheiten.	
im galvanischen Strome . . .	156 500 000	
„ Schliessungsinductionsstrome		184 900 000
„ Oeffnungsinductionsstrome		43 800

Wenn also nach all diesem der Schliessungsinductionsstrom in der Flamme wenigstens zum Theile durch eine Entladung erfolgt und dennoch die gesammte Bewegung dieses Stromes einen viel grösseren Widerstand findet, als schwache galvanische Ströme, so gilt letzteres also sicher in allerstärkstem Maasse für denjenigen Antheil des Schliessungsstromes, der etwa in ähnlicher Art wie ein galvanischer Strom, sich ausgleicht. Das Wachsen des Flammenwiderstandes mit gesteigerter electromotorischer Kraft ist also bis zu diesen Grenzen in ausgeprägtester Weise gültig.

Dieses vereinzelt dastehende Verhalten hat nun bisher in keiner Weise irgend eine Erklärung gefunden. In allen anderen Fällen, wo nicht einfach das Ohm'sche Gesetz Anwendung hat (also namentlich bei der galvanischen Polarisation und bei Entladungen), erfolgen die electrischen Ausgleichungen relativ leichter mit gesteigerter electromotorischer Kraft; so ist es selbstverständlich auch bei den wesentlich in Entladungsart erfolgenden Oeffnungsinductionsströmen in der Flamme. Es wird zur Erklärung hier also ein ganz neuer Gesichtspunkt heranzuziehen sein und der scheint in einfacher Weise durch die Annahme einer negativen Eigenelectricität in den heissen, also eigentlich wirksamen Flammentheilen gegeben zu sein. Es ist unter dieser Voraussetzung an der negativen Electrode für die Flammengase eine Abstossungskraft thätig, die mit der Differenz der Potentialwerthe auf beiden Electroden steigt. Das ist also der mit der electromotorischen Kraft wach-

sende Uebergangswiderstand für die electrische Bewegung. An der positiven Electrode findet allerdings aus denselben Gründen eine um so bessere Ableitung statt, je grösser die Differenz der Potentialwerthe ist. Indessen kommt es hier, wie bei jeder mehr stationären electrischen Strömung, für die gesammte übergehende Electricitätsmenge wesentlich auf die Stelle des grössten Widerstandes, d. i. also die negative Electrode an. Dass den Vorgängen an den Electroden gegenüber die electrische Bewegung innerhalb der Flamme selbst relativ leicht erfolgt, ist eine durch alle früheren und auch durch die hier vorliegenden Versuche constatirte Thatsache, deren Erklärung in ähnlicher Weise zu geben sein wird, wie ich es für die Leitungen der Metalldämpfe andeutete.[1])

§. 5.

In dem vorhin behandelten Falle war die Abstossung der negativ geladenen Flammengase von der negativen Electrode dadurch variirt worden, dass die Electroden bis zu verschiedenen Potentialdifferenzen geladen wurden. Man kann nun weiter auch die Variationen dieser Abstossung studiren, die umgekehrt durch verschiedenen Ladungszustand der Flammengase hervorgerufen werden. Es ist hier aber wohl zu beachten, dass man den Ladungszustand der inneren Flammengase nicht dadurch wesentlich wird verändern können, dass man etwa die Lampe mit dem einen Pole einer andererseits zur Erde abgeleiteten Batterie verbindet, wie es Hr. Hankel in einer besonderen Versuchsreihe[2]) einrichtete. Eine so zugeführte Spannung wird sich (nach der in der Hauptsache auch hier anwendbaren Potentialtheorie für Leiter) sicherlich grösstentheils in den äusseren Flammentheilen verbreiten und kann deshalb allerdings an Drähten, die von aussen in die Flamme führen, gemessen werden; sie wird jedoch nicht auf die

1) Pogg. Ann. CLIII. p. 418.
2) Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. VII. p. 44.

Verhältnisse der für die gegenwärtige Untersuchung allein entscheidenden inneren Flammentheile einen irgend erheblichen Einfluss haben können. Um mit verschiedenen Ladungszuständen der inneren Flammengase zu arbeiten, ist man vielmehr auf die in der Flamme selbst spielenden Vorgänge angewiesen und wird dem früher Gesagten zufolge verschiedene Flammenlagen benutzen. Für solche habe ich nun in einer Anzahl von Versuchen die Widerstände mit einander verglichen. Dabei wurden die Platinbleche mit ihrer Längsausdehnung theils vertical, theils horizontal verwandt. Ich gebe einige Beispiele für die durch diese Versuche gewonnenen Resultate.

Versuchsreihe 7.

Die Bleche vertical. Distanz ihrer zugewandten Flächen circa 6 Mm. Die glühende Flamme hat eine Höhe von etwa 20 Ctm. Unteres Ende der Bleche 6 Ctm. über der unteren Flammengrenze; schönstes Glühen,

Widerstand im galvanischen Strome von 4 Grove'schen Elementen . . . . 16 310 000 S.-E.

Jetzt die Bleche durch Heraufrückung der Lampe 1 Ctm. über der unteren Flammengrenze; kaum so gutes Glühen,

Widerstand . . . 12 210 000 S.-E.

Bleche wieder 6 Ctm. hoch, schönstes Glühen,

Widerstand . . . 19 230 000 S.-E.

Bleche 1 Ctm. hoch, weniger gutes Glühen,

Widerstand . . . 10 550 000 S.-E.

Versuchsreihe 8.

Die Bleche horizontal und deshalb mit geringerer Oberfläche in der Flamme. Distanz ihrer zugewandten Flächen 7 Mm. Unteres Ende der Bleche 10 Ctm. über der unteren Flammengrenze, sehr schönes Glühen,

Widerstand 61 270 000 S.-E.

Bleche 6.5 Ctm. hoch, Widerstand 59 000 000 „

„ 1 „ „ glüht entschieden schlechter,

Widerstand 46 500 000 S.-E.

Bleche	2	Ctm. hoch,	mässiges Glühen,	
			Widerstand 58 000 000	S.-E.
„	1	„ „	schlechteres Glühen,	
			Widerstand 48 450 000	„
„	3	„ „	schönes Glühen,	
			Widerstand 62 260 000	„
„	6	„ „	sehr schönes Glühen,	
			Widerstand 65 800 000	„
„	$9^1/_2$	„ „	sehr schönes Glühen,	
			Widerstand 65 400 000	„
„	1	„ „	schlechteres Glühen,	
			Widerstand 49 910 000	„

Oder, wenn nicht nach der Reihenfolge der Versuche, sondern nach den Distanzen vom unteren Flammenende ab geordnet wird, im Mittel:

Distanz	1	Ctm.	48 300 000	S.-E.
„	2	„	58 000 000	„
„	3	„	62 260 000	„
„	6	„	62 400 000	„
„	10	„	63 330 000	„

Noch ausgeprägter ist die folgende

Versuchsreihe 9.

Höhe der sichtbaren Flamme $22^1/_2$ Ctm. Bleche horizontal.

Unteres Ende der Bleche über der unteren Flammengrenze

8	Ctm.,	schönes Glühen, Widerstand	62 600 000
2	„	schlechteres Glühen, „	41 400 000
1	„	noch weniger Glühen, „	37 200 000
11	„	Spitze des inneren Flammenkegels ziemlich an der unteren Blechgrenze, schönstes Glühen, Widerstand .	70 600 000
(15	„	noch ziemlich gutes Glühen, Widerstand	93 400 000)

Bei sämmtlichen Messungen dieser Art wurden nicht die höchsten unruhigen, sondern nur ruhige und constante

Flammenlagen benutzt, wie aus den angegebenen Dimensionen erhellt. Die wenigen vorstehenden Beispiele aus einer grösseren Zahl ebenso verlaufener Versuche mögen genügen, um zu zeigen, dass in den mittleren heissesten Flammentheilen, welche die stärkste negative Eigenelectricität besitzen, trotz des besseren Glühens der Bleche ein entschieden grösserer Widerstand herrscht, als in den tiefen Lagen, wo die Eigenelectricität der Flamme nicht so stark ausgebildet ist. Bedenkt man dabei, dass in ungefähr gleicher Flammenlage, wie sie in den überhaupt kräftig glühenden Flammentheilen derselben Höhe gegeben ist, nach den zuerst mitgetheilten Versuchen besseres Glühen der Bleche eine bessere Leitung bedingt, so spricht das jetzt gewonnene Resultat also mit grosser Entschiedenheit dasselbe aus, wie das des vorigen Paragraphen.

Das allerletzte eingeklammerte Beispiel der 9. Versuchsreihe, welches einen bereits über die heisseste Flammenlage nach oben hinausgehenden Fall betrifft, zeigt offenbar den die Leitung abschwächenden Einfluss eines minder lebhaften Glühens, während man dort wohl noch nicht, wie in tiefen Flammenlagen, den günstigen Einfluss einer erheblich geringeren Eigenelectricität thätig haben wird. Die letztere wird sich vielmehr, aus den nur wenig unterhalb liegenden heissesten Partien durch die Bewegung der Flammengase weitergeführt, noch ziemlich unvermindert auch in dieser Lage vorfinden. Deshalb ergibt sich hier also aus zwei Gründen ein so starker Widerstand.

§. 6

Ein letzter Punkt von Bedeutung ist der von Hrn. Ferd. Braun ausführlich untersuchte[1]), dass bei ungleicher und deshalb einen Strom erzeugender Anordnung der Electroden im allgemeinen ein noch hinzugefügter galvanischer Strom leichter durch die Flamme geht, wenn

1) Pogg. Ann. CLIV. p. 488.

er dem Eigenstrom der Flamme, der infolge ihrer Contacte mit den Electroden (theils als thermoelectrischer, theils als hydroelectrischer Strom) entsteht, entgegengerichtet ist. Auch bei meinen Versuchen ist dieses Verhalten einigemal unbeabsichtigter Weise zum Ausdruck gekommen und hat sich dann jedesmal bestätigt. Es zeigte sich alsdann übrigens noch weiter, dass das arithmetische Mittel des Flammenwiderstandes für den galvanischen Strom, letzteren einmal im Sinne und das andere mal entgegengerichtet gegen den Flammencontactstrom genommen, entschieden kleiner war, als wenn bei ganz symmetrischer Anordnung der Electroden der Strom unter sonst gleichen Umständen durchging, ohne einen bereits vorhandenen Strom der Flamme anzutreffen.

Solche Ungleichheiten in der Anordnung der beiden Electroden können übrigens, wenn man, um die Verhältnisse nicht zu sehr zu compliciren, in derselben Flammenhöhe operirt und natürlich beide Bleche glühend anwendet nicht sowohl durch verschiedene Stellung, als vielmehr durch verschiedene Beschaffenheit der Bleche entstehen, und deshalb habe ich diese Fälle nur einigemal zufällig beobachtet. Schliesslich habe ich aber von den zuvor ein wenig gereinigten Blechen ein paar Male bloss das eine vor dem Stromesdurchgang kräftig geglüht und dadurch beide vorübergehend etwas ungleichartig gemacht. Auch in diesem Falle trat mit dem Contactstrom der Flamme die durchschnittliche bessere Leitungsfähigkeit für einen galvanischen Strom ein, obschon doch früher constatirt war, dass die Verkohlung des Platins bei längerem Glühen die Flammenleitung verschlechtert, wenn sie an beiden Blechen in der gleichen Weise erfolgt ist. Zum Beweise möge ein einziges Beispiel genügen.

Versuchsreihe 10.

Beide Bleche in angenähert symmetrischer Anordnung, Distanz ihrer Flächen von einander 6 Mm. Ziemlich tiefe Flammenlage. Verhältniss der Stromstärken für

den äusseren galvanischen Strom im einen und anderen Sinne $\frac{397}{343}$. Durchschnittlicher Widerstand der Flamme 15 650 000 S.-E.

Jetzt das eine Blech allein kräftig und lange geglüht, alsdann wieder möglichst die vorige Anordnung. Verhältniss der Stromstärken $\frac{342}{576}$, durchschnittlicher Widerstand 12 620 000 S.-E.

Jetzt das andere Blech allein ebenso lange geglüht, so dass beide Bleche wieder nahezu gleichartig waren, dann wieder die vorige Anordnung. Verhältniss der Stromstärken $\frac{375}{345}$, durchschnittlicher Widerstand 16 100 000 S.-E.

Es ist leicht ersichtlich, wie diese Verhältnisse sich dem Früheren ähnlich erklären lassen. Setzt man voraus, etwa das mit bestimmten Flammengasen bedeckte Blech I sei positiv gegen das in der Flamme anderswerthige Blech II, so wird der positive Eigenstrom in der Flamme von Blech I zu Blech II, im aussen angebrachten Galvanometer dagegen von Blech II zu Blech I fliessen. Die Flammengase sind also, soweit es nur auf diese Contacte ankommt, in der Nähe des Bleches I positiver, als in der Nähe des Bleches II. Kommt nun weiterhin der Strom einer galvanischen Batterie hinzu, welcher dem Flammencontactstrome entgegengerichtet sein möge, so wird hierdurch am Bleche II ein positives und am Bleche I ein negatives Potential hervorgerufen. Das wirkt also an beiden Blechen günstig auf die Ableitung ein. Ist der galvanische Strom dagegen dem Flammencontactstrome gleichgerichtet, so macht er für sich das Blech I positiv und das Blech II negativ und erschwert sich dadurch an beiden Stellen die Ableitung. Man kann diese beiden Fälle auch gerade so auffassen, als wenn im Falle gleichgerichteter Ströme im ganzen eine grössere Potentialdifferenz thätig wäre, im Falle entgegengesetzt gerichteter dagegen eine kleinere, als für den Normalfall der Abwesenheit des Flam-

mencontactstromes. Im ersteren Falle muss daher nach §. 4 der Flammenwiderstand grösser sein. Das Resultat, dass das arithmetische Mittel der Widerstände für den ersten und zweiten Fall kleiner ist, als der Widerstand des Normalfalles, bedeutet dann einfach, dass die Zunahme des Flammenwiderstandes langsamer erfolgt, als die Zunahme der electromotorischen Kraft; und das ist ja beinahe selbstverständlich und übrigens hinreichend experimentell constatirt.

Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, dass man in dem complicirteren Falle, wo ausser den verschiedenwerthigen Contacten der Electroden mit der Flamme noch eine wesentlich verschiedene Eigenelectricität der Flamme (die unabhängig von den Electrodencontacten zu denken ist) in der Umgebung der beiden Electroden vorliegt, zu der hier besprochenen Wirkung noch die der Eigenelectricität der Flamme hinzuzufügen hat. Eine verschiedene negative Eigenelectricität in der Nähe der beiden Electroden würde nämlich, ganz für sich betrachtet, gleichfalls einen Strom geben. Da hierfür aber die electromotorische Kraft nicht an den Electroden, sondern dazwischen in den Flammengasen selbst ihren Sitz hat und dort also die Niveaudifferenzen des Potentiales liegen, so ist von diesem Strome her an der Austrittselectrode aus der Flamme ein mehr positiver Charakter der Flammengase anzunehmen, also ein gerade entgegengesetztes Verhalten, wie bei dem vorhin besprochenen Contactstrom der Flamme. Diesen Fall, der sich also auch nothwendigerweise im Endresultate compliciren muss, habe ich deshalb in den oben angegebenen Versuchen möglichst vermieden.

Man könnte nun von demselben Gesichtspunkte aus noch manche der weiteren Specialitäten, die an der Flammenleitung beobachtet sind, relativ einfach erklären. Ich unterlasse das jedoch, weil diese Punkte bis jetzt eine weniger generelle Bedeutung haben. Nach allem Vorstehenden wird es also gerechtfertigt erscheinen, wenn ich den sogenannten negativen Uebergangswiderstand für die

Flamme nicht als eine wesentliche, sondern nur als eine secundäre electrische Erscheinung ansehe und glaube, dass dieser Fall keine Ausnahme von dem Satze bildet, wonach von geladenen Conductoren die Electricität, sei es an die Substanz der Conductoren oder an angrenzende Gasmolecule gebunden, leichter austritt, wenn sie negativ ist, als wenn sie positiv ist.

§. 7.

Ehe ich nun die allgemeine Bedeutung dieses Satzes von der leichteren Beweglichkeit der negativen Electricität etwas näher bespreche, möchte ich zuvor noch zwei einzelne hierher gehörige Fälle erwähnen und daran etwa zu knüpfende Zweifel heben.

Zunächst hat bekanntlich Biot[1]) und später Hr. Warburg[2]) übereinstimmende Zerstreuungscoefficienten für positive und negative Electricität gefunden. Belli[3]) gibt dagegen an, dass von einem kräftig geladenen Conductor die negative Electricität sich schneller zerstreut habe, und ebenso, dass eine negative Spitze mehr Electricität in die Luft ausströme. Die letzteren vielleicht nicht mit der nöthigen Vorsicht ausgeführten[4]) Versuche hat Faraday[5]) sorgfältiger wiederholt und hält sie noch nicht für genügend, weil er weniger auffallende Resultate gefunden habe. Aus alledem geht hervor, dass, soweit überhaupt bei der Zerstreuung Unterschiede der Electricitäten beobachtet sind, dieselben zu Gunsten des leichteren Austrittes der negativen Electricität ausfielen. Keinenfalls findet das Umgekehrte statt, wenn auch vielleicht diese langsam vor sich gehenden electrischen Ausgleichungen überhaupt wenig geeignet erscheinen, um die Unterschiede der beiden Electricitäten deutlich zu zeigen.

1) Traité de phys. II. p. 258.
2) Pogg. Ann. CXLV. p. 596.
3) Pogg. Ann. XL. p. 73.
4) Man sehe Peltier in den Ann. d. chim. et phys. LXII. p. 422.
5) Exper. Unters. Nr. 1521. Pogg. Ann. XLVIII. p. 285.

Einen anderen Fall hat Hr. Hittorf[1]) angegeben. Hiernach tritt die Entladung einer galvanischen Batterie von mehreren hundert Elementen von selbst ein und bildet darauf zwischen den etwas getrennten Electroden der sich Voltabogen aus, wenn man die Verhältnisse an der negativen Electrode (durch Umgebung derselben mit dem gutleitenden Kaliumdampf) besonders günstig macht. Hr. Hittorf schliesst daraus, dass auch für diese Entladung einer grossen galvanischen Batterie ähnlich, wie für die Flammenleitung, ein besonderer Widerstand an der negativen Electrode existire. Indessen ist hier doch wohl zu beachten, dass man es für die Einleitung des Voltabogens nicht entfernt mit einer constanten electrischen Bewegung zu thun hat, sondern mit einer ausgesprochenen Entladung. Für Entladungen aber kommt es stets darauf an, was an der Stelle geschieht, wo die Entladung am leichtesten ihren Anfang nimmt. Schafft man an dieser Stelle günstigere Verhältnisse im Sinne einer Entladung, macht man also z. B. diese Stellen in der Oberfläche schärfer gekrümmt (spitzer) und erhöht dadurch caeteris paribus den Werth des Differentialquotienten des Potentials nach der Oberflächennormale, oder erhitzt man diese Stelle oder auch umgibt man sie mit Gasen, welche die Entladung erleichtern, so erfolgt überhaupt die Entladung leichter, resp. reichlicher. Denn bei einer Entladung kommt alles auf den Beginn derselben an. Sind die Electricitäten einmal von der hierfür geeignetsten Stelle ausgetreten, so erhöhen sie durch Annäherung an die gegenüberstehenden Stellen die dortigen Werthe für die Differentialquotienten des Potentials nach der Oberflächennormale, deren Quadrate die nach aussen gerichteten Druckkräfte darstellen, sofort derartig, dass ein allseitiger electrischer Ausgleich die Folge ist.

Für irgendwie stationäre electrische Strömungen ist die Sachlage natürlich eine durchaus andere. Bei

1) Pogg. Ann. Jubelbd. p. 444.

diesen kommt es für die durchfliessenden Electricitätsmengen wesentlich darauf an, dass die bereits vorhandene electrische Bewegung nicht durch das Entgegentreten grosser Widerstände zu sehr in Wärmebewegung umgesetzt werde. Man wird für diese Strömungen also natürlich die grössten Intensitäten erhalten, wenn man an den Stellen des überhaupt grössten Widerstandes die Verhältnisse günstiger gestaltet, wenn man also z. B. an diesen Stellen grosse Querschnitte wählt oder, wie bei der Flammenleitung für den galvanischen Strom, besser ableitende Gase an die Electrode des grössten Widerstandes bringt.

Der erwähnte Versuch des Hrn. Hittorf gibt hiernach geradezu einen weiteren Beleg für den besprochenen Satz von der leichteren Beweglichkeit der negativen Electricität und zeigt, dass diese leichtere Beweglichkeit auch bei der Entladung einer grossen galvanischen Batterie gilt.

Ich erlaube mir nunmehr diejenigen Fälle zusammenzustellen, wo dieser Satz entweder mit Sicherheit nachgewiesen oder wenigstens wahrscheinlich gemacht ist. Es sind das die folgenden:

1) Für die Gasentladungen der Holtz'schen Maschine, die durch Röhren mit verdünnten Gasen hindurch erfolgen, haben die Herren Wiedemann und Rühlmann[1]) in bestimmter Weise gezeigt, dass die negative Entladung zu ihrer Einleitung eines kleineren Potentials (resp. einer kleineren Dichtigkeit) bedarf, als die positive.

2) Für die Entladung einer galvanischen Batterie von mehreren hundert Elementen sagt der vorhin besprochene Versuch des Hrn. Hittorf[2]) dasselbe aus.

3) Für die Leitung des galvanischen Stromes durch erhitzten (auf 290—400°) Quecksilberdampf habe ich[3]) nachgewiesen, dass der Hauptwiderstand bei dieser Leitung sich an der positiven Electrode vorfindet.

---

1) Pogg. Ann. CXLV. p. 381. (1872.)
2) Pogg. Ann. Jubelbd. p. 444. (1874.)
3) Pogg. Ann. CLI. p. 374. (1874.)

4) Der vorigen Nummer entsprechen völlig die längst bekannten Erfahrungen am Voltabogen, bei dem die positive Electrode eine stärkere Erhitzung erfährt.[1])

5) Für die einfachsten Fälle der mannichfaltigen interessanten Versuche, welche Hr. Hittorf[2]) über Entladungen des Inductionsapparates durch Geissler'sche Röhren der verschiedensten Art ausgeführt hat, ist durch Hrn. Wiedemann[3]) von dem in Nr. 1 formulirten Gesichtspunkte aus eine wahrscheinliche Erklärung gegeben worden.

6) Für den Inductionsfunken in freier Luft habe ich[4]) nachgewiesen, dass in ihm die negative Electricität leichter von ihrer Electrode aus in Bewegung zu setzen ist, als die positive.

7) In einer ganz kürzlich veröffentlichten Arbeit[5]) habe ich gezeigt, dass die Electricität von stark geladenen Quecksilberflächen auf anliegendes Glas leichter übertritt, wenn sie das negative Zeichen besitzt.

Durch die vorliegende Arbeit endlich ist bewiesen, dass die Flammenleitung keinen Ausnahmefall von dem Satze bildet, wenn auch die hier stattfindenden secundären Vorgänge den eigentlich wesentlichen Unterschied der beiden Electricitäten überdecken.

Es darf demnach von diesem Satze nunmehr wohl ohne Bedenken gesagt werden, dass er eine allgemeine Gültigkeit und damit eine fundamentale Bedeutung hat. In der That, wenn ein charakteristischer Unterschied der beiden Electricitäten sich ausnahmslos durch die mannichfaltigsten Gebiete von Erscheinungen hindurchzieht, so bedeutet das nicht weniger, als dass man die Hypothese zweier nur polar entgegengesetzter Electricitäten fallen lassen muss. Und für charakteristisch muss der hier in

1) Vgl. meine Bemerkungen Pogg. Ann. CLIX. p. 569. (1876.)
2) Pogg. Ann. CXXXVI. p. 1. 197.
3) Ber. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. (12. Febr. 1876.)
4) Pogg. Ann. CLIX. p. 568. (1876.)
5) Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. I. p. 73. (1877.)

Rede stehende Unterschied gehalten werden, so lange er nicht in all den oben zusammengestellten Fällen als durch secundäre Vorgänge bedingt nachgewiesen ist. Ein solcher Nachweis dürfte jedoch sehr wahrscheinlicherweise nicht geführt werden können. Hr. Wiedemann, dem wir nach dem Angeführten zu einem grossen Theile die Constatirung dieses Unterschiedes verdanken, sucht die Möglichkeit einer Erklärung[1]) auch nur in einem wesentlich verschiedenen Verhalten der beiden Electricitäten, nämlich darin, dass die als Electroden benutzten Körper überhaupt die positive Electricität überwiegend anziehen.

Vor der Hand spricht also der Satz von dem leichteren Austritt der negativen Electricität aus den geladenen Körpern in bestimmterer Weise, als es bisher irgend eine experimentelle Thatsache thut, gegen die seit längster Zeit ganz vorwiegend acceptirte Hypothsse von zwei Electricitäten, die im übrigen gleichwerthig nur in einem polaren Gegensatze zu einander stehen.

Indirect würde dann wohl weiter dieser Satz zu Gunsten derjenigen Hypothesen sprechen, die namentlich in neuerer Zeit aufgestellt sind und nur eine Electricität annehmen, wofür in der Regel der Lichtäther gewählt wird. Andere weniger glückliche Speculationen dieser Art übergehend brauche ich hier nur die allgemeinste und in ausgezeichneter Weise durchgeführte Hypothese des Hrn. Maxwell[2]) zu erwähnen. Um jedoch an keine einzelne Hypothese mich zu binden, will ich ganz generell andeuten, was der aufgestellte Satz für all diese Hypothesen heissen würde. Fasst man den positiven Ladungszustand eines Conductors als potentielle Energie derart auf, dass eine von dem Conductor nach aussen gerichtete Tendenz für irgend eine Bewegungsform des Aethers vorhanden ist und versteht folglich unter positiver Entladung die Fortpflanzung dieser Bewegungsform vom Conductor aus, so

1) Pogg. Ann. CXLV. p. 396.
2) Treatise on electr. and magnet. Oxford.

sagt unser Satz aus, dass die Uebertragung dieser Bewegungsform von den compacten Electroden aus an zerstreutere körperliche Aggregate (Gasmolecule oder Electrodenpartikelchen) schwerer erfolgt, als umgekehrt.

Ich darf bei dieser Gelegenheit hervorheben, dass die von Hrn. C. Neumann[1]) gegen die Vorstellung von nur einer electrischen Materie gerichtete Beweisführung die Voraussetzung macht, bei einem Strome sei gar nichts wirksames vorhanden ausser der in der Richtung des Stromes stattfindenden Strömungsgeschwindigkeit der gesammten electrischen Materie, eine mathematisch einfache Voraussetzung, die darum aber noch nicht nothwendigerweise eine physikalische Grundlage zu haben braucht,[2]) und dass folglich die Deduction des Hrn. Neumann vielleicht wohl gegen bestimmte Hypothesen über nur eine electrische Materie, keineswegs aber generell gegen alle möglichen Hypothesen dieser Art beweisend sein kann. Hr. Neumann wird die Sachlage wohl selbst nicht anders ansehen. Die Hypothesen, welche eine einzige Electricität annehmen, bleiben im allgemeinen darum noch durchaus discutirbar.

Darmstadt, den 14. April 1877.

---

1) Pogg. Ann. CLV. p. 228 u. CLIX. p. 306.
2) Man vergleiche die Bemerkung des Hrn. Clausius in Crelle J. LXXXII. p. 86.

VI. *Weitere Bemerkungen zur Theorie der Wirkung von Cylinderspiralen mit variabler Windungszahl; von Dr. Ignaz G. Wallentin.*

Ich habe schon in einer früheren Abhandlung[1]) darauf aufmerksam gemacht, welcher Unterschied in der Wirkungsweise von Spiralen mit constanter Windungszahl und solchen mit variabler Windungszahl besteht. Ebendaselbst wurde auch auf analytischem Wege gezeigt, welche Unähnlichkeiten zwischen Spiralen I. Art (solche, an denen die Windungszahl an den Enden grösser als in der Mitte der Spirale ist) und Spiralen II. Art (bei denen das umgekehrte stattfindet) existiren. Damals wurden die Sätze aufgestellt, dass ein Magnet in seiner Wirkungsweise wohl durch eine Spirale II. Art, nie aber durch eine Spirale I. Art imitirt werden könne; dass ferner, um ein grösseres magnetisches Wirkungsfeld zu erzielen, die Anwendung einer Spirale II. Art vor der einer Spirale I. Art einen besonderen Vorzug hat.

Im weiteren Verlaufe meiner theoretischen Untersuchungen über denselben Gegenstand gelangte ich zu Resultaten, die einerseits zur Theorie des Magnetismus einen Beitrag liefern, andererseits praktische Winke betreffs der Anwendbarkeit der einen oder anderen Spirale enthalten. Aus diesen Gründen glaubte ich diese Bemerkungen nicht unterdrücken und damit meine frühere Abhandlung vervollständigen zu müssen.

Die erste Bemerkung bezieht sich auf die sogenannten „Pole“ einer Cylinderspirale mit constanter und variabler Windungszahl. Setzen wir eine Spirale voraus, deren Windungsgesetz in Bezug auf die Mitte derselben

1) Zur Theorie der Wirkung von Cylinderspiralen mit variabler Windungszahl. Vorgelegt in der Sitzung der k. Akad. der Wiss. am 18. Januar 1877. — Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. I. p. 452.

symmetrisch ist, so erhielten wir für das Potential einer solchen Spirale auf einen äusseren axialen Punkt folgende Gleichung:

$$P_e = \mu i f(a) \iint \frac{dy\,dz}{r_b} - \mu i f(a) \iint \frac{dy\,dz}{r_a} - \mu i \iiint_a^b \frac{f'(x)}{r}\,dx\,dy\,dz\,,$$

aus welcher hervorging, dass eine solche Spirale so wirkt, als ob ihre Endflächen respective mit freiem Magnetismus in der Stärke $i.f(a)$ und $-if(a)$ belegt wären und in jedem Volumelemente des von der Cylinderspirale umschlossenen Raumes freier Magnetismus in der Intensität $-if'(x)$ vorhanden wäre. Stellt man sich nun die Aufgabe: „In welchem Punkte kann man sich die freie magnetische Gesammtmasse jeder Hälfte der Spirale concentrirt denken, damit auf den äusseren Punkt dieselbe Wirkung ausgeübt wird, wie von der entsprechenden Spiralhälfte“, so wird man auf den Begriff der beiden Pole geführt. Denkt man sich den Anfangspunkt des Coordinatensystems in die Mitte der Spirale, welche die Länge $2l$ besitzen soll, gelegt, so findet man die Summe der freien Magnetismen der in der Richtung der positiven X-Axe liegenden Spiralhälfte nach der Formel:

$$F = -i\int_o^l f'(x)\,dx + if(l),$$

wobei das zweite Glied den freien Magnetismus der Endfläche der Spirale vorstellt. Durch Ausführung der Integration und Einsetzung der Grenzen ergibt sich:

$$(1) \qquad F = -i\,(f(l) - f(o)) + if(l) = if(o),$$

welche Gleichung aussagt, dass der gesammte, auf jeder Hälfte der Spirale angehäufte freie Magnetismus gleich $if(o)$ oder, da das Moment der in der Entfernung x den Kreisstrom ersetzenden transversal-magnetischen Platte $if(x)$ ist, gleich dem magnetischen Momente der den mittelsten Kreisstrom ersetzenden magnetischen Platte ist

(ein Satz, der in analoger Weise von van Rees[1]) bezüglich der Vertheilung des freien Magnetismus in einem Magnetstabe ausgesprochen wurde). Die attractive Wirkung dieses freien Magnetismus auf einen axialen magnetischen Punkt μ mit der Abscisse ξ kann, wenn man sich den ersteren in dem Pole $\mathfrak{x}$ concentrirt denkt, dargestellt werden durch die Potentialformel:

$$\frac{i f(o) \mu}{\xi - \mathfrak{x}}.$$

Setzt man also jetzt:

$$(2) \quad \frac{i f(o) \mu}{\xi - \mathfrak{x}} = \mu i \iint dy\, dz \left[\frac{f(l)}{r_l} - \frac{f(o)}{r_o}\right] - \mu i \iint dy\, dz \int_o^l \frac{f'(x)}{r} dx,$$

so liefert diese Gleichung, nach $\mathfrak{x}$ aufgelöst, einen Ausdruck für die Lage des Poles, also des Concentrationspunktes der gesammten freien Magnetismen der rechtsseitigen Spiralhälfte. Eine entsprechende Gleichung liesse sich für den Pol der zur Linken des Coordinatenanfangspunktes liegenden Spiralhälfte aufstellen. Durch Betrachtung der obigen Formel ersieht man, dass für eine irgendwie beschaffene Spirale der „Pol" kein absoluter, sondern ein von ξ, somit von der Lage des angezogenen Punktes abhängiger Punkt ist. Im allgemeinen gilt, dass die Pole dem Ende um so näher rücken, je kleiner die Entfernung des angezogenen Punktes wird.

In dem Falle jedoch, wo man es mit magnetischen Parallelkräften zu thun hat, wo also der attrahirte Punkt näherungsweise unendlich ferne von der Spirale liegt, erhält $\mathfrak{x}$ eine bestimmte Bedeutung. Die Resultirende der magnetischen Parallelkräfte, die wir der Grösse nach oben fanden, hat einen Angriffspunkt, den wir in ebenderselben Weise finden, wie den Mittelpunkt der Schwerkräfte. Die Analogie dieses Problemes mit dem Probleme der Aufsuchung des Schwerpunktes zu Hülfe genommen, ergibt jetzt:

1) Pogg. Ann. LXX. 1847.

$$\mathfrak{x} = \frac{-\int_o^l i f'(x) \,.\, x \,.\, dx + i f(l)\, l}{i f(o)}$$

für die Lage des Poles der rechtsseitigen Spiralhälfte.

Da: $$\int x f'(x)\, dx = x f(x) - \int f(x)\, dx,$$
somit:

$$\int_o^l x f'(x)\, dx = l f(l) - \int_o^l f(x)\, dx$$

ist, erhält man ganz allgemein:

(3) $$\mathfrak{x} = \frac{\int_o^l f(x)\, dx}{f(o)}.$$

Schreibt man diese Formel in der nachfolgenden Art:

$$\mathfrak{x} \,.\, f(o) = \int_o^l f(x)\, dx,$$

betrachtet $\mathfrak{x} \,.\, f(o)$ als den Inhalt eines Rechteckes, dessen Grundlinie $\mathfrak{x}$, dessen Höhe $f(o)$, die Vertheilung für die Windungen der Mitte, ist und berücksichtigt, dass der zur rechten Seite des Gleichheitszeichens stehende Ausdruck die Fläche bedeutet, die von der Abscissenaxe und den in den Abscissenpunkten o und l errichteten Ordinaten der das Windungsgesetz darstellenden Curve einerseits, andererseits durch den Bogen dieser Curve eingeschlossen wird, so lehrt ein Blick auf die Figuren 3b und 3c Taf. IV, die der Spirale I. und II. Art entsprechen, Folgendes:

1) In einer Spirale II. Art, durch die also ein Magnetstab imitirt werden kann, liegen die Pole innerhalb der Spirale.

2) Eine Spirale I. Art hat die Pole ausserhalb derselben.

3) Eine Spirale mit constanter Windungszahl endlich hat die Pole an den Enden selbst, wie übrigens ohne

weitere Rechnung eingesehen werden konnte. In allen Fällen ist $\mathfrak{x}$ durch die Formel:

$$\mathfrak{x} = \frac{\int_0^l f(x)\,dx}{f(o)}$$

bestimmt.

Vergleichen wir diese durch den Calcül gewonnenen Resultate mit den Beobachtungen, die seither an Magnetstäben gemacht wurden.

Die Physiker früherer Zeiten betrachteten stets die Enden der Magnetstäbe als Pole. Lambert[1]) leitete aus einer Formel die Consequenz ab, dass die Lage der Pole ausserhalb der Endpunkte des Magnetstabes zu suchen wäre. Kuppfer[2]) schliesst sich in Bezug der Lage der Pole den Ansichten Lambert's an. Antonio Dalla Bella[3]) (1768—1783) kam durch Beobachtung der Anziehungserscheinungen zwischen einem kleinen Magnete und dem Pole eines grossen Magnetstabes mittelst einer Wage zu dem Resultate, dass die Pole innerhalb des Magnetes fielen. Den Standpunkt, den der berühmte Erdmagnetiker Lamont einnimmt, charakterisirt derselbe hinlänglich, gestützt auf zahlreiche Beobachtungen, in seinem „Handbuche des Magnetismus" in den Worten: „dass der Pol über das Ende des Magneten hinausfallen könne, ist, wie eine nähere Betrachtung der Verhältnisse zeigt, nicht möglich, man mag irgend eine zulässige Hypothese über die Vertheilung des Magnetismus annehmen." Der Irrthum, in dem Lambert und Kuppfer sich befanden, dürfte, wie Lamont angibt, darin seinen Grund haben, dass ein Gesetz, welches für grössere Entfernungen richtig befunden worden war, von diesen beiden Physikern auch für ganz kleine Entfernungen belassen wurde.

Nimmt man die Lamont'schen Betrachtungen, die zur

1) Hist. de l'acad. de Berlin. 1766.
2) Ann. de Chim. et de Phys. XXXVI. p. 50.
3) Mem. da Acad. das sc. de Lisboa. T. I.

Basis eine Reihe von sorgfältig ausgeführten Beobachtungen haben, als wahrscheinlich an, so sieht man, von dieser Seite betrachtet, die Analogie zwischen einem Magnetstabe und einer Spirale II. Art noch mehr hervortreten. Eine Spirale I. Art kann nie einen Magnetstab ersetzen, ebenso wenig eine Cylinderspirale mit constanter Windungszahl.

An der zweiten der vorhin gezeichneten Figuren ist ausserdem noch ersichtlich, dass, je steiler die Vertheilungscurve $f(x)$ gegen die Abscissenaxe abfällt, desto weiter vom Ende der Spirale der Pol entfernt ist und umgekehrt. Die Lage des Poles ist nämlich in erster Linie eine Function des Vertheilungsgesetzes.

Aus diesen Verhältnissen erklären sich manche Erscheinungen. Die Beobachtung, dass ein Magnetstab, der aus Stahl besteht, welcher sehr kohlehaltig ist, die Pole weiter vom Ende entfernt hat, als ein aus weniger kohlehaltigem Stahl, stimmt mit den neuen Beobachtungen von Trève und Durassier[1]), deren Resultat die beiden Forscher folgendermaassen aussprachen:

Je mehr Kohle ein Stahl enthält, desto mehr condensirt sich der Magnetismus nach dem Ende hin, je weniger kohlehaltig er ist, desto mehr dehnt sich derselbe aus und verbreitet sich gleichmässig auf seiner Oberfläche.

Dass die Lage der Pole einer Spirale von der Länge derselben abhängig ist, versteht sich von selbst, möge übrigens noch durch ein Beispiel erörtert werden.

Nehmen wir etwa für $f(x)$ die von Lenz und Jacobi für die magnetischen Momente eines Stabes aufgestellte parabolische Form:

$$f(x) = a - bx^2$$

an, wo a und b durch die Natur des Stabes bestimmte Constante sind, so ist:

$$\mathfrak{x} = \frac{\int_0^l (a - bx^2)\, dx}{a} = l - \frac{b}{3a} l^3.$$

1) C. R. LXXXIII. p. 814.

Dividirt man diese Gleichung durch l, so erhält man:

$$\frac{\mathfrak{x}}{l} = 1 - \frac{b}{3a} l^2,$$

und man ersieht daraus, dass $\mathfrak{x}$ umsomehr sich dem l nähert, je kleiner l, also die Länge des Magnetstabes oder resp. der Spirale wird, was mit den darüber gemachten Beobachtungen in vollkommener Uebereinstimmung sich befindet.

Eine zweite Bemerkung zur Theorie der Wirkung von Spiralen mit variabler Windungszahl ergibt sich, wenn man die magnetisirende Wirkung solcher Spiralen ins Auge fasst.

Im Jahre 1873 hat Prof. v. Waltenhofen[1]) der k. Akademie der Wissenschaften in Wien eine Abhandlung überreicht, in welcher er die magnetisirende Wirkung einer vom galvanischen Strome durchflossenen Spirale in Bezug auf einen conaxialen Eisenstab auf theoretischem Wege untersuchte und zu dem für viele Untersuchungen sehr brauchbaren Satze gelangte, dass „die magnetisirende Kraft einer Spirale proportional dem Producte der Stromstärke mit der Summe der Cosinusse aller Winkel sei, welche die in der Ebene eines axialen Schnittes von einem Punkte jeder Windung zu den Endpunkten der Axe des magnetisirten Stabes gezogenen Geraden mit derselben einschliessen.“ Den Ausgangspunkt für diese, sowie die nachfolgenden analytisehen Untersuchungen bietet der vielfach erwiesene Satz, dass die durch einen Kreisstrom in einem in seiner Axe befindlichen Eisentheilchen erregte Quantität von Magnetismus proportional ist der Kraft, mit welcher dieser Strom ein schon magnetisirtes in derselben Axe befindliches Theilchen anzieht oder abstösst.

Mit Hülfe des oben erwähnten Theorems wollen wir nun die Menge Magnetismus berechnen, die in einem linearen Systeme von Eisentheilchen unter dem Einflusse der

---

1) „Ueber ein allgemeines Theorem zur Berechnung der Wirkung magnetisirender Spiralen“. Wien. Ber. LXVII. Jahrg. 1873.

Wirkung einer Cylinderspirale mit variabler Windungszahl hervorgerufen wird.

Sei die Spirale dargestellt durch CC_1DD_1 (Taf. IV, Fig. 3a), der Eisenstab durch AB und legen wir der Einfachheit halber den Anfangspunkt des Coordinatensystemes in die Mitte der Spirale, setzen die Winkel, welche die von einem Punkte der in der Entfernung x liegenden Kreiswindung zu A und B gezogenen Linien mit der Axe der Spirale bilden, respective φ_1 und φ_2, so ist dadurch die Wirkung der in der Nähe von D auf der Länge dx liegenden Kreisströme auf die mit unmagnetischen Eisentheilchen besetzte Axe nach dem Waltenhofen'schen Theoreme gegeben durch:

$$dM = kif(x)\{\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2\}dx,$$

somit die durch die ganze Spirale im Eisenstabe erzeugte Quantität Magnetismus dargestellt durch:

$$M = ki\int_{-l}^{+l} f(x)\{\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2\}dx, \tag{4}$$

wenn die Spirale von der Länge $2l$ vorausgesetzt wird. k bedeutet hier einen von der Natur, speciell von der Magnetisirungsfähigkeit des Eisenstabes abhängigen Factor.

Setzt man $OA = \lambda_1$, $OB = \lambda_2$ und beachtet, dass:

$$\cos\varphi_1 = \frac{\lambda_1 + x}{\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + x)^2}} \quad \text{und} \quad \cos\varphi_2 = \frac{\lambda_2 - x}{\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - x^2)}},$$

wo ϱ der Radius der Cylinderspirale ist, so erhält man:

$$M = ki\int_{-l}^{+l} f(x)\left\{\frac{\lambda_2 - x}{\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - x)^2}} + \frac{\lambda_1 + x}{\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + x)^2}}\right\}dx. \tag{5}$$

Durch Ausführung der Integration mit Zuhülfenahme der integratio per partes ist:

$$\int_{-l}^{+l} f(x)\frac{\lambda_2 - x}{\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - x)^2}}dx = -f(l)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - l)^2} + f(-l)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 + l)^2}$$
$$+ \int_{-l}^{+l} f'(x)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - x)^2}\,dx,$$

und ebenso:

$$\int_{-l}^{+l} f(x) \frac{\lambda_1 + x}{\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + x)^2}} dx = f(l)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + l)^2} - f(-l)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 - l)^2}$$
$$- \int_{-l}^{+l} f'(x) \sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + x)^2}\, dx.$$

Durch Substitution in die Formel (5) erhält man:

$$M = ki\Big[-f(l)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - l)^2} + f(-l)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 + l)^2}$$
$$+ f(l)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + l)^2} - f(-l)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 - l)^2}$$
$$+ \int_{-l}^{+l} f'(x)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - x)^2}\, dx - \int_{-l}^{+l} f'(x)\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + x)^2}\, dx\Big].$$

Setzen wir, wie gewöhnlich, das Windungsgesetz in Bezug auf die Mitte der Spirale symmetrisch voraus, nehmen also an, dass:

$$f(-l) = f(l)$$

ist, und beachten ferner, dass:

$$(6) \qquad \begin{cases} \sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - l)^2} = BD \\ \sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 + l)^2} = BC \\ \sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 - l)^2} = AC \\ \sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + l)^2} = AD \end{cases}$$

ist, so geht obige weitschweifige Formel in die kürzere über:

$$(7) \qquad M = kif(l)\left[(AC - AD) - (BC - BD)\right]$$
$$+ ki\int_{-l}^{+l} f'(x)\left[\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - x)^2} - \sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + x)^2}\right] dx,$$

welche uns die Menge Magnetismus angibt, die in dem Eisenkerne erzeugt wurde. Dieser Ausdruck setzt sich zusammen aus zwei Theilen, einem ersten, der, abgesehen von den Constanten k und i, nur von dem Windungsgesetze am Ende der Spirale und den aus der Figur ersichtlichen

Linien AC, AD, BC, BD abhängt und einem zweiten, der durch das bestimmte Integral angezeigt ist. Setzt man die Windungszahl der Cylinderspirale als constant voraus, so bleibt nur der erste übrig und es ist dann:

$$(8) \qquad M = k i f(l) \left[(AC - AD) - (BC - BD) \right],$$

eine Gleichung, die schon längere Zeit bekannt ist. Hädenkamp[1]) hat nämlich diesen Satz für die anziehende Wirkung einer cylindrischen Spirale auf einen conaxialen Eisenstab nachgewiesen und Wassmuth[2]) hat diesen Satz auch auf die magnetisirende Wirkung ausgedehnt. Der Ausdruck ist vollkommen bestimmt, wenn die in dem Trapeze $ABCD$, welches mit dem Namen Hädenkamp'sches Trapez bezeichnet wird, vorkommenden nicht parallelen Seiten AC und BD und die beiden Diagonalen BC und AD bekannt sind. Auch Waltenhofen (l. c.) kommt von seinem allgemeinen Theoreme zu diesem Trapeze.

Ist aber die Cylinderspirale eine I. oder II. Art, so kommt zu dem durch das Hädenkamp'sche Trapez bestimmten Ausdrucke noch der zweite Theil hinzu, der jetzt für diese beiden Fälle betrachtet werden möge. Setzt man der einfacheren Uebersicht halber $\lambda_2 = \lambda_1$, nimmt somit an, dass der Eisenstab um gleich grosse Stücke die Cylinderspirale überrage und beachtet, dass jedenfalls:

$$(9) \quad \int_{-l}^{+l} f'(x) \left[\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - x)^2} - \sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + x)^2} \right] dx = \int_{-l}^{+l} f'(x) \left[BM - AM \right] d$$

ist, so ersieht man, dass, weil für eine Spirale I. Art:

$$\text{von} \quad -l \text{ bis } o \begin{cases} f'(x) < o \\ BM - AM > o \end{cases}$$

und:

$$\text{von} \quad o \text{ bis } +l \begin{cases} f'(x) > o \\ BM - AM < o \end{cases};$$

für eine Spirale II. Art:

---

1) Pogg. Ann. LXXVIII. 1849.

2) Wien. Ber. LVII.

$$\text{von } -l \text{ bis } o \begin{cases} f'(x) > o \\ BM - AM > o \end{cases}$$

und:

$$\text{von } o \text{ bis } +l \begin{cases} f'(x) < o \\ BM - AM < o \end{cases}$$

ist, das Integral:

$$\int_{-l}^{+l} f'(x) \left[\sqrt{\varrho^2 + (\lambda_2 - x)^2} - \sqrt{\varrho^2 + (\lambda_1 + x)^2}\right] dx \lesseqgtr o$$

ist, je nachdem man es mit einer Spirale erster oder zweiter Art zu thun hat.

Wendet man also eine Spirale I. Art an, so ist die erzeugte Menge Magnetismus in dem Eisenstabe kleiner, bei Anwendung einer Spirale II. Art grösser als bei Anwendung einer Cylinderspirale mit constanter Windungszahl. Will man daher mit einer gegebenen Drahtmenge die grösstmögliche magnetische Wirkung erzielen, so wird es sich empfehlen, den Draht nach dem Gesetze einer Cylinderspirale II. Art zu vertheilen. Auch aus dem in der früheren Abhandlung Gesagten betreffs der anziehenden Wirkung von Spiralen I. und II. Art hätte man direct diesen Schluss ziehen können, wenn man den Parallelismus zwischen Anziehungs- und Magnetisirungskraft erwogen hätte.

Gelegentlich der damals angestellten theoretischen Untersuchungen hat v. Waltenhofen auf experimentellem Wege die Richtigkeit seiner Formeln geprüft, welche Versuche eine recht befriedigende Uebereinstimmung mit den berechneten Werthen zeigten. Dass die vorkommenden Differenzen auf Rechnung der kleinen Unregelmässigkeiten in den Windungen kommen, gibt v. Waltenhofen damals an und ist aus unserem allgemeinen Ausdrucke der Einfluss solcher Unregelmässigkeiten ersichtlich.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass unsere in dieser sowie in der früher citirten Abhandlung durchgeführten Betrachtungen auch für electrodynamische Cylinder mit

sehr kleinem Durchmesser, sogenannten Solenoiden, wo die Windungszahl variabel ist, Anwendung haben. Durch ganz analoge Rechnungen wie die früher durchgeführten kommt man zu dem Resultate, dass das Potential eines Solenoides nicht gleich bleibt, wenn die Curve, welche die Axe desselben darstellt, nur mit Gleichbleibung der beiden Enden alle möglichen Gestalten annimmt, wie es bei Solenoiden mit constanter Windungszahl wohl der Fall ist, sondern dass das Potential von der Gestalt dieser Curve wesentlich abhängig ist. Ferner ersieht man aus einer derartigen leicht auszuführenden Rechnung, dass ein Solenoid mit variabler Windungszahl auf einen Magnetpol nur dann die Wirkung Null ausübt, wenn die Axe des Solenoides einen Kreis bildet und der Magnetpol im Mittelpunkte desselben zu liegen kommt, was bei regulären Solenoiden auch stattfindet, dass jedoch ein geschlossenes Solenoid mit variabler Windungszahl nicht die Wirkung Null ausübt, wie es für eines mit constanter Windungszahl gilt.

VII. *Beiträge zu einer endgültigen Feststellung der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes; von E. Ketteler.* Schluss.[1])

3. Das bewegte isotrope Mittel. Dasselbe ermöglicht die definitive Entscheidung.[2])

Die Theorie der bewegten Mittel ist bereits in früheren Aufsätzen[3]) von mir behandelt worden. Insbesondere habe

1) Diese Ann. N. F. I. p. 206—247.

2) Ein Auszug dieser Arbeit wurde 1875 der Fürstl. Jablonowski-schen Gesellschaft in Leipzig als Concurrenzschrift für die von derselben gestellte Preisaufgabe, die Schwingungsebene des polarisirten Lichtes endgültig festzustellen, zugesandt, wurde indess, als nicht anonym, unberücksichtigt gelassen.

3) Pogg. Ann. CXLVI. p. 406. — Berl. Monatsber. Jan. 1874. — Astronomische Undulationstheorie. Bonn 1873. p. 106 und 220.

ich die Grenzbedingungen für die Oberfläche derselben durch Erweiterung sowohl des Cauchy'schen als des Fresnel-Neumann'schen Verfahrens zu gewinnen gesucht, bin aber in beiden Fällen bezüglich der Schwächungscoefficienten des gespiegelten und gebrochenen Lichtes zu gänzlich verschiedenen Ausdrücken gelangt. Gegenwärtig, wo meines Erachtens die Bedeutung aller Grenzgleichungen sicher erkannt ist, greife ich den schwierigen Gegenstand wieder auf und hoffe denselben jetzt in wünschenswerther Klarheit darlegen und zu einem befriedigenden Abschluss führen zu können.

Das Interesse dieser Untersuchung knüpft indess nicht blos an den Umstand an, dass für die bewegten Mittel das Princip der lebendigen Kräfte mit dem Princip der Continuität und dem der Gleichheit der Deformationen scheinbar in Conflict gerathen kann, sondern sie bietet auch zugleich das Mittel, hinsichtlich der Lage der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes zwischen der Annahme Neumann's und Fresnel's endgültig zu entscheiden.

Endlich möchte ich die Dioptrik dieser Mittel auch insofern vervollständigen, als ich die Dispersion und Absorption derselben entwickele, und damit gerade jetzt, wo die spectralanalytische Erforschung der Bewegung der Weltkörper in ein gewisses Stocken gerathen scheint, die praktisch nicht unwichtige Frage erledigen möchte, ob nicht auch eine Aenderung der Dispersion des mit der Erde bewegten Prismas gewisse Verschiebungen im Spectrum bewirken könne.

18. Wir beantworten zunächst die Hauptfrage, d. h. diejenige, welche durch den gemeinsamen Titel dieser drei Abhandlungen genügend betont ist. Bevor wir zu dem Ende auf die schon in der ersten derselben (p. 103) angedeuteten Grenzgleichungen zurückgehen, mögen erst die Haupteigenschaften bewegter Mittel möglichst kurz berührt werden. Nehmen wir an, das spiegelnde und brechende ponderable Mittel (resp. das wägbare Gefüge desselben) werde

mit einer gewissen Translationsgeschwindigkeit g, die indess verschwindend klein sei gegen die Geschwindigkeit des Lichtes v, sich parallel im Raume bewegt.

Unsere Voraussetzungen sind dann folgende:

I. Fizeau[1]) hat mittelst eines Interferenzversuches gezeigt, dass die Geschwindigkeit des Lichtes in bewegtem Wasser im Sinne der Bewegung einen messbaren Zuwachs erhält, während ein solcher für bewegte Luft nicht wahrgenommen werden konnte. Man schliesst daraus, dass dieser Zuwachs der Geschwindigkeit g des Wassers nahezu proportional und ausserdem eine Function ist von dem Brechungsexponenten des Ruhezustandes n, dergestalt, dass er für $n = 1$ auf Null herabsinkt. Ist daher ω' die absolute Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle, die in der Richtung der Translation ein bewegtes einfach brechendes Mittel durchsetzt, und ω die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des nämlichen Mittels im Ruhezustande, so lässt sich der Erfahrung zufolge unzweifelhaft setzen:

$$\omega' = \omega + g f(n-1); \qquad f(o) = o.$$

II. Ich nehme an, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle, die senkrecht zur Richtung der Translation ein bewegtes Mittel durchsetzt, ungeändert bleibt, und dass überhaupt, wenn Wellennormale und Translationsrichtung einen beliebigen Winkel φ einschliessen, nur die in die Wellennormale hineinfallende Bewegungscomponente in Betracht kommt. Es schreibt sich daher allgemein:

$$\omega' = \omega + g f(n-1) \cos \varphi.$$

III. Nun befinde sich ein leuchtender Punkt im Innern eines bewegten Mittels, ohne indess an der Translation der Theilchen desselben theilzunehmen. Rings um ihn herum verbreiten sich die erregten, unendlich kleinen

1) C. R. LXXXIII. p. 349. — Astr. Und. p. 72.

ebenen Wellenelemente mit einer Geschwindigkeit, die durch die vorstehende Gleichung als Geschwindigkeitsfläche repräsentirt wird. Sie alle fassen sich zur Wellenfläche, der Enveloppe jener, zusammen, und deren Gleichungen lassen sich in bekannter Weise gewinnen. In rechtwinkligen und Polar-Coordinaten sind es die folgenden (vgl. Astr. Und. p. 58):

(51)
$$y^2 + (x - g\,k)^2 = \omega^2$$
$$\sigma = \omega \sqrt{1 - \frac{g^2}{\omega^2} k^2 \sin^2\gamma} + g k \cos\gamma,$$

unter γ den Winkel zwischen Strahl und Translationsrichtung verstanden und zur Abkürzung: $f(n-1) = k$ gesetzt.

Welches nun auch immer der Werth des Functionszeichens f und welches auch das Verhalten des reinen Aethers (z. B. in einem künstlichen Vacuum) in der Nähe unserer bewegten Erde sein möge, so viel ist klar, dass wegen $n = 1$ rings um einen ruhenden leuchtenden Punkt in diesem Aether sich nur Kugelwellen mit der Geschwindigkeit $\sigma = \omega = v$ fortpflanzen können. Und diese kugelförmige Ausdehnung der Wellen bleibt selbst dann noch bestehen, wenn ein mit der Erde bewegter leuchtender Punkt einzelne getrennte Wellenstösse aussendet, d. h. sie besteht fort für die einzelnen, wenn auch von verschiedenen Punkten des Raumes aus erfolgenden Wellenelemente.[1])

1) Hieraus ergibt sich die Berechtigung der üblichen (Fresnel'schen) Aberrationserklärung. Und verbindet man vorstehenden Satz mit der praktisch erwiesenen Anwendbarkeit der gebrochenen Fernrohre der Sternwarten (Astr. Und. p. 60) oder mit dem Resultate des Boscovich'schen (p. 64) oder Arago'schen (p. 36) Versuches oder auch mit dem von mir angestellten Jamin'schen Interferenzversuche (p. 67), so ergibt sich:

$$k = f(n-1) = \frac{n^2 - 1}{n^2}.$$

Zwei weitere von mir ausgeführte Versuche mit doppeltbrechen-

19. Dies vorausgesetzt, beschränken wir uns vorläufig auf den I. Hauptfall der Spiegelung und Brechung. Eine (der Einfachheit wegen im Vacuum aufgestellte) planparallele durchsichtige Platte möge unter dem Einfallswinkel α von einer ruhenden (z. B. Fixstern-)Lichtquelle beleuchtet werden, und die einfallenden Schwingungen seien senkrecht zur Einfallsebene, so dass sie mit der Y-Axe des mit der Platte fest verbundenen früheren Coordinatensystems zusammenfallen.

Bedeuten nun wieder ϱ_E, ϱ_R, ϱ_D die variablen Schwingungsausschläge und ebenso c_E, c_R, c_D die variablen Schwingungsgeschwindigkeiten, so lassen sich als Grenzbedingungen, die beide gleich unmittelbar aus dem Princip der Continuität herfliessen, die folgenden Gleichungen hinstellen:

$$(52)\qquad \left.\begin{aligned} \varrho_E + \varrho_R &= \varrho_D \\ c_E + c_R &= c_D \end{aligned}\right\}\ z = o.$$

Die erste ist identisch mit der von Cauchy proponirten, die zweite eine Verallgemeinerung der Fresnel-Neumann'schen, sofern sie statt der maximalen die variablen Oscillationsgeschwindigkeiten enthält.

Schreibt man dieselben:

---

den Prismencombinationen (p. 158 und 166) sowie die von Mascart erhaltenen Resultate bezüglich der Interferenz der Doppelbrechung (p. 186) führen dann zu folgender Verallgemeinerung der Wellenfläche bewegter Mittel (p. 219):

Sind x', y', z' die Coordinaten der Wellenfläche eines Mittels für den Zustand der Ruhe, x, y, z die entsprechenden für den Zustand der Bewegung, und bildet die Bewegungsrichtung mit mit den sogenannten Elasticitätsaxen als Coordinatenaxen die Winkel L, M, N, so geht die Gleichung der Wellenfläche des ruhenden Mittels dadurch in die des bewegten über, dass man setzt:

$$x' = x - g\,\frac{n_3^2 - 1}{n_3^2}\cos L,\quad y' = y - g\,\frac{n_2^2 - 1}{n_2^2}\cos M,\quad z' = z - g\,\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2}\cos N.$$

$$\left.\begin{aligned} \varrho_E + \varrho_R &= \varrho_D \\ \frac{d\varrho_E}{dt} + \frac{d\varrho_R}{dt} &= \frac{d\varrho_D}{dt} \end{aligned}\right\} z = o \tag{52b.}$$

und führt die angedeutete Differentiation für den Fall der ruhenden Platte aus, so fällt wegen $T_E = T_R = T_D = T$ der Factor $\frac{1}{T}$ heraus, und beide werden identisch. Diese Gleichheit hört aber sofort auf, wenn die Platte auf ruhend gedachter Erde auch nur mit der Hand bewegt wird. Es wird dann die Proportionalität zwischen Ausschlag und Oscillationsgeschwindigkeit unterdrückt, und die beiden gegebenen Gleichungen genügen für sich zur Entwickelung der Schwächungscoefficienten der Spiegelung und Brechung, ohne dass es nöthig wäre, ihnen eine irgendwie beschaffene und irgendwoher geholte fernere Grenzbedingung hinzuzufügen.

Ich glaube nicht, dass die Ausdehnung des besprochenen Continuitätsprincips auf den Fall einer bewegten Platte, wofern eben die zugelassene Translationsgeschwindigkeit g verschwindend klein ist gegen die Geschwindigkeit v des Lichtes, auf irgendwelcher Seite Widerspruch erfahren werde. Auch ist kaum zu entscheiden, welcher der beiden Gleichungen gemäss den Principien der Wellenlehre die grössere Berechtigung zukomme. Es wird daher in gleicher Weise ein Anhänger der Fresnel-schen, Neumann'schen wie Cauchy'schen Anschauung die eine neben der anderen acceptiren müssen.

Nun bewege sich die Platte unter dem Winkel ψ zum Lothe mit der Geschwindigkeit g etwa abwärts. Für die einfallende und gespiegelte Welle, die sich beide selbst in der Nähe der Erde längs den Radien einer ruhenden Kugel im Raume ausbreiten, bestehen die Gleichungen:

$$\varrho_E = A_E \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_E} - \delta_E + \frac{z_0 \cos \alpha_E + x_0 \sin \alpha_E}{\lambda_E} \right)$$

$$\varrho_R = A_R \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_R} - \delta_R + \frac{z_0 \cos \alpha_R + x_0 \sin \alpha_R}{\lambda_R} \right),$$

ferner:

$$\frac{d\varrho_E}{dt} = -2\pi\frac{A_E}{T_E}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T_E} - \delta_E + \frac{z_0 \cos\alpha_E + x_0 \sin\alpha_E}{\lambda_E}\right)$$

$$\frac{d\varrho_R}{dt} = -2\pi\frac{A_R}{T_R}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T_R} - \delta_R + \frac{z_0 \cos\alpha_R + x_0 \sin\alpha_R}{\lambda_R}\right),$$

wenn nämlich die Coordinaten zunächst auf ein absolut festes System bezogen werden. Will man dieselben auf ein sich mit der Scheidewand selbst bewegendes System, das zur Zeit $t=o$ mit jenem festen zusammenfällt, bezogen wissen, so hat man offenbar zwischen den neuen Coordinaten z, x und den alten z_0, x_0 die Relationen;

$$z_0 = z - gt\cos\psi, \qquad x_0 = x - gt\sin\psi.$$

Und so erhält man die Gleichungen:

$$\varrho_E = A_E \cos 2\pi\left\{\left[1 - \frac{g}{v}\cos(\alpha_E - \psi)\right]\frac{t}{T_E} - \delta_E + \frac{z\cos\alpha_E + x\sin\alpha_E}{\lambda_E}\right\}$$

$$\frac{d\varrho_E}{dt} = -2\pi\frac{A_E}{T_E}\sin 2\pi\left\{\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \right\}$$

$$\varrho_R = A_R \cos 2\pi\left\{\left[1 - \frac{g}{v}\cos(\alpha_R - \psi)\right]\frac{t}{T_R} - \delta_R + \frac{z\cos\alpha_R + x\sin\alpha_R}{\lambda_R}\right\}$$

$$\frac{d\varrho_R}{dt} = -2\pi\frac{A_R}{T_R}\sin 2\pi\left\{\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \right\}.$$

Was ferner die gebrochene Welle betrifft, so möge dieselbe zuvörderst auf ein Coordinatensystem (X'_0, Y'_0) bezogen werden, welches mit den Aetherpunkten des zweiten Mittels, wofern dieselben an der Translation der ponderablen Molecule in irgendwelchem Verhältniss theilnehmen sollten, eine gleiche Translationsgeschwindigkeit — sie heisse gK — besitzt, und ihre entsprechende Gleichung sei:

$$\varrho_D = A_D \cos 2\pi\left(\frac{t}{T_D} - \delta_D + \frac{z'_0\cos\alpha_D + x'_0\sin\alpha_D}{\lambda_D}\right).$$

Wird dieselbe auf ein System bezogen, welches die absolute Geschwindigkeit g, also in Bezug auf das fortschrei-

tende Aetheraggregat die relative Geschwindigkeit $g(1-K)$ besitzt, so ist, wenn die neuen Coordinaten x, z heissen:

$$z'_0 = z - g(1-K)\,t\cos\psi', \quad x'_0 = x - g(1-K)\,t\sin\psi.$$

Setzen wir endlich die möglicherweise geänderte innere Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Theilchen zu Theilchen, die allein zur Wellenbildung verwandt wird, $=v_i$, so dass $\lambda_D = v_i T_D$, so erhält man:

$$\varrho_D = A_D \cos 2\pi\left\{\left[1-\frac{g}{v_i}(1-K)\cos(\alpha_D-\psi)\right]\frac{t}{T_D} - \delta_D + \frac{z\cos\alpha_D + x\sin\alpha_D}{\lambda_D}\right\}$$

und:

$$\frac{d\varrho_D}{dt} = -2\pi\frac{A_D}{T_D}\sin 2\pi\left\{\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;\right\}$$

20. Wenn nun so die sämmtlichen Wellen auf ein gleiches, durch die Vorderfläche hindurchgelegtes und sich mit ihr bewegendes Coordinatensystem bezogen sind, so werden die obigen Grenzgleichungen für alle Punkte von der Lage $z=0$ erfüllt sein. Demgemäss erhält man:

$$A_E\cos 2\pi\left\{\left[1-\frac{g}{v}\cos(\alpha_E-\psi)\right]\frac{t}{T_E} - \delta_E + x\frac{\sin\alpha_E}{\lambda_E}\right\}$$

$$+A_R\cos 2\pi\left\{\left[1-\frac{g}{v}\cos(\alpha_R-\psi)\right]\frac{t}{T_R} - \delta_R + x\frac{\sin\alpha_R}{\lambda_R}\right\}$$

$$=A_D\cos 2\pi\left\{\left[1-\frac{g}{v_i}(1-K)\cos(\alpha_D-\psi)\right]\frac{t}{T_D} - \delta_D + x\frac{\sin\alpha_D}{\lambda_D}\right\}$$

und:

$$\frac{A_E}{T_E}\sin 2\pi\left\{\;.\;.\;.\;\right\} + \frac{A_R}{T_R}\sin 2\pi\left\{\;.\;.\;.\;\right\} = \frac{A_D}{T_D}\sin 2\pi\left\{\;.\;.\;.\;\right\}.$$

Da diese Gleichungen für alle Werthe von t und x ihre Gültigkeit bewahren, so zerfallen sie in die fünf folgenden:

$$(53)\quad \left[1-\frac{g}{v}\cos(\alpha_E-\psi)\right]\frac{1}{T_E} = \left[1-\frac{g}{v}\cos(\alpha_R-\psi)\right]\frac{1}{T_R} = \left[1-\frac{g}{v_i}(1-K)\cos(\alpha_D-\psi)\right]\frac{1}{T_D}.$$

$$\text{(54)} \qquad \frac{\sin \alpha_E}{\lambda_E} = \frac{\sin \alpha_R}{\lambda_R} = \frac{\sin \alpha_D}{\lambda_D}$$

$$\delta_E = \delta_R = \delta_D.$$

$$\text{(55)} \qquad A_E + A_R = A_D\,, \quad \frac{A_E}{T_E} + \frac{A_R}{T_R} = \frac{A_D}{T_D}.$$

Führen wir noch anstatt der mittleren Translationsgeschwindigkeit gK des Aethers den Zuwachs der absoluten Lichtgeschwindigkeit $(g\,k)$ ein, so ist zunächst:

$$\omega' = \omega + gk\cos(\alpha_D - \psi) = v_i + gK\cos(\alpha_D - \psi)$$

und daher:

$$v_i = \omega + g(k - K)\cos(\alpha_D - \psi).$$

Mit Rücksicht hierauf erhält man aus den beiden ersteren der vorstehenden Gleichungen:

$$\text{(56)} \qquad \begin{aligned} \frac{\sin \alpha_E}{\sin \alpha_R} &= \frac{\lambda_E}{\lambda_R} = \frac{v - g\cos(\alpha_E - \psi)}{v - g\cos(\alpha_R - \psi)}, \\ \frac{\sin \alpha_E}{\sin \alpha_D} &= \frac{\lambda_E}{\lambda_D} = \frac{v - g\cos(\alpha_E - \psi)}{\omega - g(1 - k)\cos(\alpha_D - \psi)}, \end{aligned}$$

Beziehungen, welche beide durch die mannichfachsten Erfahrungen bestätigt sind. (Vgl. insbes. Astr. Und. p. 47 u. 56).

Eliminirt man endlich aus den beiden Gleichungen 55 A_D, so erhält man:

$$\text{(57)} \qquad A_R = -\frac{\dfrac{1}{T_E} - \dfrac{1}{T_D}}{\dfrac{1}{T_R} - \dfrac{1}{T_D}}\,A_E.$$

Ich setze jetzt zur Abkürzung $\frac{1}{v_i}(1 - K) = \frac{1}{\omega_i}$ und führe die in Gleichung 53 erhaltenen Beziehungen zwischen den einzelnen Schwingungsdauern in vorstehende Gleichung ein. So kommt:

$$A_R = - \frac{\dfrac{1}{1-\dfrac{g}{\omega_i}\cos(\alpha_D-\psi)} - \dfrac{1}{1-\dfrac{g}{v}\cos(\alpha_E-\psi)}}{\dfrac{1}{1-\dfrac{g}{\omega_i}\cos(\alpha_D-\psi)} - \dfrac{1}{1-\dfrac{g}{v}\cos(\alpha_R-\psi)}} A_E$$

(57b.)

$$= - \frac{\omega_i \cos(\alpha_E-\psi) - v\cos(\alpha_D-\psi)}{\omega_i \cos(\alpha_R-\psi) - v\cos(\alpha_D-\psi)} \frac{v-g\cos(\alpha_R-\psi)}{v-g\cos(\alpha_E-\psi)} A_E.$$

Betrachten wir zunächst den einfachen Fall, dass die Translationsgeschwindigkeit g als unendlich klein vernachlässigt werden darf. Alsdann reducirt sich dieser Ausdruck auf den ersten Factor, und in demselben wird $\alpha_E = e$, $\alpha_R = 180^0 - e$, $\alpha_D = r$ und $\omega_i = \frac{\omega}{1-K}$. Man erhält daher:

$$A_R = + \frac{\omega\cos(e-\psi) - v\,(1-K)\cos(r-\psi)}{\omega\cos(e+\psi) + v\,(1-K)\cos(r-\psi)} A_E,$$

und wenn noch ω und v durch die bezüglichen Sinusse ersetzt werden, so schreibt sich:

$$A_R = - \frac{\sin(e-r)\cos\psi - K\sin e\cos(r-\psi)}{\sin(e+r)\cos\psi - K\sin e\cos(r-\psi)} A_E.$$

Der so erhaltene angenäherte Werth wird für den Ruhezustand der Platte ($g = 0$) streng richtig, und da er dann von ψ unabhängig ist, so führt das zur Bedingungsgleichung:

$$K = 0.$$ [1])

Damit wird schliesslich:

(58)
$$A_R = - \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)} A_E,$$

welcher Ausdruck mit dem von Fresnel und Cauchy gegebenen übereinstimmt. Derselbe ist unter Voraus-

1) Dieser directe Beweis von der Unrichtigkeit der Fresnel'schen Hypothese einer „Entrainirung des Aethers“ konnte (Astr. Und. Abh. IV. p. 112) auf Grundlage der erweiterten Cauchy'schen Theorie nicht erbracht werden.

setzung des I. Hauptfalles, d. h. für Schwingungen, die senkrecht auf der Einfallsebene stehen, erhalten; man zieht daher den Schluss, dass die Schwingungsebene des polarisirten Lichtes der Fresnel'schen, nicht aber der Neumann'schen Annahme entspricht.

21. Man denke sich die bewegte Platte als planparallel. Alsdann lassen sich die Vorgänge an der Hinterfläche derselben ganz analog behandeln. Wir nehmen fortan $K = 0$, geben der reflectirten Welle die Symbole: α^i_R, (A^i_R), T^i_R, ω_R, der austretenden die entsprechenden α_A $(= \alpha_E)$, A_A, T_A $(= T_E)$, v und coordiniren den Ausschlagsamplituden A die Geschwindigkeitsamplituden $\mathfrak{A}$ $\left(= \frac{A}{T}\right)$. Man erhält dann ohne weiteres:

$$(59)\qquad \begin{aligned} \left[1 - \frac{g}{\omega_D}\cos(\alpha_D - \psi)\right]\frac{1}{T_D} &= \left[1 - \frac{g}{\omega_R}\cos(\alpha^i_R - \psi)\right]\frac{1}{T^i_R} \\ &= \left[1 - \frac{g}{v}\cos(\alpha_A - \psi)\right]\frac{1}{T_A} \end{aligned}$$

$$\omega_D = \omega + gk\cos(\alpha_D - \psi)$$

$$\omega_R = \omega + gk\cos(\alpha^i_R - \psi)$$

$$(60)\qquad \begin{aligned} \frac{\sin\alpha_D}{\sin\alpha^i_R} &= \frac{\lambda_D}{\lambda^i_R} = \frac{\omega - g(1-k)\cos(\alpha_D - \psi)}{\omega - g(1-k)\cos(\alpha^i_R - \psi)} \\ \frac{\sin\alpha_D}{\sin\alpha_A} &= \frac{\lambda_D}{\lambda_A} = \frac{\omega - g(1-k)\cos(\alpha_D - \psi)}{v - g\cos(\alpha_A - \psi)} \end{aligned}$$

$$A_E + (A^i_R) = A_A\,, \qquad \mathfrak{A}_D + (\mathfrak{A}^i_R) = \mathfrak{A}_A\,.$$

Folglich:

$$(61)\qquad (A^i_R) = -\frac{\dfrac{1}{T_D} - \dfrac{1}{T_A}}{\dfrac{1}{T^i_R} - \dfrac{1}{T_A}} A_D\,, \quad (\mathfrak{A}^i_R) = -\frac{T_A - T_D}{T_A - T^i_R}\mathfrak{A}_D.$$

Für die Geschwindigkeitsamplitude z. B. folgt weiter:

$$(\mathfrak{A}^i_R) = -\frac{v\cos(\alpha_D - \psi) - \omega_D\cos(\alpha - \psi)}{v\cos(\alpha^i_R - \psi) - \omega_R\cos(\alpha - \psi)}\,\frac{\omega_R}{\omega_D}\,\mathfrak{A}_D.$$

Und wenn endlich wieder $g = 0$ genommen wird, so dass ω_D und ω_R und ebenso die beiderlei Schwächungscoefficienten identisch werden, so kommt schliesslich:

$$A_R^i = \frac{\sin(e - r)}{\sin(e + r)} A_D .$$

Durch vorstehende Schlussfolge ist meines Erachtens die Schwingungsebene des polarisirten Lichtes endgültig festgestellt, und ich bin selbst der Meinung, dass die gegebene Beweisführung unabhängig ist von der Annahme, die man etwa statt der Fresnel'schen der Erklärung der astronomischen Aberration (der Fixsterne) zu Grunde legen möchte.

Im Folgenden werden wir indess den bezüglichen Standpunkt Fresnel's festhalten.

22. Die für die Bewegung des Mittels gewonnenen Ausdrücke (57) und (61) lassen sich erheblich vereinfachen, wenn man die sämmtlichen Strahlen auf ein um die bisherige Y-Axe um einen gewissen kleinen Winkel δ gedrehtes neues Coordinatensystem bezieht. Fällt nämlich die äussere Welle schief auf die Trennungsfläche auf, so entsteht dadurch, dass dieselbe, während ihre Punkte successive erschüttert werden, sich selbst parallel verschiebt, der gleiche Effect, als träfe die einfallende Welle unter einem etwas geänderten Einfallswinkel auf eine ruhende Trennungsfläche. So coordinirt sich denn der wirklichen spiegelnden Fläche mit ihrem wirklichen Einfallsloth eine gewisse fictive spiegelnde Fläche mit fictivem Einfallsloth, und es erscheint sogar diese letztere in Fällen, für welche die erstere sich indifferent verhält, zugleich auch als die wirksame. Fortan mögen die von diesem neuen Lothe ab gezählten Winkel durch $\mathfrak{a}$ bezeichnet werden, so dass allgemein:

(62) $$\alpha = \mathfrak{a} - \delta.$$

Mit Rücksicht auf vorstehende Definition verlangt nun sofort das Huyghens'sche Princip, dass das Verhältniss der Sinusse der Winkel $\mathfrak{a}$ dem der zugehörigen Fort-

pflanzungsgeschwindigkeiten gleich sei, und so erhält man ein System von Gleichungen, das ich mit den verwandten Beziehungen (56) und (60) zur allgemeinen Charakteristik der bewegten Mittel zusammenstelle:

$$(63)\qquad \begin{gathered} \frac{\sin \mathfrak{a}}{\sin \mathfrak{a}_R} = \frac{v}{v}, \quad \frac{\sin \mathfrak{a}}{\sin \mathfrak{a}_D} = \frac{v}{\omega_D}, \quad \frac{\sin \mathfrak{a}_D}{\sin \mathfrak{a}_R^i} = \frac{\omega_D}{\omega_R} \\ \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_R} = \frac{\lambda}{\lambda_R}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_D} = \frac{\lambda}{\lambda_D}, \quad \frac{\sin \alpha_D}{\sin \alpha_R^i} = \frac{\lambda_D}{\lambda_R^i}. \end{gathered}$$

Was schliesslich den Drehungswinkel δ betrifft, so ergibt sich derselbe, abgesehen von seiner sehr einfachen geometrischen Construction, analytisch mittelst irgend einer der Gleichungen (56) oder (60), sofern man darin die α durch $(\mathfrak{a} - \delta)$ ersetzt. So erhält man beispielsweise mittelst Gl. (56a.) und bei Beachtung, dass $\mathfrak{a}_R = 180^0 - \mathfrak{a}_E$:

$$\frac{\sin(\mathfrak{a} - \delta)}{\sin(\mathfrak{a} + \delta)} = \frac{v - g \cos[\mathfrak{a} - (\delta + \psi)]}{v + g \cos[\mathfrak{a} + (\delta + \psi)]}$$

und daraus mittelst Auflösung nach δ:

$$(64)\qquad \sin \delta = \frac{g}{v} \sin \mathfrak{a} \cos \psi .$$

Hiernach lassen sich nun die oben erhaltenen Intensitätsausdrücke umformen. Führt man noch anstatt der Amplituden die Schwächungscoefficienten: $R = \frac{A_R}{A}$, $\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{A}_R}{\mathfrak{A}} = R \frac{T}{T_R}$ und: $R_i = \frac{A_R^i}{A_D}$, $\mathfrak{R}_i = R_i \frac{T_D}{T_R^i}$ ein, so fällt bei Benutzung der Beziehungen (62) und (63) der Winkel ψ heraus, und so kommt zunächst für die Vorderfläche:

$$(65)\qquad \begin{gathered} \mathfrak{R} = - \frac{\sin(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_D)}{\sin(\mathfrak{a}_R - \mathfrak{a}_D)} = - \frac{\sin(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_D)}{\sin(\mathfrak{a} + \mathfrak{a}_D)}, \\ R = - \frac{\sin(\alpha - \alpha_D)}{\sin(\alpha_R - \alpha_D)} \frac{\sin \alpha_R}{\sin \alpha}, \end{gathered}$$

wofern nämlich zur Gewinnung des letzteren Ausdrucks in ersterem rückwärts $\mathfrak{a} = \alpha + \delta$ gesetzt und das Verhältniss $\frac{T_R}{T} = \frac{v\, T_R}{v\, T_E} = \frac{\lambda_R}{\lambda_E} = \frac{\sin \alpha_R}{\sin \alpha}$ geschrieben wird.

Analog ergibt sich für die Vorgänge an der Hinterfläche:

$$(66)\quad (\mathfrak{R}_i) = -\frac{\sin(\mathfrak{a}-\mathfrak{a}_D)}{\sin(\mathfrak{a}-\mathfrak{a}_R^i)}\,\frac{\omega_R}{\omega_D},\quad (R_i) = -\frac{\sin(\alpha-\alpha_D)}{\sin(\alpha-\alpha_R^i)}\,\frac{\sin\alpha_R^i}{\sin\alpha_D}.$$

23. Da zufolge der Aberrationslehre bei bewegter Platte der wirkliche Einfallswinkel $\alpha_E = \alpha$ mit dem scheinbaren, der hinfort durch e bezeichnet werden möge, durch die Gleichung verbunden ist:

$$\alpha = e - \frac{g}{v}\sin(\alpha - \psi),$$

so erhält man bei Vernachlässigung der höheren Potenzen von $\frac{g}{v}$ und bei Einführung des scheinbaren Brechungswinkels r mittelst der Relation $\frac{\sin r}{\sin e} = \frac{\omega}{v} = \frac{1}{n}$, sowie in Anbetracht des in den Gleichungen (56) und (60) ausgesprochenen Spiegelungs- und Brechungsgesetzes, wenn darin vorläufig der Erfahrung entsprechend $k = \frac{n^2-1}{n^2}$ gesetzt wird, der Reihe nach:

$$\begin{aligned}
\sin\alpha &= \sin e\left[1 - \frac{g}{v}\operatorname{ctg} e\sin(e-\psi)\right]\\
\cos\alpha &= \cos e\left[1 + \frac{g}{v}\operatorname{tg} e\sin(e-\psi)\right]\\
\sin\alpha_R &= \sin e\left[1 + \frac{g}{v}\operatorname{ctg} e\sin(e+\psi)\right]\\
(67\text{a.})\quad -\cos\alpha_R &= \cos e\left[1 - \frac{g}{v}\operatorname{tg} e\sin(e+\psi)\right]\\
\sin\alpha_D &= \sin r\left[1 - \frac{g}{v}\operatorname{ctg} r\,\frac{\sin(r-\psi)}{n}\right]\\
\cos\alpha_D &= \cos r\left[1 + \frac{g}{v}\operatorname{tg} r\,\frac{\sin(r-\psi)}{n}\right]\\
\sin\alpha_R^i &= \sin r\left[1 + \frac{g}{v}\operatorname{ctg} r\,\frac{\sin(r+\psi)}{n}\right]\\
-\cos\alpha_R^i &= \cos r\left[1 - \frac{g}{v}\operatorname{tg} r\,\frac{\sin(r+\psi)}{n}\right].
\end{aligned}$$

Andererseits hat man theils direct, theils bei Einführung des Winkels δ innerhalb derselben Genauigkeitsgrenze:

(67b.)
$$\frac{\sin \mathfrak{a}}{\sin \mathfrak{a}_D} = \frac{\sin e}{\sin r}\left[1 - \frac{gk}{\omega}\cos(r-\psi)\right]$$
$$\frac{\sin \mathfrak{a}}{\sin \mathfrak{a}_R^i} = \frac{\sin e}{\sin r}\left[1 + \frac{gk}{\omega}\cos(r+\psi)\right]$$
$$\frac{\cos \mathfrak{a}}{\cos \mathfrak{a}_D} = \frac{\cos e}{\cos r}\left[1 + \frac{gk}{\omega}\operatorname{tg} r \sin(r-\psi)\right]$$
$$-\frac{\cos \mathfrak{a}}{\cos \mathfrak{a}_R^i} = \frac{\cos e}{\cos r}\left[1 - \frac{gk}{\omega}\operatorname{tg} r \sin(r+\psi)\right].$$

Man kann die einen wie die anderen Ausdrücke benutzen, um in die erhaltenen Schwächungscoefficienten anstatt der wahren (variablen) die scheinbaren Einfalls- und Brechungswinkel, die bei beliebiger Orientirung der bewegten Platte im Raume sich gleich bleiben, einzuführen.

24. Nachdem wir so die Haupteigenschaften bewegter Mittel erörtert — die weitere mechanische Begründung folgt unter 31 — und die wichtigsten Reductionsformeln für sie abgeleitet, wenden wir uns nunmehr zu einer vollständigeren Besprechung der Grenzprincipien und zwar für beide Hauptfälle. Wir unterscheiden wieder die Vorgänge an der Vorderfläche der Platte von denen an der Hinterfläche.

A. Die Spiegelung und Brechung an der Vorderfläche.

I. Hauptfall. Zu dem bereits besprochenen Grundsatz der Continuität tritt jetzt das Princip der Gleichheit der elastischen Deformationen und das der Erhaltung der lebendigen Kräfte. Während, wie wir gesehen, der Continuitätsgrundsatz mit absolut gleichem Rechte sich auf Ausschlags- und Geschwindigkeitsamplitude anwendet, bezieht sich der der Deformationen blos auf die räumlichen Verschiebungen der Aethertheilchen, also auf die Aus-

schläge, die Gleichung der lebendigen Kräfte dagegen ebenso ausschliesslich auf die Geschwindigkeiten. Sehen wir zu, ob die aus ihnen abzuleitenden Bedingungen auch hier ein einheitliches, mit einander verträgliches System bilden.

Behufs Anwendung des Deformationsprincips (vergl. Nr. 2):

$$\left.\frac{d\zeta_{I}}{dy} + \frac{d\eta_{I}}{dz} = \frac{d\zeta_{II}}{dy} + \frac{d\eta_{II}}{dz} \qquad \right\} z = 0$$

ist es natürlich gleichgültig, ob die Ausschläge auf das wirkliche oder auf das fictive Einfallsloth resp. auf die alten oder neuen Coordinaten-Ebenen bezogen werden. So erhält man je eine der beiden identischen Gleichungen:

$$\frac{\cos\alpha}{\lambda_E} + R\frac{\cos\alpha_R}{\lambda_R} = D\frac{\cos\alpha_D}{\lambda_D}$$

$$\frac{\cos\mathfrak{a}}{\lambda_E} + R\frac{\cos\mathfrak{a}_R}{\lambda_R} = D\frac{\cos\mathfrak{a}_D}{\lambda_D}\,.$$

Die erste derselben gibt in Verbindung mit der einen der beiden Continuitätsgleichungen die Bedingungen:

$$\text{(68a.)}\qquad \begin{gathered} 1 + R = D \\ \operatorname{ctg}\alpha + R\operatorname{ctg}\alpha_R = D\operatorname{ctg}\alpha_D, \end{gathered}$$

woraus:

$$\text{(69a.)}\qquad R = -\frac{\sin(\alpha-\alpha_D)}{\sin(\alpha_R-\alpha_D)}\,\frac{\sin\alpha_R}{\sin\alpha},\quad D = 1 + R.$$

Die andere dagegen gibt bei Einführung der Geschwindigkeitsverhältnisse mit der zweiten der Continuitätsgleichungen die Combination:

$$\text{(68b.)}\qquad \begin{gathered} 1 + \mathfrak{R} = \mathfrak{D} \\ 1 - \mathfrak{R} = \mathfrak{D}\frac{\sin\mathfrak{a}\,\cos\mathfrak{a}_D}{\sin\mathfrak{a}_D\,\cos\mathfrak{a}}, \end{gathered}$$

aus der man ableitet:

$$\text{(69b.)}\qquad \mathfrak{R} = -\frac{\sin(\mathfrak{a}-\mathfrak{a}_D)}{\sin(\mathfrak{a}+\mathfrak{a}_D)},\qquad \mathfrak{D} = \frac{2\cos\mathfrak{a}\,\sin\mathfrak{a}_D}{\sin(\mathfrak{a}+\mathfrak{a}_D)}\,.$$

Man erhält so diejenigen Beziehungen mit Hülfe einer dritten Gleichung (eines zweiten Princips) wieder, die man früher ohne dieselbe aus dem Continuitätsprincip allein abgeleitet hatte. Und daher schliesst man rückwärts, dass auch die Anwendung des Deformationsprincips auf bewegte Mittel vollständig berechtigt ist.

Es wird auffallen, dass die letzterhaltene Combination ihrer Form nach mit den für ruhende Mittel geltenden Uebergangsbedingungen zusammenfällt. Dasselbe gilt von dem Producte:

$$(70) \qquad 1 - \mathfrak{R}^2 = \mathfrak{D}^2 \frac{\sin \mathfrak{a} \cos \mathfrak{a}_D}{\cos \mathfrak{a} \sin \mathfrak{a}_D},$$

welches uns früher als Gleichung der lebendigen Kräfte entgegentrat. Was denn jetzt die directe Behandlung dieses Grundsatzes betrifft, so verlangt derselbe nach wie vor die Beziehung:

$$M(\mathfrak{A}_E{}^2 - \mathfrak{A}_R{}^2) = M_D \mathfrak{A}_D{}^2 + \Sigma M'_D \mathfrak{A}'_D{}^2,$$

wo, wie früher, die M die für die Zeiteinheit äquivalenten Massen bedeuten und sich die gestrichelten Buchstaben auf die Körpertheilchen beziehen. Oder sofern auch hier die brechende Kraft gleich ist dem Verhältnisse der lebendigen Kräfte der Körper- und Aethertheilchen, also:

$$n'^2 - 1 = \frac{\Sigma m' \mathfrak{A}'^2}{m \mathfrak{A}^2}$$

und die ersteren mittelst dieses Ausdrucks eliminirt werden:

$$M(\mathfrak{A}_E{}^2 - \mathfrak{A}_R{}^2) = M_D n'^2 \mathfrak{A}_D{}^2.$$

Die hier vorkommenden Massen, resp. Aethervolumina verhalten sich, sofern der gebrochene Strahl wie bei den anisotropen Mitteln mit der zugehörigen Wellennormale einen Winkel Δ bildet und unter dem von $\mathfrak{a}_D$ verschiedenen Brechungswinkel $\mathfrak{a}'_D = \mathfrak{a}_D + \Delta$ gebrochen wird, wie:

$$M : M_D = v \cos \mathfrak{a} : \sigma \cos \mathfrak{a}'_D,$$

oder wegen des geringen Unterschiedes von ω und σ nahezu wie:

$$M : M_D = \sin \mathfrak{a} \cos \mathfrak{a} : \sin \mathfrak{a}_D \cos \mathfrak{a}_D \frac{\cos \mathfrak{a}'_D}{\cos \mathfrak{a}_D}.$$

Durch Substitution dieser Werthe erhält man:

$$\mathfrak{A}_E^2 - \mathfrak{A}_R^2 = \left(\mathfrak{A}_D^2 \frac{\cos \mathfrak{a}'_D}{\cos \mathfrak{a}_D}\right) \frac{\sin \mathfrak{a} \cos \mathfrak{a}_D}{\cos \mathfrak{a} \sin \mathfrak{a}_D},$$

und diese Gleichung wird mit der aus den Grenzbedingungen erhaltenen identisch, sobald man setzt:

(71) $$\frac{\mathfrak{A}_R^2}{\mathfrak{A}_E^2} = \mathfrak{R}^2, \quad \frac{\mathfrak{A}_D^2}{\mathfrak{A}_E^2} \frac{\cos \mathfrak{a}'_D}{\cos \mathfrak{a}_D} = \frac{[\mathfrak{A}_D^2]}{\mathfrak{A}_E^2} = \mathfrak{D}^2.$$

Die hier gegebene Entwickelung berechtigt folglich zu dem Schlusse, dass die gebrochene Welle vermöge der Elasticität des Aethers der Richtung der Normalen folgen würde, indess durch den Einfluss der Translation in die des Strahles hineingetrieben wird, dass folglich, wenn die Lichtmenge $[\mathfrak{A}^2_D]$ sich auf die grössere Fläche vertheilt, die Amplitude auf:

$$\mathfrak{A}_D = [\mathfrak{A}_D] \sqrt{\frac{\cos \mathfrak{a}_D}{\cos \mathfrak{a}'_D}}$$

herabsinkt.

Werden schliesslich die erhaltenen Schwächungscoefficienten mittelst der Ausdrücke (67) transformirt, so erhält man innerhalb der dort angegebenen Genauigkeitsgrenze:

$$\mathfrak{R} = -\frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)}\left(1 - 2\frac{g}{v} \cos e \cos \psi\right),$$

$$\mathfrak{D} = \frac{2 \cos e \sin r}{\sin(e+r)}\left(1 + \frac{g}{\omega} \frac{\sin(e-r) \cos \psi}{\sin e}\right),$$

(69c.) $$R = -\frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)},$$

$$D = \frac{2 \cos e \sin r}{\sin(e+r)}.$$

Während folglich die beiden Ausschlagsverhältnisse von der Orientirung der Platte gegen die Bewegungsrichtung der Erde vollkommen unabhängig sind, erscheinen die Geschwindigkeitsverhältnisse als von ihr abhängig.

25. II. Hauptfall. Sind die Schwingungen der Einfallsebene parallel, so gestaltet sich die Behandlung etwas abweichend. Während nämlich das Continuitätsprincip für den I. Hauptfall die trefflichsten Dienste leistete, wird hier seine Anwendung geradezu unmöglich. Man erhält nämlich als möglichen Ausdruck desselben je nach der Combinirung der $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{D}$; R, D; $\mathfrak{a}$; α nicht weniger als vier verschiedene Gleichungen, nämlich:

$$\begin{aligned} (1-\mathfrak{R})\cos\mathfrak{a} &= \mathfrak{D}\cos\mathfrak{a}_D \\ (1-R)\cos\mathfrak{a} &= D\cos\mathfrak{a}_D \\ \cos\alpha + \mathfrak{R}\cos\alpha_R &= \mathfrak{D}\cos\alpha_D \\ \cos\alpha + R\cos\alpha_R &= D\cos\alpha_D. \end{aligned}$$

Und obwohl die erste und vierte die wahrscheinlichsten sein werden, so ist es schwer, zwischen ihnen zu entscheiden.

Hingegen ist der Grundsatz der Gleichheit der Deformationen, da er für den I. Hauptfall als zulässig erwiesen ist, offenbar auch hier anwendbar. Derselbe wird jetzt ausgesprochen durch die Gleichung (vergl. Nr. 2):

$$\left.\frac{d\zeta_I}{dx} + \frac{d\xi_I}{dz} = \frac{d\zeta_{II}}{dx} + \frac{d\xi_{II}}{dz}\right\} z = 0$$

und führt zur Beziehung:

$$\frac{1}{\lambda_E} + \frac{R}{\lambda_R} = \frac{D}{\lambda_D}.$$

Wir führen darin statt der Amplituden der Ausschläge die der Geschwindigkeiten ein und combiniren die so umgeformte Gleichung:

$$1 + \mathfrak{R} = \mathfrak{D}n'$$

mit der Gleichung der lebendigen Kräfte:

$$1 - \mathfrak{R}^2 = \mathfrak{D}^2 \frac{\sin\mathfrak{a}\cos\mathfrak{a}_D}{\cos\mathfrak{a}\sin\mathfrak{a}_D}.$$

Dass nämlich die vorstehende Form derselben und ebenso die gesammte in voriger Nummer gegebene Ableitung für diesen II. Hauptfall nicht minder richtig ist, als

für den I., unterliegt keinem Zweifel. So erhält man durch Division die Combination:

$$(72)\qquad \begin{aligned} 1+\mathfrak{R} &= \mathfrak{D}\,\frac{\sin\mathfrak{a}}{\sin\mathfrak{a}_D} \\ 1-\mathfrak{R} &= \mathfrak{D}\,\frac{\cos\mathfrak{a}_D}{\cos\mathfrak{a}} \end{aligned}$$

und leitet daraus ab:

$$(73)\qquad \mathfrak{R}=\frac{\operatorname{tg}(\mathfrak{a}-\mathfrak{a}_D)}{\operatorname{tg}(\mathfrak{a}+\mathfrak{a}_D)},\qquad \mathfrak{D}=\frac{2\cos\mathfrak{a}\sin\mathfrak{a}_D}{\sin(\mathfrak{a}+\mathfrak{a}_D)\cos(\mathfrak{a}-\mathfrak{a}_D)}.$$

Hiermit ist auch zugleich zwischen den obigen vier Continuitätsgleichungen die Wahl getroffen.[1]) Somit verbürgt denn die durch die Verhältnisse des I. Hauptfalles bewiesene Anwendbarkeit des Deformationsprincips, dass die vorstehend aufgestellten Uebergangsbedingungen Gl. (72) ebenso strenge gültig sind wie die für jenen gegebenen Gleichungen (68).

Bezieht man schliesslich die Ausdrücke (73) auf den scheinbaren Einfalls- und Brechungswinkel, so wandeln sie sich um in:

$$(73\text{b.})\qquad \mathfrak{R}=\frac{\operatorname{tg}(e-r)}{\operatorname{tg}(e+r)}\left(1-2\,\frac{g}{v}\,\frac{\cos e\cos(2r-\psi)}{\cos(e-r)\,\cos(e+r)}\right).$$

$$\mathfrak{D}=\frac{2\cos e\sin r}{\sin(e+r)\cos(e-r)}\left[1+\frac{g\,k}{\omega}\,\frac{\sin 2e\cos(r-\psi)+\sin 2r\operatorname{tg}r\sin(r-\psi)}{\sin 2e+\sin 2r}\right].$$

Und man erhält beispielsweise:

$$R=\frac{\operatorname{tg}(e-r)}{\operatorname{tg}(e+r)}\left[1-2\,\frac{g}{v}\cos e\,\frac{\sin\psi\sin 2r+\cos\psi(\sin^2 e-\sin^2 r)}{\cos(e-r)\cos(e+r)}\right].$$

26. Dem Bisherigen zufolge erfahren die Oscillationsgeschwindigkeiten des an einem bewegten Mittel gespiegelten, resp. gebrochenen Lichtes (und zwar für beide Hauptfälle) die nämliche

---

1) Nach der erweiterten Cauchy'schen Continuitätstheorie müsste statt der obersten die unterste bevorzugt werden. Vgl. Astr. Und. p. 114. — Im übrigen konnte man voraussehen, dass auf der rechten Seite die Normalwinkel $\mathfrak{a}_D$, α_D und nicht etwa die Strahlenwinkel $\mathfrak{a}'_D$, α'_D einzusetzen seien.

Schwächung, als wenn das Mittel ruhte, aber zugleich seine Vorderfläche um den Winkel δ gedreht und sein Brechungsverhältniss n in n' umgewandelt würde. Wollte man diesen Satz etwa durch höchst schwierige directe Intensitätsmessungen mit der Erfahrung vergleichen, so bleibt zu beachten, dass auch die Schwingungsdauern T_R, T_D sich gleichzeitig ändern.

Frei von diesem Umstande und nach dem Vorgange Fizeau's[1]) auch leichter realisirbar sind die Beziehungen, welche die Polarisationsazimuthe der gespiegelten und gebrochenen Welle mit dem der einfallenden verknüpfen, wenn dieses letztere ein beliebiges ist. Heissen dieselben resp. φ_R, φ_D, φ, so wird bekanntlich:

$$\operatorname{ctg} \varphi_R = \frac{\cos(\mathfrak{a} + \mathfrak{a}_D)}{\cos(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_D)} \operatorname{ctg} \varphi, \quad \operatorname{tg} \varphi_D = \cos(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_D) \operatorname{tg} \varphi.$$

Folglich beispielsweise:

$$\operatorname{ctg} \varphi_R = \left\{ \frac{\cos(e+r)}{\cos(e-r)} - 2 \frac{g}{v} \frac{\cos e}{\cos^2(e-r)} \left[(\sin^2 e - \sin^2 r) \cos \psi + \sin 2r \sin \psi \right] \right\} \operatorname{ctg} \varphi. \tag{74}$$

Das Polarisationsazimuth der reflectirten Welle erscheint folglich als abhängig von der Orientirung der spiegelnden Platte zur Bewegungsrichtung der Erde. Auch kann man den Einfluss des betreffenden variablen Gliedes durch successive mehrfache Reflexionen noch beliebig steigern.[2]) Die bezüglichen Ausdrücke für die Brechung s. u.

B. Die Spiegelung und Brechung an der Hinterfläche.

27. Die hier zu behandelnden Vorgänge compliciren sich dadurch, dass nicht blos, wie im Inneren der anisotropen Mittel, die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der

1) Ann. d. chim. et phys. (3). LVIII. p. 129. — Pogg. Ann. CXIV. p. 554. — Astr. Und. p. 128.
2) Astr. Und. p. 126 u. 232.

gespiegelten und einfallenden Welle, sondern auch die äquivalenten Volumina derselben, die in jenen gleich sind, von einander differiren. Infolge dessen führt die gewöhnliche Behandlung zu Widersprüchen zwischen den Elasticitätsgleichungen und der Gleichung der lebendigen Kräfte. Wir werden zur Beleuchtung, resp. Vermeidung derselben der Reihe nach drei verschiedene Verfahren einschlagen und lassen jedesmal die beiden Hauptfälle einander folgen.

a. **Die ausschliessliche Benutzung der Elasticitätsgleichungen.**

I. Hauptfall. Hatten wir für denselben oben (Nr. 21) die ausschliesslich aus dem Continuitätsprincip herfliessende Combination aufgestellt:

$$(75\text{a.})\qquad \begin{aligned} 1 + \mathfrak{R}_i &= \mathfrak{D}_i \\ 1 + R_i &= D_i, \end{aligned}$$

so verbinden wir nunmehr die erstere mit der aus dem Deformationsprincip abzuleitenden Gleichung:

$$\frac{\cos \mathfrak{a}_D}{\lambda_D} + R_i \frac{\cos \mathfrak{a}_R^i}{\lambda_R^i} = D_i \frac{\cos \mathfrak{a}}{\lambda},$$

und erhalten so das System:

$$(75\text{b.})\qquad \begin{aligned} 1 + \mathfrak{R}_i &= \mathfrak{D}_i \\ 1 + \mathfrak{R}_i \frac{\sin \mathfrak{a}_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\sin \mathfrak{a}_R^i \cos \mathfrak{a}_D} &= \mathfrak{D}_i \frac{\sin \mathfrak{a}_D \cos \mathfrak{a}}{\sin \mathfrak{a} \cos \mathfrak{a}_D}. \end{aligned}$$

Man entwickelt daraus:

$$\mathfrak{R}_i = -\frac{\sin(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_D)}{\sin(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_R^i)} \frac{\omega_R}{\omega_D} = \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)} \left(1 - 2\frac{g}{\omega} \cos r \cos \psi\right),$$

$$(76)\quad \mathfrak{D}_i = -\frac{\sin(\mathfrak{a}_D - \mathfrak{a}_R^i)}{\sin(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_R^i)} \frac{v}{\omega_D} = \frac{2 \sin e \cos r}{\sin(e+r)} \left(1 - \frac{g}{\omega} \frac{\sin(e-r) \cos \psi}{\sin e}\right),$$

$$R_i = \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)}, \qquad D_i = \frac{2 \sin e \cos r}{\sin(e+r)}.$$

Der erstere ist identisch mit dem Ausdrucke (61 b.), und daher sind auch die Uebergangsbedingungen (75 a.) und (75 b.) mit einander verträglich.

Endlich erhält man für den Schwächungscoefficienten $\mathfrak{D}\mathfrak{D}_i = DD_i$ des nach zweimaliger Brechung aus der Platte austretenden Lichtes:

$$\mathfrak{D}\mathfrak{D}_i = \frac{\sin 2e \sin 2r}{\sin^2(e+r)}.$$

II. Hauptfall. Die den obigen entsprechenden Grenzgleichungen des II. Hauptfalles sind offenbar die folgenden:

$$(77)\qquad \begin{aligned} 1 + \mathfrak{R}_i \frac{\cos \mathfrak{a}_R^i}{\cos \mathfrak{a}_D} &= \mathfrak{D}_i \frac{\cos \mathfrak{a}}{\cos \mathfrak{a}_D}, \\ 1 + \mathfrak{R}_i \frac{\sin \mathfrak{a}_D}{\sin \mathfrak{a}_R^i} &= \mathfrak{D}_i \frac{\sin \mathfrak{a}_D}{\sin \mathfrak{a}}; \end{aligned}$$

sie stimmen bis auf den Umstand, dass in der ersten derselben, sofern dieselbe für $\mathfrak{a} = 0$ mit der ersten der Gl. (68b.) zusammenfallen muss, die Cosinusse der Normalwinkel anstatt der der Strahlwinkel stehen, mit den in Nr. 9 für die anisotropen Mittel aufgestellten Uebergangsbedingungen überein. Mittelst dieser Gleichungen findet man:

$$(78)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{R}_i &= -\frac{\sin \mathfrak{a} \cos \mathfrak{a} - \sin \mathfrak{a}_D \cos \mathfrak{a}_D}{\sin \mathfrak{a} \cos \mathfrak{a} - \sin \mathfrak{a}_R^i \cos \mathfrak{a}_R^i} \frac{\omega_R}{\omega_D} \\ &= -\frac{\operatorname{tg}(e-r)}{\operatorname{tg}(e+r)}\left\{1 - 2\frac{g}{\omega}\cos r\left[k\cos\psi + \frac{(\cos\psi\cos 2r + \sin\psi\sin 2e)\sin^2 2r}{2\sin^2 e\cos r\cos(e-r)\cos(e+r)}\right]\right\} \\ \mathfrak{D}_i &= -\frac{\sin \mathfrak{a}_R \cos \mathfrak{a}_R - \sin \mathfrak{a}_D \cos \mathfrak{a}_D}{\sin \mathfrak{a} \cos \mathfrak{a} - \sin \mathfrak{a}_R^i \cos \mathfrak{a}_R^i} \frac{v}{\omega_D} \\ &= \frac{2\sin e\cos r}{\sin(e+r)\cos(e-r)}\left\{1 - \frac{gk}{\omega}\left[\cos(r-\psi) - \frac{(\cos\psi\cos 2r + \sin\psi\sin 2e)\sin 2r}{\cos r(\sin 2e + \sin 2r)}\right]\right\}. \end{aligned}$$

Folglich mit Zuziehung des Ausdrucks (73):

$$\mathfrak{D}\mathfrak{D}_i = \frac{4\sin 2e \sin 2r}{(\sin 2e + \sin 2r)^2}\left[1 + 2\frac{gk}{v}\sin e\sin\psi\frac{\sin 2e - \sin 2r}{\sin 2e + \sin 2r}\right].$$

Endlich ergibt sich für das Polarisationsazimuth des nach zweimaliger Brechung austretenden Lichtes:

$$\operatorname{ctg}\varphi_D = \frac{(\mathfrak{D}\mathfrak{D}_i)_p}{(\mathfrak{D}\mathfrak{D}_i)_s}$$

(79)

$$\operatorname{tg}\varphi_D = \cos^2(e-r)\left[1 + 2\frac{gk}{v} R_s \sin e \sin\psi\right] \operatorname{tg}\varphi.$$

Die sich hieran anknüpfende Frage ist nun, ob die vorstehend aufgestellten Grenzgleichungen dem Grundsatze der Erhaltung der lebendigen Kräfte genügen.

b. Die Coordinirung der Continuitätsgleichungen mit der Gleichung der lebendigen Kräfte.

28. Was diese letztere betrifft, so verlangt zunächst die Analogie, dass dieselbe eine ähnliche Form erhalte, wie die für die Vorderfläche gültige. Wir schreiben daher:

$$1 + \mathfrak{R}_i^2 \frac{\sin \mathfrak{a}_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\sin \mathfrak{a}_R^i \cos \mathfrak{a}_D} = \mathfrak{D}_i^2 \frac{\sin \mathfrak{a}_D \cos \mathfrak{a}}{\sin \mathfrak{a} \cos \mathfrak{a}_D},$$

unter $\mathfrak{a}_D$, resp. $\mathfrak{a}_R$ wieder die Normalwinkel verstanden. Nun erhellt sofort, dass weder die Gl. (75b.) noch die Gl. (77) mit dieser neuen Bedingung verträglich sind. Wir wollen daher die obigen Deformationsgleichungen fallen lassen und wie Fresnel das Princip der Erhaltung der Kraft blos mit dem der Continuität combiniren.

I. Hauptfall. Die zur Gleichung der lebendigen Kräfte hinzutretende Continuitätsgleichung sei folgende:

$$1 + \mathfrak{R}_i = \mathfrak{D}_i.$$

Alsdann findet man mittelst des Näherungsverfahrens beispielsweise für die Ausschlagsquotienten:

$$R_i = \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)} + \frac{gk}{\omega}\frac{\cos\psi}{\cos r}\frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)}$$

(80)

$$D_i = \frac{2\sin e \cos r}{\sin(e+r)} + \frac{gk}{\omega}\frac{\cos\psi}{\cos r}\frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)},$$

Ausdrücke, die, wie ich hervorhebe, auch die zweite frühere Continuitätsgleichung:

$$1 + R_i = D_i$$

befriedigen, obwohl sie doch von den direct mittelst derselben abgeleiteten Ausdrücken (76) differiren. Diese scheinbare Verträglichkeit des hier angewandten Systems mit den Gl. (75 a.) wird indess keineswegs befremden, wenn man beachtet, dass die Ausdrücke (76) in voller Strenge, die Ausdrücke (80) dagegen nur näherungsweise abgeleitet sind. Man setze in der That:

$$\mathfrak{R}_i = \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)}\left(1+\frac{g}{v}\,x\right),$$

folglich zugleich:

$$R_i = \mathfrak{R}_i\,\frac{T_R}{T_D} = \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)}\left[1+\frac{g}{v}\,(x+2n\cos r\,\cos\psi)\right],$$

wo x eine unbekannte Function von e und r bedeutet, und suche dieselbe mittelst der Bedingungsgleichungen:

$$1+\mathfrak{R}_i = \mathfrak{D}_i, \qquad 1+R_i = D_i$$

zu ermitteln. Man erhält so zunächst direct die Coefficienten $\mathfrak{D}_i$, D_i, und wenn dann die so gewonnenen Ausdrücke in der einen schliesslichen Bedingungsgleichung:

$$D_i = \mathfrak{D}_i\,\frac{T}{T_D}$$

substituirt werden, so fällt das x heraus, und werden die übrigbleibenden Theile identisch. Die in Rede stehende Verträglichkeit ist zwar so erwiesen, aber nur als eine genäherte, beschränkt gültige.

Vergleicht man noch die Ausdrücke (80) mit (76), so lässt sich z. B. $\mathfrak{R}_i$ auch auf die Form bringen:

$$\mathfrak{R}_i\sqrt{-\frac{\omega_D\cos\mathfrak{a}_R^i}{\omega_R\cos\mathfrak{a}_D}} = \frac{\sin(\mathfrak{a}-\mathfrak{a}_D)}{\sin(\mathfrak{a}-\mathfrak{a}_R^i)}\,\frac{\cos\mathfrak{a}_R^i}{\cos\mathfrak{a}_D},$$

indess nur wieder innerhalb der vorstehend bezeichneten Genauigkeitsgrenzen.

Für das austretende Licht ergibt sich:

$$\mathfrak{D}\mathfrak{D}_i = \frac{\sin 2e\,\sin 2r}{\sin^2(e+r)}\left(1-\frac{gk}{\omega}\,\frac{\cos\psi}{\cos r}\,\frac{R_s}{1-R_s}\right).$$

II. Hauptfall. Für diesen tritt zur Gleichung der lebendigen Kräfte die Continuitätsgleichung:

$$1 + \mathfrak{R}_i \frac{\cos \mathfrak{a}_R^i}{\cos \mathfrak{a}_D} = \mathfrak{D}_i \frac{\cos \mathfrak{a}}{\cos \mathfrak{a}_D}.$$

Man zieht daraus mittelst des Näherungsverfahrens:

$$(81) \quad \mathfrak{R}_i = -\frac{\operatorname{tg}(e-r)}{\operatorname{tg}(e+r)}\left\{1 - \frac{g}{\omega}\left[\frac{k\cos\psi}{\cos r} + \frac{(\cos\psi\cos 2r + \sin\psi\sin 2e)\sin^2 2r}{2\sin^2 e\cos r\cos(e-r)\cos(e+r)}\right]\right\}$$

und durch Vergleich mit (78):

$$\mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D}} = -\frac{\sin \mathfrak{a}\cos \mathfrak{a} - \sin \mathfrak{a}_D \cos \mathfrak{a}_D}{\sin \mathfrak{a}\cos \mathfrak{a} - \sin \mathfrak{a}_R \cos \mathfrak{a}_R}.$$

Endlich kommt:

$$\mathfrak{D}\mathfrak{D}_i = \frac{4\sin 2e\sin 2r}{(\sin 2e + \sin 2r)^2}\left[1 + \frac{gk}{\omega}\frac{R}{\cos r}\left(\cos\psi\frac{\cos 2r}{1+R} + \sin\psi\sin 2r\right)\right]$$

und sonach:

$$(82) \quad \begin{aligned} \operatorname{tg}\varphi_D = \cos^2(e-r)\Bigg\{1 - \frac{gk}{\omega}\frac{1}{\cos r}\bigg[\cos\psi\left(\frac{R_s}{1-R_s} + \cos 2r\frac{R_p}{1+R_p}\right) \\ - \sin\psi\sin 2r\, R_p\bigg]\Bigg\}\operatorname{tg}\varphi. \end{aligned}$$

Es sind dies die Ausdrücke, bei denen ich in der Astr. Undulationstheorie stehen blieb, sofern ich damals die genäherte Verträglichkeit des vollständigen Continuitätsprincips mit der Gleichung der lebendigen Kräfte für eine unbedingte hielt.

c. Die Subordinirung der Elasticitätsgleichungen unter die Gleichung der lebendigen Kräfte.

29. Das zuletzt eingeschlagene Verfahren leidet nicht minder an Incorrectheiten wie das erstere. Die gewonnenen Ausdrücke sind unwahrscheinlich verwickelt. Wegen der Gleichberechtigung der beiden Continuitätsgleichungen (75a.) des I. Hauptfalles erscheint es inconsequent, die eine derselben fallen zu lassen und trotzdem die andere beizubehalten. Ebenso musste man das überall sonst so wohlbegründete Deformationsprincip vollständig preisgeben.

Beide Methoden haben zudem das Eigene, dass nach ihnen die bekannten für isotrope und anisotrope, durchsichtige und absorbirende Mittel und zwar für jeden der beiden Hauptfälle gültigen Relationen:

$$(83) \qquad \mathfrak{R}_i = -\mathfrak{R}, \qquad \mathfrak{D}\mathfrak{D}_i = 1 - \mathfrak{R}^2$$

ihre Anwendbarkeit verlieren, resp. nach der ersteren blos für den I. Hauptfall (für die R, D statt der $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{D}$) bestehen bleiben würden. Endlich nähmen die bewegten Mittel eine sonderbare Zwitterstellung ein zwischen den isotropen und anisotropen ruhenden, sofern nämlich von ihren sämmtlichen Attributen allein die ungleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit längs der einfallenden und gespiegelten Welle an doppelt brechende Mittel erinnert. Diese Erwägungen scheinen mir nun zu folgendem Schlusse zu berechtigen:

Musste bezüglich der Vorgänge an der Vorderfläche infolge des Einflusses der Translation eine doppelte Form der Gleichung der lebendigen Kräfte — für die Trennungsfläche und für das Innere — unterschieden, und konnte jene erstere nur aus den Grenzgleichungen selbst gewonnen werden, so werden umgekehrt hinsichtlich der Vorgänge an der Hinterfläche die Elasticitätsgleichungen der zugehörigen, analog gebildeten Gleichung der lebendigen Kräfte subordinirt werden müssen. Im Folgenden halten wir daher wiederum sowohl den Continuitäts- als den Deformationsgrundsatz aufrecht, beziehen dieselben aber für die reflectirte Welle auf vorläufig unbekannte Geschwindigkeitsverhältnisse $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, die dann mittelst der Gleichung der lebendigen Kräfte zu bestimmen sind.

Dem entsprechend erhält man für Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene das System der drei Gleichungen:

$$(84) \qquad \begin{aligned} 1 + \mathfrak{R}_i^2 \frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D} &= \mathfrak{D}_i^2 \frac{\omega_D}{v} \frac{\cos \mathfrak{a}}{\cos \mathfrak{a}_D} \\ 1 + \mathfrak{x} &= \mathfrak{D}_i \\ 1 + \mathfrak{y} \frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D} &= \mathfrak{D}_i \frac{\omega_D}{v} \frac{\cos \mathfrak{a}}{\cos \mathfrak{a}_D}. \end{aligned}$$

Und für Schwingungen parallel der Einfallsebene:

$$1 + \mathfrak{R}_i^2 \frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D} = \mathfrak{D}_i^2 \frac{\omega_D}{v} \frac{\cos \mathfrak{a}}{\cos \mathfrak{a}_D}$$

(85)
$$1 + \mathfrak{x} \frac{\cos \mathfrak{a}_R^i}{\cos \mathfrak{a}_D} = \mathfrak{D}_i \frac{\cos \mathfrak{a}}{\cos \mathfrak{a}_D}$$

$$1 + \mathfrak{y} \frac{\omega_D}{\omega_R} = \mathfrak{D}_i \frac{\omega_D}{v}.$$

Multiplicirt man beispielsweise die zweite und dritte der Gleichungen (84) und identificirt das entstehende Product mit der ersten derselben, so erhält man die Bedingungsgleichungen:

$$\mathfrak{x} + \mathfrak{y} \frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D} = 0, \quad \mathfrak{x}\mathfrak{y} = \mathfrak{R}_i^2,$$

woraus:

$$\mathfrak{x} = \mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D}}, \quad \mathfrak{y} = \mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D}{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}}.$$

Demzufolge schreiben sich die beiden letzten der Gleichungen (84) auch so:

(84b.)
$$1 + \mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D}} = \mathfrak{D}_i,$$

$$1 - \mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D}} = \mathfrak{D}_i \frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}}{v \cos \mathfrak{a}_D}.$$

Behandelt man in ähnlicher Weise die Gl. (85), so kommt:

$$\mathfrak{x} = \mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_R \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_D \cos \mathfrak{a}_D}}, \quad \mathfrak{y} = \mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_D}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_R^i}}$$

und entsprechend:

(85b.)
$$1 + \mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D}} = \mathfrak{D}_i \frac{\omega_D}{v}$$

$$1 - \mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D}} = \mathfrak{D}_i \frac{\cos \mathfrak{a}}{\cos \mathfrak{a}_D}.$$

Setzen wir jetzt zur Abkürzung:

$$\mathfrak{R}_i' = \mathfrak{R}_i \sqrt{-\frac{\omega_D \cos \mathfrak{a}_R^i}{\omega_R \cos \mathfrak{a}_D}} = \mathfrak{R}_i \sqrt{\frac{M_R\, n_R'^2}{M_D\, n_D'^2}}$$

und verstehen sonach unter $\mathfrak{R}_i'$ das auf gleiche lebendige Kräfte reducirte Geschwindigkeitsverhältniss in der gespiegelten und einfallenden Welle, so unterscheidet sich die Form der vorstehenden Gleichungen (84 b.) und (85 b.) in nichts mehr von der der ruhenden Mittel.[1])

Das bewegte Mittel bewahrt folglich hinsichtlich seiner Elasticitätsverhältnisse den ihm durch die Gleichartigkeit seiner Körpermasse aufgedrückten Charakter der Isotropie. Und wenn diese letztere bei der Bestimmung der äquivalenten Volumina zunächst für die Vorgänge an der Vorderfläche den Einfluss der Translation von dem der Elasticität zu unterscheiden zwang, so ist für die an der Hinterfläche der Reduction auf den Querschnitt zwischen den Normalen (statt zwischen den Strahlen) consequenter Weise noch die Reduction auf gleiche lebendige Kraft in der reflectirten und einfallenden Welle hinzuzufügen.

Die sich hiernach ergebenden Einzelausdrücke sind folgende:

I. Hauptfall. Man erhält mittelst der Gl. (84 b.):

$$\mathfrak{R}_i' = \frac{\sin(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_D)}{\sin(\mathfrak{a} + \mathfrak{a}_D)} = -\mathfrak{R},$$

(86) $$\mathfrak{D}_i = \frac{2 \sin \mathfrak{a} \cos \mathfrak{a}_D}{\sin(\mathfrak{a} + \mathfrak{a}_D)} = \frac{2 \sin e \cos r}{\sin(e + r)} \left[1 - \frac{gk}{\omega} \frac{\cos \psi}{\cos r} \frac{\sin r \cos e}{\sin(e + r)}\right]$$

$$D_i = \frac{2 \sin e \cos r}{\sin(e + r)} \left[1 + \frac{g}{v} \frac{\cos \psi}{\cos r} \frac{\sin^2(e - r)}{\sin e \sin r}\right].$$

Sowie endlich:

1) Die vorgenommene Reduction entspricht auch der extraordinären Spiegelung im Hauptschnitt eines anisotropen Mittels (vgl. Nr. 9), und werden in diesem Falle die Massen M_R, M_D, einander gleich.

$$DD_i = \mathfrak{D}\mathfrak{D}_i = 1 - \mathfrak{R}^2$$

$$\mathfrak{D}\mathfrak{D}_i = \frac{\sin 2e \sin 2r}{\sin^2(e+r)}\left[1 + 4\frac{g}{v}\cos\psi \cos e \frac{R^2}{1-R^2}\right].$$

II. Hauptfall. Für denselben kommt analog:

$$\mathfrak{R}_i' = -\frac{\operatorname{tg}(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_D)}{\operatorname{tg}(\mathfrak{a} + \mathfrak{a}_D)} = -\mathfrak{R},$$

(87)
$$\mathfrak{D}_i = \frac{2\sin \mathfrak{a}\cos \mathfrak{a}_D}{\sin(\mathfrak{a}+\mathfrak{a}_D)\cos(\mathfrak{a}-\mathfrak{a}_D)}$$

$$= \frac{4\sin e\cos r}{\sin 2e + \sin 2r}\left[1 - \frac{gk}{\omega}\frac{\sin 2e \operatorname{tg} r \sin(r-\psi) + \sin 2r\cos(r-\psi)}{\sin 2e + \sin 2r}\right]$$

und für das austretende Licht:

$$\mathfrak{D}\mathfrak{D}_i = \frac{4\sin 2e\sin 2r}{(\sin 2e + \sin 2r)^2}\left[1 + 4\frac{g}{v}\frac{\cos e\cos(2r-\psi)}{\cos(e-r)\cos(e+r)}\frac{R^2}{1-R^2}\right].$$

30. Die im vorigen Paragraphen aufgestellten Grenzgleichungen halten wir für die wahrscheinlichsten, und wollen wir annehmen, dass dieselben den thatsächlichen Vorgängen entsprechen. Zu ihrer experimentellen Prüfung dienen die Ausdrücke:

$$\operatorname{ctg}\varphi_R^i = \frac{(\mathfrak{R}_i')_p}{(\mathfrak{R}_i')_s}\operatorname{ctg}\varphi = \frac{\mathfrak{R}_p}{\mathfrak{R}_s}\operatorname{ctg}\varphi,$$

so dass folglich die Drehung der Polarisationsebene des reflectirten Lichtes für correspondirende Einfallswinkel gleich ist. Ferner:

$$\operatorname{tg}\varphi_D^i = \cos^2(e-r)\left[1 + 4\frac{g}{v}\cos e\left(\frac{\cos(2r-\psi)}{\cos(e-r)\cos(e+r)}\frac{R_p^2}{1-R_p^2} - \cos\psi\frac{R_s^2}{1-R_s^2}\right)\right]\operatorname{tg}\varphi$$

(88)
$$= \cos^2(e-r)\left[1 + 4\frac{g}{v}\frac{R_s^2}{1-R_s^2}\cos e\left(\cos(2r-\psi)\frac{\cos(e+r)}{\cos(e-r)} - \cos\psi\right)\right]\operatorname{tg}\varphi$$

$$= \cos^2(e-r)\left[1 + \frac{gk}{\omega\cos r}\left(R_p\cos(2r-\psi) - R_s\cos\psi\right)\right]\operatorname{tg}\varphi.$$

Und insbesondere für die Incidenz des Polarisationswinkel wegen $R_p = 0$:

$$\operatorname{tg}\varphi_D^i = \cos^2(e-r)\left[1 - \frac{gk}{\omega}\frac{\cos\psi}{\cos r}R_s\right]\operatorname{tg}\varphi.$$

Die so gewonnenen Beziehungen sind wesentlich einfacher als die früheren, und entspricht ja ihre Eleganz eben den vereinfachten und, wie ich meine, ziemlich unangreifbar gewordenen Voraussetzungen derselben. Indess wie immer man über dieselben denken möge, soviel wird vorstehende Untersuchung gezeigt haben, dass die Ergebnisse der berühmten Versuche Fizeau's über die Drehung der Polarisationsebene unter dem Einfluss der Erdbewegung theoretisch wahrscheinlich sind. Vielleicht sieht sich einer der Schüler desselben, vielleicht auch unser neu gegründetes deutsches astrophysikalisches Institut (Sonnenwarte) dazu veranlasst, diese delicaten Versuche wiederaufzunehmen und mit entsprechenden Hülfsmitteln in grösserer Schärfe durchzuführen.

31. Zur Theorie der Refraction, Dispersion und Absorption bewegter Mittel. Noch erübrigt die mechanische Begründung der Gesetze der Fortpflanzung des Lichtes in bewegten Mitteln, auf die oben hingewiesen wurde und die schon §. 23 ihre theilweise Anwendung gefunden haben. Die bezüglichen Differentialgleichungen sind die nämlichen, welche auch für ruhende Mittel gelten; bei der Beschränkung auf senkrechte Incidenz und auf Mittel mit nur Einem Absorptionsstreifen haben dieselben die Form:

$$(89)\qquad \begin{gathered} m\frac{d^2\varrho}{dt^2}\,dA + m'\frac{d^2\varrho'}{dt^2}\,dA' = e\frac{d^2\varrho}{dz^2}\,dA, \\ \left(\varepsilon\frac{d^2\varrho}{dz^2} + \varkappa\varrho\right)dA = \left(\varepsilon'\frac{d^2\varrho'}{dz^2} + \varkappa'\varrho'\right)dA'. \end{gathered}$$

Darin bedeuten m, m' die Aether-, resp. Körpermassen der Volumeneinheit; ϱ, ϱ' die zugehörigen Ausschläge und A, A' die Amplituden derselben. Die z sollen in der Richtung des Lothes von einem festen Anfangspunkte O ab gezählt werden; e ist die Deformationsconstante des Aethers, und es sind ε, $\varkappa$; ε', $\varkappa'$ gegebene Coefficienten. Da die Aethertheilchen als ruhend, die Körper-

theilchen als voranschreitend gedacht werden sollen, so mögen auch die entsprechenden Integralausdrücke:

(90) $$\varrho = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{l}\right), \quad \varrho' = A'\cos 2\pi\left(\frac{t}{T'} - \frac{z'}{l'}\right),$$

ersterer auf ein ruhendes, letzterer auf ein sich mit den Körpertheilchen bewegendes Coordinatensystem bezogen werden. Den beiderseitigen Ausschlägen ordnen sich dann, und zwar gleichfalls für ein und dasselbe respective Massetheilchen die Oscillationsgeschwindigkeiten, resp. Beschleunigungen zu:

$$\frac{d\varrho}{dt} = -\frac{2\pi A}{T}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{l}\right), \quad \frac{d\varrho'}{dt} = -\frac{2\pi A'}{T'}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T'} - \frac{z'}{l'}\right)$$

$$\frac{d^2\varrho}{dt^2} = -\frac{(2\pi)^2}{T^2}\varrho, \quad \frac{d^2\varrho'}{dt^2} = -\frac{(2\pi)^2}{T'^2}\varrho'.$$

Damit nun überhaupt in einem bewegten Mittel regelmässige Wellen zu Stande kommen, ist nothwendig, dass diejenigen fortschreitenden und nicht fortschreitenden Theilchen, welche der gleichen Wellenebene angehören, in ihren Schwingungen zusammenstimmen. Man erreicht das durch die Annahme:

(91) $$\varrho' = \alpha\varrho, \quad \frac{d\varrho'}{dt} = \beta\frac{d\varrho}{dt}, \quad \frac{d^2\varrho'}{dt^2} = \gamma\frac{d^2\varrho}{dt^2},$$

unter α, β, γ Coefficienten verstanden, die von z unabhängig sind. Vorstehende Beziehungen sind dann zugleich die Bedingungsgleichungen, aus welchen A', T', l' in ihrem Verhältniss zu A, T, l zu bestimmen sind.

Da der Anfangspunkt O' der Abscissen z' bisher unbestimmt blieb, so möge er jetzt dahin fixirt werden, dass derselbe den festen Anfangspunkt O zur Zeit 0 passirt und mit der Geschwindigkeit g voranschreitet. Man hat dann:

$$z' = z - gt$$

folglich beispielsweise:

$$\varrho' = A'\cos 2\pi\left[\left(\frac{1}{T'} + \frac{g}{l'}\right)t - \frac{z}{l'}\right].$$

Sollen nun die Beziehungen (91) für alle t und z erfüllt sein, so muss sein:

$$(92)\qquad A' = \alpha A\,, \quad \frac{A'}{T'} = \beta \frac{A}{T}, \quad \frac{A'}{T^2} = \gamma \frac{A}{T^2}, \qquad \frac{1}{T'} + \frac{g}{l} = \frac{1}{T}, \quad l' = l.$$

Beachtet man endlich, dass noch aus der ersten dieser Gleichungen die Proportion folgt:

$$dA : dA' = A : A',$$

so lässt sich die Differentialgleichung (89a.) integriren; sie geht über in:

$$(93)\qquad n'^2 - 1 = \frac{m'\mathfrak{A}'^2}{m\mathfrak{A}^2} = \frac{m'A'^2}{mA^2}\,\frac{T^2}{T''^2},$$

welche Form schon oben bei Aufstellung der Gleichung der lebendigen Kräfte (Nr. 24, p. 572) anticipirt wurde und natürlich für ruhende Mittel ($T = T'$) mit der für diese erhaltenen zusammenfällt.

Was ebenso die Differentialgleichung (89b.) betrifft, so schreibt sich dieselbe nunmehr auch so:

$$(94)\qquad \frac{A'}{A} = \frac{\varepsilon \dfrac{d^2\varrho}{dz^2} + \varkappa\varrho}{\varepsilon' \dfrac{d^2\varrho'}{dz^2} + \varkappa'\varrho'}$$

oder:

$$\frac{A'^2}{A^2} = \frac{\varepsilon - \varkappa_1 l^2}{\varepsilon' - \varkappa_1' l^2}.$$

Da das Mittel sich beim Uebergange aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung in ein anderes Mittel mit neuen Eigenschaften umwandelt, so werden auch die Coefficienten ε, ε'; $\varkappa_1$, $\varkappa'_1$, die bis dahin von Schwingungsdauer und Wellenlänge unabhängig waren, Functionen der Translationsgeschwindigkeit und als solche selbst Functionen der durch die Translation bewirkten Modificationen der Farbe werden können. Wir werden zunächst die Annahme machen, dass, wie auch immer diese Abhängigkeit sich gestalten möge, wenigstens die Verhältnisse

$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$, $\frac{\varkappa}{\varkappa'}$, einen constanten Werth behalten, so dass sowohl für eine unendlich kleine als unendlich grosse Schwingungsdauer Amplitudenverhältniss und Verhältniss der Bewegungswiderstände der Aether- und Körpertheilchen von der Verschiebung der letzteren unbeeinflusst bleiben.

Demzufolge erhält man, sofern ebenfalls das Massenverhältniss $\frac{m'}{m}$ constant bleibt, also für jene Schwingungen der Ausdruck:

$$n^2 - 1 = \frac{m'}{m}\frac{A'^2}{A^2}$$

gleich ist der brechenden Kraft des Ruhezustandes:

$$n'^2_\infty - 1 = (n^2_\infty - 1)\frac{T^2_\infty}{T'^2_\infty},$$

$$n'^2_o - 1 = (n^2_o - 1)\frac{T_o{}^2}{T'^2_o}.$$

Die Erfahrung scheint indess noch eine Verallgemeinerung dieser Annahme zu verlangen. Man denke sich die Theilchen des Mittels zunächst im Ruhezustande mittelst irgend einer Lichtquelle in Schwingungen von der Periode T' versetzt, und halte diese Schwingungsdauer T' bei beliebig rascher Translation, also bei beliebiger Differenz $T' - T$, für die Körpertheilchen constant. Alsdann ist es wahrscheinlich, dass entsprechend der Gl. (94) sowohl das Verhältniss der zugeordneten Amplituden als das der Schwingungswiderstände der Körper- und Aethertheilchen auch jetzt noch ungeändert bleibt. Man hätte sonach bei Constanterhaltung der Schwingungsdauer der Körpertheilchen allgemein:

$$n'^2 - 1 = (n^2 - 1)\frac{T^2}{T'^2}. \tag{95}$$

Andererseits schreibt sich:

$$\frac{m' A'^2}{m A^2} = \frac{m'\varkappa}{m\varkappa'} + \frac{\frac{m'}{m}\left(\frac{\varkappa}{\varkappa'} - \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}\right)}{l^2\frac{\varkappa'}{\varepsilon'} - 1},$$

und es ist die periodische Strecke l, sofern man sie beliebig sowohl auf einer festbleibenden Reihe von Aethertheilchen, als auf einer sich verschiebenden Reihe von Körpermolecülen (relative Lichtgeschwindigkeit: $\omega' - g$) abmessen darf:

(96) $$l = \omega' T = (\omega' - g)\, T' = \frac{\omega' - g}{\omega}\, l_0,$$

unter l_0 dieselbe für den Ruhezustand verstanden. Soll aber der vorstehende Ausdruck mit $(n^2 - 1)$ identisch werden, so muss sein:

(97) $$\frac{\varkappa'}{\varepsilon'}\left(\frac{\omega' - g}{\omega}\right)^2 = \text{Const.}$$
$$L = L_0\, \frac{\omega' - g}{\omega},$$

d. h. es muss zugleich die frühere Constante $L = \sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varkappa'}}$, im Verhältniss der relativen Geschwindigkeit des Lichtes zu den Körpertheilchen variiren.

Was insbesondere noch das Bereich der complexen Zone betrifft, so schreibt sich für dieselbe die Gl. (95) so:

(95b.) $$(\nu'_0 \pm q'_0 \sqrt{-1})^2 - 1 = [(\nu_0 \pm q_0 \sqrt{-1})^2 - 1]\, \frac{T^2}{T'^2},$$

und man findet unmittelbar für den Phasenunterschied $\varDelta$ zwischen Aether- und Körpertheilchen:

(98) $$\operatorname{tg} \varDelta = \frac{2\nu'_0\, q'_0}{\nu_0'^2 - q_0'^2 - 1} = \frac{2\nu_0\, q_0}{\nu_0^2 - q_0^2 - 1}.$$

Derselbe bliebe folglich wie das Amplitudenverhältniss bei der Bewegung des Mittels ungeändert.

Zum Schluss möge die Gleichung (95) noch näherungsweise behandelt werden, sofern man wie in Nr. 24 u. ff. die höheren Potenzen von $\frac{g}{v}$ vernachlässigt. Bestimmt man mittelst Gleichungen (92) oder (96) das Verhältniss $T : T'$, so erhält man der Reihe nach:

$$n'^2 - 1 = (n^2 - 1)\left(1 - \frac{g}{\omega'}\right)^2$$

$$= n^2 - 1 - 2\frac{g}{\omega}(n^2 - 1)$$

$$n'^2 = n^2\left(1 - 2\frac{g}{\omega}\frac{n^2 - 1}{n^2}\right)$$

$$\frac{1}{\omega'} = \frac{1}{\omega}\left(1 - \frac{g}{\omega}\frac{n^2 - 1}{n^2}\right)$$

und schliesslich:

(99) $$\omega' = \omega + g\frac{n^2 - 1}{n^2}.$$

Dieser Ausdruck ist bekanntlich zuerst von Fresnel und zwar für dispersionslose Mittel entwickelt worden. Für dispergirende Mittel hat man zufolge obiger Voraussetzungen ω', ω auf eine gleiche, constant erhaltene Schwingungsdauer der Körpertheilchen zu beziehen.[1]

Experimentell erfüllt man diese Bedingung dadurch, dass man Lichtquelle und Mittel in der Richtung der Strahlen in relativer Ruhe verharren lässt, d. h. dass man terrestrisches oder Sonnenlicht anwendet.

Es hat nun in der That Mascart[2]) durch eine sorgfältige und speciell zu diesem Zwecke angestellte Experimentaluntersuchung dargethan, dass die scheinbare prismatische Ablenkung der einzelnen Spectrallinien der genannten Lichtquellen von der Bewegung der Erde unabhängig ist. Ebenso hat Klinkerfues[3]) für die Absorptionsstreifen des Broms bei allen Orientirungen des Apparates wenigstens nahezu die gleiche Lage, resp. Wellenlänge gefunden.

Bonn, im April 1877.

1) Vergl. die abweichende Annahme von Boussinesq, C. R. Juin. 1872.

2) Ann. de l'éc. norm. Jhrg. 1873.

3) Götting. Nachr. Jhrg. 1870. p. 226.

VIII. *Ueber die specifische Wärme des Wassers nach Versuchen des Hrn. W. von Münchhausen aus Moskau; von A. Wüllner.*

1.

Nachdem eine Reihe von Jahren die specifische Wärme des Wassers nach den Versuchen des Hrn. Regnault[1]) als zuverlässig bestimmt angesehen war, wurden zuerst im Jahre 1869 durch die Versuche der Herren Pfaundler und Platter[2]) Zweifel an der Genauigkeit der Regnault'schen Zahlen rege gemacht. Nach den Regnault'schen Versuchen sollte sich die wahre specifische Wärme des Wassers durch die Gleichung darstellen lassen:

$$k_t = 1 + 0.00004\,t + 0.0000009\,t^2,$$

so dass sie bei einer Steigerung der Temperatur von 0^0 auf 100^0 nur von 1 auf 1.013 zunehmen sollte. Die Versuche der Herren Pfaundler und Platter ergaben eine sehr viel stärkere Aenderung der specifischen Wärme und ausserdem ein Minimum bei etwa 4^0. Durch diese Untersuchung sahen sich die Herren Hirn,[3]) Jamin und Amaury,[4]) sowie nochmals die Herren Pfaundler und Platter[5]) veranlasst, neuerdings Versuche über die specifische Wärme des Wassers anzustellen. Hr. Hirn schloss aus seinen Versuchen, dass die specifische Wärme des Wassers stetig und zwar viel stärker wachse als nach den Versuchen des Hrn. Regnault. Eine Versuchsreihe er-

1) Mémoires de l'Acad. T. XXI.
2) Pogg. Ann. CXL.
3) C. R. LXX. p. 592 u. 831.
4) C. R. LXX. p. 661.
5) Pogg. Ann. CXLI.

gab schon bei etwa 15° die specifische Wärme zu 1.06. Bei einem Versuche, bei dem 5 Kgr. Wasser von 0.062° mit 5 Kgr. Wasser von 9.862° gemischt wurden, ergab sich als Verhältniss zwischen den mittleren specifischen Wärmen zwischen 5° und 10° und zwischen 0° und 5° der Werth 1.048.

Die Herren Jamin und Amaury schlossen aus ihren Versuchen, die sich über das Temperaturintervall von 0° bis 75° erstreckten, dass die wahre specifische Wärme des Wassers sich darstellen lasse durch:

$$k_t = 1 + 0.00110\,t + 0.0000012\,t^2.$$

Dieselbe würde danach bei 100° gleich 1.122, die Zunahme also etwa die 10fache derjenigen sein, die sich nach den Versuchen des Hrn. Regnault ergibt.

Die neueren Versuche der Herren Pfaundler und Platter ergaben zwar nicht eine so grosse Aenderung wie die ersten, doch immer eine grössere als die Regnault'schen, und machten es wieder wahrscheinlich, dass die specifische Wärme ein Minimum bei etwa 4° und ein Maximum zwischen 7° und 8° habe. Bei 12° würde die specifische Wärme des Wassers wieder etwa gleich derjenigen bei 0° sein. In höheren Temperaturen wurde bei diesen Versuchen die specifische Wärme nicht verfolgt.

Allen diesen Versuchen gegenüber hielt indess Hr. Regnault die Richtigkeit seiner Resultate aufrecht[1]) indem er angibt, dass er mit einem und demselben Bleistück die specifische Wärme des Bleis bestimmt habe, während das Wasser des Calorimeters nach und nach die Temperaturen 2°, 3°... 10° gehabt habe. Indem er bei allen diesen Versuchen die specifische Wärme des Wassers gleich 1 gesetzt habe, hätten sich zwischen den specifischen Wärmen des Bleis keine Unterschiede ergeben, welche mit Sicherheit auf eine andere Ursache als die unvermeidlichen Beobachtungsfehler hindeuteten.

1) C. R LXX. p. 664.

Ich habe an einer anderen Stelle darauf hingewiesen,[1]) dass ebenso für die nahe Richtigkeit der Regnault'schen Zahlen bis gegen 100° die durch Hrn. Bunsen ausgeführte Bestimmung der Schmelzwärme des Wassers mit dem Eiscalorimeter spricht. Indem Hr. Bunsen die mittlere specifische Wärme des Wassers zwischen 0° und 100° gleich 1 setzt, findet er die Schmelzwärme des Wassers gleich 80.025. Hess erhielt dafür den Werth 80.36, Person 80.02, wobei als Einheit die specifische Wärme zwischen 5° und 16° zu Grunde liegt. Würde man die Jamin'sche Gleichung für die specifische Wärme des Wassers annehmen, so würde die Zahl des Hrn. Bunsen in der Person'schen Einheit 83.82 bedeuten; legt man die Regnault'sche Gleichung zu Grunde, so wird der Bunsen'sche Werth in Person's Einheit 80.36. Mit den Regnault'schen Zahlen stimmt also der von Hrn. Bunsen bestimmte Werth mit dem von Hess und Person überein und ist nur wenig grösser, als der der Herren de la Provostaye und Desains, sowie des Hrn. Regnault, mit den Jamin'schen wäre der Bunsen'sche Werth etwa ein zwanzigstel grösser.

2.

Diese Differenz in den aus den Versuchen ausgezeichneter Experimentatoren sich ergebenden Resultaten liess es seitdem wünschenswerth erscheinen, die specifische Wärme des Wassers neu zu bestimmen. Ich habe deshalb Hrn. W. von Münchhausen aus Moskau, jetzt Lehrer an der Gewerbeschule zu Nowgorod, der während der letzten zwei Jahre in meinem Laboratorium mit physikalischen Arbeiten beschäftigt war, veranlasst, diese Versuche auszuführen.

Die Versuche wurden nach der Mischungsmethode

1) Wüllner, Experimentalphysik. Bd. III. (Wärmelehre.) 3. Aufl. p. 545.

angestellt, indem man das wärmere Wasser zu dem kälteren fliessen liess. Nach vielen Versuchen wurde der Methode von Hrn. W. von Münchhausen folgende Form gegeben. In einem Wasserbade wurden etwa 40 Liter Wasser auf einer constanten Temperatur erhalten. Die Wassermasse wurde so gross genommen, um leichter eine constante Temperatur zu erzielen. Durch Rühren wurde dafür gesorgt, dass die Temperatur der ganzen Wassermasse eine möglichst gleichmässige war. Die eine Seitenwand des Wasserbades wurde durchbohrt, und durch die Durchbohrung in das Bad eine doppelwandige Röhre eingeführt, so dass das Ende derselben im Bade sich 11 Ctm. von der Wand befand. Die Röhre befand sich 14 Ctm. unter der Wasseroberfläche. Die innere der beiden Röhren hatte einen Durchmesser von 0.5, die äussere von 2 Ctm., so dass der ringförmige Zwischenraum zwischen beiden Röhren 0.7 Ctm. Weite hatte. Im Abstande 10 Ctm. von der Seitenwand, in welche das äussere Rohr wasserdicht eingelöthet war, wurde das Doppelrohr knieförmig vertical herabgebogen. Der vertical herabgehende Theil hatte eine Länge von 11 Ctm. An dem unteren Ende war der ringförmige Zwischenraum zwischen den beiden Röhren durch einen vorgelötheten Metallring geschlossen. Die axiale Röhre ragte aus diesem Metallring etwa 2 Mm. hervor. Unmittelbar über dem Metallring war an das äussere Rohr ein seitliches Abflussrohr angelöthet, auf welches ein verschliessbarer Kautschukschlauch gezogen war, der das abfliessende Wasser in ein passend aufgestelltes Gefäss führte.

Das in dem Wasserbade befindliche Ende des centralen Rohres stand ebenfalls einige Millimeter vor dem Rande des äusseren Rohres hervor. Dieses Ende konnte durch einen mit einer Kautschukplatte versehenen Holzpfropf wasserdicht geschlossen werden, der durch einen federnden, an der Wand des Wasserbades befestigten Draht gegen die Oeffnung des Rohres gedrückt wurde.

Durch diese Anordnung konnte man eine beliebige

Quantität des im Wasserbade erwärmten Wassers in das unter die Mündung des knieförmigen Rohres gestellte Calorimeter fliessen lassen, ohne befürchten zu müssen, dass das Wasser bei dem Ueberfliessen eine Temperaturerniedrigung erfuhr. Man liess nämlich, ehe man das Ausflussrohr im Wasserbade öffnete, durch Oeffnen des an dem seitlichen Ausflussrohr angebrachten Kautschukschlauches eine zeitlang Wasser aus dem Wasserbade durch das ringförmige Rohr hindurchfliessen, bis das ganze Rohr auf die Temperatur des Wassers im Bade erwärmt war. Vorläufige Versuche hatten ergeben, dass dazu eine Zeit von etwa 2 Minuten vollständig genügte, denn nach dieser Zeit gab ein am Ende des etwa 0.5 M. langen Kautschukschlauches in das ausfliessende Wasser gehaltenes Thermometer constant fast genau dieselbe Temperatur an, die das Thermometer des Wasserbades anzeigte.

Dann wurde das Calorimeter unter der Mündung so aufgestellt, dass der Wasserspiegel des kalten, im Calorimeter enthaltenen Wassers nur etwa 3.5 Ctm. unter der Mündung des knieförmigen Rohres sich befand, das Rohr im Wasserbade durch zurückdrücken des federndes Drahtes geöffnet, und nun so viel Wasser in das Calorimeter einfliessen gelassen, als zum Versuche benutzt werden sollte. Der Wasserspiegel des so gefüllten Calorimeters war dann noch 2—4 Mm. unter der Mündung des Rohres. Da die Fallhöhe des Wassers beim Beginne des Ausfliessens ausserhalb des Rohres nur 3.5, am Schlusse nicht ganz 0.5 Ctm. ist, so ist eine Abkühlung des Wassers bei dem Ausfliessen nicht zu befürchten; für die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers ergab sich etwa 150 Ctm., so dass selbst der grösste in der Luft zurückzulegende Weg in etwa 0.02 Secunden von dem Wasser durchfallen wurde.

Als Calorimeter wurde das Calorimeter von einem Regnault'schen Apparate zur Bestimmung der specifischen Wärmen benutzt, welches auf einem kleinen Holzgestell stehend sehr leicht transportabel ist. Das Calorimeter fasst etwa 1 Liter.

Die Versuche wurden dann in der bekannten Weise angestellt. In das Calorimeter wurde eine gewisse Quantität Wasser gebracht und dasselbe abgewogen. Es wurde darauf die Temperatur des Calorimeters etwa zwei Minuten unter stetigem Rühren verfolgt und alle 20″ abgelesen. Während dieser Zeit floss das Wasser des Bades durch das ringförmige Rohr ab. Am Schlusse des letzten Intervalls von 20″ wurde das Calorimeter unter das Ausflussrohr gebracht, dasselbe geöffnet und nun das warme Wasser unter stetigem Rühren zufliessen gelassen. Das Zufliessen dauerte 12″—15″, so dass am Ende der 20″ nach dem Beginne des Einfliessens die Temperatur des Calorimeters wieder beobachtet werden konnte. Dieselbe wurde dann so lange verfolgt, bis die Aenderung eine gleichmässige wurde, dieselbe mithin nur mehr Folge der Wärmeabgabe an die Umgebung war. Diese gleichmässige Aenderung trat hier sehr bald, schon in dem zweiten Intervall von 20″ ein, so dass man nur wenige Intervalle zu beobachten hatte. Nach beendigter Temperaturbestimmung wurde das Calorimeter mit seinem Inhalte gewogen, um die Menge des zugeflossenen Wassers zu bestimmen. Ein Gewichtsverlust durch Verdampfen trat bei der kurzen Dauer des Versuches nicht ein.

Zur Temperaturbestimmung des heissen Wassers wurde ein in zehntel Grade getheiltes Normalthermometer benutzt, welches hundertel schätzen liess; das Gefäss desselben befand sich unmittelbar vor der Oeffnung des knieförmigen Rohres im Wasserbade, dessen Wasser übrigens, wie erwähnt, durch stetiges Rühren auf möglichst überall gleiche Temperatur gebracht wurde.

Die Temperatur des Calorimeters wurde mit einem in $^1/_{25}$ Grade getheilten Thermometer bestimmt, welches $^1/_{100}$ Grad schätzen liess.

Die Thermometer waren sorgfältigst mit einander und dem Luftthermometer verglichen, so dass alle späteren Temperaturangaben direct Grade des Luftthermometers bedeuten.

Da die Thermometer nicht vollständig in das Wasser eintauchen konnten, wurden die Vergleichungen der Thermometer mit dem Luftthermometer so durchgeführt, dass die Quecksilberthermometer stets genau so weit eintauchten, wie sie auch bei den einzelnen Versuchen eintauchten. Dadurch war man aller Correctionen für den herausragenden Faden um so mehr enthoben, als die Temperatur des Raumes, in welchem die Beobachtungen angestellt wurden, nur sehr wenig schwankte.

Die Vergleichung der Thermometer unter einander und mit dem Luftthermometer wurde während der Versuche öfter wiederholt.

3.

In folgenden Tabellen sind die nach dieser Methode erhaltenen Resultate zusammengestellt. In denselben enthält:

Columne I unter P das Gewicht des kalten Wassers,
„ II „ p das Gewicht des warmen Wassers,
„ III „ T die Temperatur des warmen Wassers,
„ IV „ t die Endtemperatur des Calorimeters,
„ V „ ϑ die Anfangstemperatur des Calorimeters,
„ VI „ $\Sigma\Delta t$ die aus dem beobachteten Gange der Temperatur sich ergebende Correction für die Endtemperatur t,
„ VII „ c die aus den Versuchen sich ergebende mittlere specifische Wärme des Wassers zwischen den Temperaturen t und T, bezogen auf die mittlere specifische Wärme zwischen den Temperaturen ϑ und t als Einheit.

Ist der Wasserwerth des Calorimeters etc. gleich w, so ergibt sich c aus:

$$c = \frac{(P + w)(t - \vartheta + \Sigma\Delta t)}{p\,(T - t)}.$$

In den einzelnen Reihen sind jedesmal die an einem Tage in aufeinanderfolgenden Versuchen erhaltenen Resultate zusammengestellt. Die in den Temperaturangaben vorhandenen 3. Decimalen sind Resultate der Rechnung zur Reduction der direct abgelesenen Temperaturen auf das Luftthermometer.

I. Reihe.

$w = 11.25$

P	p	T	t	ϑ	$\Sigma \Delta t$	c
666.20	279.80	42.487	26.668	20.127	0.031	1.0059
662.65	277.33	43.804	26.873	19.917	0.042	1.0044
663.52	264.31	41.720	26.443	20.492	0.042	1.0015
660.41	285.67	41.788	26.683	20.272	0.043	1.0046
650.76	322.02	42.007	27.052	19.820	0.046	1.0005
668.14	287.49	42.427	26.493	19.775	0.045	1.0030
	Mittel	42.37	26.70	20.07		1.0033

II. Reihe.

$w = 11.25$

632.55	297.19	41.434	25.072	17.555	0.050	1.0019
634.14	303.86	41.780	25.312	17.600	0.067	1.0033
634.48	326.17	40.723	25.352	17.610	0.068	1.0059
634.23	325.10	41.824	25.692	17.610	0.068	1.0031
633.95	327.84	41.854	25.763	17.615	0.066	1.0046
635.14	312.79	41.470	24.675	16.569	0.068	1.0057
633.93	340.56	41.923	25.783	17.320	0.077	1.0024
263.42	294.31	42.407	24.976	17.075	0.071	1.0030
634.05	307.14	42.537	25.237	17.040	0.071	1.0041
634.56	303.84	42.687	24.981	16.679	0.068	1.0048
634.24	340.24	43.404	25.894	16.714	0.073	1.0025
	Mittel	42.00	25.34	17.22		1.0037

III. Reihe.

$w = 11.25$

P	p	T	t	ϑ	$\Sigma\Delta t$	c
633.49	305.21	43.324	25.934	17.750	0.072	1.0029
634.06	320.54	43.704	26.185	17.525	0.076	1.0039
634.38	341.02	43.334	26.285	17.335	0.070	1.0017
635.80	337.05	41.924	25.592	17.110	0.065	1.0047
634.04	323.74	43.564	25.894	17.055	0.069	1.0048
634.43	326.02	43.758	26.045	17.130	0.072	1.0048
	Mittel	43.27	25.99	17.32		1.0038

IV. Reihe.

$w = 10.5$

633.95	206.35	53.282	26.857	18.441	0.091	1.0054
633.93	208.30	54.122	26.922	18.214	0.096	1.0015
633.60	203.70	54.852	26.646	17.778	0.091	1.0044
633.99	195.58	53.452	25.592	17.145	0.076	1.0081
634.24	225.27	54.442	27.133	17.619	0.090	1.0065
634.19	202.46	53.977	26.095	17.375	0.083	1.0054
	Mittel	54.02	26.47	17.76		1.0052

V. Reihe.

$w = 11.25$

788.07	168.19	70.267	27.125	18.011	0.038	1.0081
777.79	186.42	62.700	27.125	18.711	0.040	1.0058
778.56	169.54	62.773	26.763	19.028	0.035	1.0052
773.76	180.32	61.994	26.923	18.837	0.038	1.0084
777.06	193.28	63.510	27.595	18.782	0.048	1.0062
	Mittel	64.25	27.11	18.66		1.0067

VI. Reihe.

$w = 10.5$

P	p	T	t	ϑ	$\Sigma \Delta t$	c
634.45	140.71	64.230	26.044	17.730	0.086	1.0083
635.43	151.31	60.920	25.993	17.850	0.086	1.0058
634.03	141.26	60.131	25.432	17.865	0.079	1.0054
634.26	149.67	60.467	25.858	17.855	0.079	1.0060
634.50	137.25	61.460	25.492	17.840	0.070	1.0089
634.50	163.55	62.285	26.827	17.840	0.083	1.0088
635.29	164.07	61.995	26.802	17.920	0.070	1.0035
636.79	138.46	60.787	25.833	18.371	0.071	1.0075
	Mittel	61.53	26.04	17.91		1.0068

4.

Die mitgetheilten Reihen enthalten das Beobachtungsmaterial; leider musste Hr. W. von Münchhausen seine Versuche hier unterbrechen, so wünschenswerth es gewesen wäre, besonders bei 100° noch einige Beobachtungen anzustellen. Die Versuche genügen indess, um in dem Intervall 17° und 70° den Gang der specifischen Wärme darzustellen. Ist die wahre specifische Wärme des Wassers k bei der Temperatur t dargestellt durch den Ausdruck:

$$k = 1 + at,$$

so ist die mittlere zwischen den Temperaturen t_1 und t_2:

$$c = 1 + \frac{a}{2}(t_1 + t_2).$$

Fassen wir nun, wie es oben in den Tabellen geschehen ist, die bei nahe den gleichen Temperaturen angestellten Beobachtungen in einen Mittelwerth zusammen, so geben uns dieselben 6 Gleichungen von der Form:

$$\frac{c_{T,t_1}}{c_{t_1,t_2}} = \frac{1 + \frac{a}{2}(T + t_1)}{1 + \frac{a}{2}(t_1 + t_2)} = B,$$

wenn T die Mitteltemperaturen des warmen, t_1 die mittleren Endtemperaturen, t_2 die mittleren Anfangstemperaturen des Calorimeters in den 6 Versuchsreihen bedeuten. Diese Gleichung können wir schreiben:

$$B - 1 = \frac{a}{2} \{T + t_1 - B(t_1 + t_2)\},$$

in welcher sie zur Berechnung von a sehr bequem ist. Geben wir nun den Reihen II und VI, welche die meisten Beobachtungen enthalten, das doppelte Gewicht, so liefert die Methode der kleinsten Quadrate für a den Werth:

$$a = 0.00030192,$$

somit für die wahre specifische Wärme des Wassers bei der Temperatur t die Gleichung:

$$k = 1 + 0.00030192\, t.$$

Eine Berechnung der einzelnen Beobachtungen mit diesem Werthe der Constanten ergibt dann als mittleren Beobachtungsfehler 0.0016, somit als wahrscheinlichen Fehler 0.00108. Ich stelle zur Vergleichung der Beobachtungen mit der Rechnung die Reihen II und VI hierunter zusammen.

Reihe II.			Reihe VI.		
berechnet	beobachtet	Δ	berechnet	beobachtet	Δ
1.0036	1.0019	+ 17	1.0070	1.0083	− 13
36	33	+ 3	65	58	+ 7
32	59	− 27	62	54	+ 8
36	31	+ 5	64	60	+ 4
36	46	− 10	66	89	− 23
37	57	− 20	67	88	− 21
37	24	+ 13	66	35	+ 31
38	30	+ 8	64	75	− 11
38	41	− 3			
39	48	− 9			
40	25	+ 15			

Wie man sieht, sind die Abweichungen in beiden Reihen von gleicher Ordnung, so dass die Gleichung die Beobachtungen vollständig darstellt. Dass die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung die unvermeidlichen Beobachtungsfehler nicht überschreiten, ergibt sich daraus, dass ein Fehler in der Bestimmung der Temperaturdifferenz $t_1 - t_2$ von 0.01 Grad den Werth der berechneten mittleren specifischen Wärmen c im Durchschnitte um 0.0012 ändert. Würde z. B. bei der vorletzten Beobachtung der 6 Reihe die Endtemperatur des Calorimeters um 0.02° höher genommen, so erhielte c den Werth 1.0063 anstatt 1.0035. Man sieht, dass eine grössere Genauigkeit, wo es sich um die Bestimmung dreier Temperaturen und der Correction für den Wärmeverlust handelt, sich nicht erreichen lässt.

Die aus dem wahrscheinlichen Fehler sich ergebende Unsicherheit in dem Werthe des Temperaturcoefficienten würde betragen:

$$0.0000099,$$

so dass also die specifische Wärme des Wassers bei der Temperatur t danach zwischen:

$$k = 1 + 0.0002920\,t$$

und:

$$k = 1 + 0.0003118\,t$$

liegen würde.

In Betreff der Genauigkeit dieses für die specifische Wärme des Wassers sich ergebenden Ausdrucks kann noch die Frage aufgeworfen werden, ob die vorhin gemachte Voraussetzung, dass bei dem Ueberfliessen des Wassers in das Calorimeter keine merkliche Wärmeabgabe stattfinde, hinreichend sicher sei. Wie erwähnt, war die grösste Strecke, welche das Wasser in der Luft zu durchfallen hatte, etwa 3.5, die kleinste 0.5 Ctm. Im Mittel betrug dieselbe somit 2 Ctm. Da sich die Ausflussgeschwindigkeit zu rund 150 Ctm. ergeben hat, wurde der Weg im Mittel in 0.0133 Secunden zurückgelegt. Um wenigstens

einigermaassen die etwaige hierbei mögliche Abkühlung zu übersehen, kann man die von Dulong bestimmten Erkaltungsgeschwindigkeiten eines mit Wasser gefüllten Thermometers, welches in der Luft sich abkühlt, zu Grunde legen. Für die Wärmemenge, welche bei einem Temperaturüberschuss von 40° über die Temperatur der Umgebung durch ein Quadratcentimeter in einer Minute nach aussen abgegeben wird, erhält man aus den Dulong'schen Zahlen etwa 0.9 Wärmeeinheiten, für die Secunde somit 0.015 und in 0.0133 Secunden 0.0002 Wärmeeinheiten. Das überfliessende Wasser bildet einen Cylinder von im Mittel 2 Ctm. Länge und 0.5 Ctm. Durchmesser, die Oberfläche ist danach 3.14 Quadratcentimeter. In der 6. Reihe der Beobachtungen ist die Temperatur des Wassers etwa 40° höher als die der Umgebung. Dort gibt also der Wassercylinder in der Zeit des Ueberfliessens etwa 0.0006 Wärmeeinheiten nach aussen ab. Da nun das Gewicht des in dem Wasser enthaltenen Cylinders 0.392 Gr. ist, so folgt hieraus als Temperaturerniedrigung des Wassers 0.0015 Grad. Würde man die Abkühlung selbst gleich der siebenfachen dieser Schätzung nehmen, so würde das erst das Mittel der specifischen Wärme der 6. Reihe um 0.00028 vergrössern. Würde man diesen Fehler bei allen mittleren specifischen Wärmen der sechs Reihen annehmen, so würde die Constante a um 0.000015 grösser zu setzen sein. Da indess diese vorausgesetzte Abkühlung sicher viel zu gross ist, so sieht man, dass es einer Correctur wegen der Abkühlung nicht bedarf, dass wir somit als wahrscheinlichen Werth für die specifische Wärme des Wassers bei t^0 erhalten:

$$k = 1 + 0.000302\, t.$$

Die Werthe von k wachsen nach diesen Versuchen zwischen 0° und 70°, oder wenn man sich erlaubt über die Grenzen der Versuche etwas hinauszugehen, zwischen 0° und 100° etwas stärker als nach den Versuchen des Hrn. Regnault, aber viel langsamer als nach den Ver-

suchen der Herren Jamin und Amaury. Es wird nämlich k nach:

	den Versuchen	Regnault	Jamin
für 20°	1.0060	1.0012	1.0235
„ 40°	1.0121	1.0030	1.0459
„ 60°	1.0181	1.0056	1.0703
„ 80°	1.0241	1.0089	1.0957
„ 100°	1.0302	1.0130	1.1220

Nach der Gleichung der Herren Jamin und Amaury, in welcher das von t^2 abhängige Glied unter 100° nur einen sehr geringen Einfluss hat, würde das Wachsthum der specifischen Wärme fast genau das vierfache sein, während nach der Regnault'schen Gleichung der Zuwachs bei 100° etwas weniger als die Hälfte des nach den neuen Versuchen sich ergebenden wäre.

Um die Resultate dieser Versuche auch mit Hrn. Bunsen's Bestimmung der Schmelzwärme des Wassers zu vergleichen, bemerke ich, dass, die specifische Wärme des Wassers bei 11° als Einheit gesetzt, der Bunsen'sche Werth 80.90 würde, somit 1 Procent grösser als der von Person und $^2/_3$ Procent grösser als der von Hess.

Das Temperaturintervall bei den vorliegenden Versuchen ist allerdings zu klein, um die Form der Interpolationsformel für k sicher festzustellen; so glaube ich nicht, dass allgemein ein einziges von der Temperatur abhängiges Glied genügt. Indess das ist aus den Versuchen mit Sicherheit zu schliessen, dass innerhalb 20° und 70° die Gleichung die specifischen Wärmen bis auf 0.1 bis 0.15 Procent genau wiedergibt.

Aachen, den 22. Juli 1877.

IX. *Ueber die physikalische Natur der Sprachlaute; von H. Grassmann.*

Seit dem Jahre 1832, wo in Pogg. Ann. XXIV. p. 397 die bahnbrechende Arbeit von Robert Willis, „Ueber Vocaltöne und Zungenpfeifen" erschien, bin ich unausgesetzt bemüht gewesen, die Theorie der Vocallaute und der Sprachlaute überhaupt auszubilden und fest zu begründen. Unmittelbar trat mir aus jener Arbeit der Mangel entgegen, dass Willis nur eine Reihe von Vocalen, nämlich *u, o, a, e, i* aufgefunden haben wollte, während doch die Vocale ebenso wie die Farben nur durch Vertheilung auf einer Fläche vollständig dargestellt werden können. Und bei der Wiederholung der Versuche ergab sich, dass der mittlere jener Vocaltöne von dem Charakter des *a* sehr weit verschieden war, und es darauf ankam, diesen Charakter festzustellen. Aus den Versuchen von Willis folgte, dass das den Vocal bestimmende ein höherer, mit dem Grundtone zugleich leise erklingender Ton sei, der mit jenem verschmelzend eben den Eindruck des Vocales hervorrief. Diese höheren Töne mussten sich also auch bei dem Aussprechen eines Vocales bei gehöriger Achtsamkeit vernehmen lassen. Es gelang dies so vollständig, dass ich auf diese Beobachtungen eine vollständige Theorie der Vocaltöne gründen konnte, welche allen billigen Anforderungen, die man an eine solche Theorie stellen kann, genügte. Die Grundzüge dieser Theorie habe ich im Jahre 1854 im Programme des Stettiner Gymnasiums am Schlusse eines hauptsächlich für meine Schüler bestimmten Leitfadens der Akustik veröffentlicht. Es heisst darin (p. 14) wörtlich: „Die Stimmbänder setzen zugleich die in der Mundhöhle befindliche Luft in Schwingungen; es entstehen dadurch leise Nebentöne, welche je nach der Form, die man der Mundhöhle gibt, verschieden ausfallen, und welche der Reihe der har-

monischen Töne angehören, die den Ton der Stimmbänder zum Grundton hat. Auf diese Weise entstehen die Vocale. Ein aufmerksames Ohr hört leicht beim Uebergange von *u* durch *ü* zu *i* eine Reihe leiser harmonischer Nebentöne, welche vom zweigestrichenen *c* bis zum fünfgestrichenen *c* fortschreiten können und welche man bei denselben Mundstellungen auch für sich hervorbringen kann. Beim Vocale *a* klingt eine ganze Reihe der harmonischen Nebentöne mit, welche das Ohr in der Regel noch bis zur vierten Octave vom Grundtone aus wahrnehmen kann, so dass also bei dem *a* ein voller Accord von Nebentönen mitklingt. Hierdurch ist zugleich der Uebergang von *a* durch *o* zu *u*, sowie der von *a* durch *e* zu *i*, oder durch *ö* zu *ü* erklärt."

Diese Stelle in meinem Programm, in welcher unter der Reihe der harmonischen Nebentöne, die jetzt in der Regel als Obertöne oder Partialtöne bezeichneten Töne verstanden sind, ist, obwohl sie eine vollständige Theorie der Vocaltöne, an der es bis jetzt noch fehlte, in sich schliesst, gänzlich unbeachtet geblieben.

Fünf Jahre später trat Hr. Helmholtz (Gelehrte Anzeigen d. k. bayr. Akad. d. Wiss. 18. Juni 1859) mit einer Reihe wichtiger Versuche über Vocaltöne hervor, in denen er theils gegebene Vocaltöne in ihre einfachen Elemente aufzulösen versuchte, theils einfache Töne zusammensetzte, um aus ihnen Vocale zu bilden. Doch waren die Versuche nicht zahlreich und schlagend genug, um daraus auch nur annähernd eine Theorie der Vocaltöne ableiten zu können. Diese Versuche hat er dann in seinem berühmten Werke „Die Lehre von den Tonempfindungen, Braunschweig 1863" zum Theil ergänzt, ohne jedoch auch hieraus eine wirkliche Theorie der Vocaltöne ableiten zu können. Als Resultat seiner Beobachtungen gibt Helmholtz an, dass in der Reihe der Vocale *u*, *o*, *a* nur je ein charakteristischer, d. h. stärker als alle übrigen her-

vortretender Partialton sich vernehmen lasse, der von *f* bis b_2 (zweigestrichenes *b*) oder bei hellerer Aussprache des *a* bis d_3 aufsteige. Bei den übrigen Vocalen treten nach ihm zwei charakteristische Töne hervor, welche beim *i* das grösste Intervall (von *f* bis d_4) von beinahe vier Octaven mit einander bilden. Der Uebergang von einem Vocale der Reihe *u o a* nach *i* hin muss also nach ihm in der Art stattfinden, dass der eine charakteristische Ton jener Reihe sich in zwei solche Töne spaltet, deren Divergenz immer grösser wird, je mehr sich bei diesem Uebergange der Vocal dem *i* nähert. Aber in welcher Weise diese Spaltung stattfindet und sich bei verschiedenen Grundtönen gestaltet, ist aus seinen Beobachtungen weder zu schliessen noch auch zu errathen, und es bleibt daher die Theorie lückenhaft. Aber noch mehr, die ganze Grundlage, auf welcher dieser Bau der Vocaltöne von Helmholtz aufgeführt wird, ist fehlerhaft und tritt mit anderen Behauptungen desselben in Widerspruch. So z. B. sagt Helmholtz p. 165 seiner Lehre von den Tonempfindungen, dass bei den Klängen des menschlichen Kehlkopfes wohl die Obertöne ihrer Stärke nach mit steigender Höhe continuirlich abnehmen würden, wenn wir sie ohne Resonanz der Mundhöhle beobachten könnten; und fügt hinzu, dass die Obertöne dieser Annahme ziemlich gut bei denjenigen Vocalen entsprechen, welche mit trichterförmiger, weit geöffneter Mundhöhle gesprochen werden, nämlich beim scharfen *A* oder *A''*. Dies muss namentlich für das *A* gelten, da beim *Ä* schon eine Verengerung der Mundhöhlung eintritt. Ja, wir können sagen, dass mit dieser freien Entfaltung der durch die Schwingungen der Stimmbänder erzeugten Obertöne das *A* seinem Wesen nach charakterisirt ist. Ebenso irrig wie die obige Auffassung des Vocales *a* ist die Ansicht, dass zur Erzeugung des *ü* oder *i* ausser dem höheren charakteristischen Oberton noch ein zweiter tieferer erforderlich sei. Im Gegentheile klingen *ü* und *i* um so schöner und reiner, je mehr dieser tiefere Ton schwindet, welcher dem sausenden Geräusche,

welches sich leicht den stark gesungenen Tönen beimischt und dieselben rauh und unschön macht, seinen Ursprung verdankt. Es würden sich alle solche Differenzen in der Beurtheilung von Klängen und Geräuschen auf's leichteste ausgleichen lassen, wenn wir für die Zerlegung derselben in ihre einfachen Töne (mit pendelartigen Schwingungen) einen so zuverlässigen Apparat besässen, wie uns das Prisma oder das Interferenzgitter für die Zerlegung der Gesichtseindrücke liefert. Denn auch die Resonatoren leisten dies bis jetzt nur in höchst unvollkommener und, wie ich unten zeigen werde, wenig zuverlässiger Weise. Dagegen zeigt das menschlische Ohr eine ausserordentliche Fähigkeit, diese einfachen Töne zu empfinden, und bei einiger, richtig geleiteter Uebung auch deutlich von einander zu unterscheiden. Ja es übertrifft in dieser Beziehung, wenn nicht ein zu grosses Gewirr von Tönen aufzulösen ist, an Zuverlässigkeit bis jetzt alle künstlichen Hülfsapparate, und ich gründe daher meine Theorie vorzugsweise auf die unmittelbare Wahrnehmung durch das Ohr. Diese Wahrnehmungen sind aber keineswegs blos subjective, sondern lassen sich ohne Hülfsapparate einer ganzen Zuhörerschaft objectiv darstellen. Hierbei darf ich jedoch eine Schwierigkeit nicht unerwähnt lassen. Wir Deutsche sind gewohnt, die gesungenen und gesprochenen Vocale mit einem hauchenden Geräusche zu begleiten, welches dadurch entsteht, dass wir durch die Stimmritze mehr Luft hindurchgehen lassen, als zu den stärkeren oder schwächeren Schwingungen der Stimmbänder erforderlich ist. Dadurch bekommt der Vocal etwas rauhes, sausendes, was den reinen Eindruck desselben stört und Gesang und Rede besonders in einiger Entfernung undeutlich macht. Es ist unter uns Deutschen selten jemand, der diesen Fehler nicht von vornherein an sich trüge; und die Gesanglehrer haben zur Beseitigung desselben meist eine mühsame und andauernde Thätigkeit nöthig. Es ist dies sausende Geräusch in gewisser Weise der Friction eines Maschinenwerkes zu vergleichen, welche die Kraft der

Maschine hemmt und zugleich ihre Theile schneller aufreibt. Am meisten ist man bei Ueberanstrengung der Stimme, oder in affectvoller Rede zu solchem störenden Hauchen oder Blasen geneigt, kann sich aber auch in ruhigem Gesange oder feierlicher Rede schwer davon frei halten, wenn man nicht sich die Aufgabe gestellt hat, die Stimme davon zu reinigen.

Ich beschränke mich in der folgenden Darstellung streng auf die akustische Seite, und verweise in Bezug auf die physiologische Seite der Sprachlaute auf das treffliche Buch von E. Sievers „Grundzüge der Lautphysiologie Leipzig 1876", welches durchweg auf eigenen Beobachtungen beruht, aber auch die Beobachtungen anderer in gebührender Weise berücksichtigt und der Prüfung unterzieht.

§. 1. Die Vocale der Reihe *u*, *ü*, *i*.

Unter allen Vocalen sind die der Reihe *u*, *ü*, *i* am leichtesten akustisch festzustellen. Sie sind zugleich in ausgezeichnetem Maasse geeignet, das Ohr für das Wahrnehmen der bei diesen Vocalen mitklingenden Obertöne zu üben. Und es ist daher anzurathen, dass man nicht eher zur Untersuchung anderer Vocale übergeht, als bis man mit grösster Leichtigkeit die Obertöne dieser Vocalreihe wahrzunehmen gelernt hat. Schon die einfachen Töne, wie sie durch Stimmgabeln, welche vor gleichgestimmten bauchigen Gläsern schwingen, oder auch durch blosses Anblasen solcher bauchigen Gläser hervorgebracht werden, zeigen aufs entschiedenste den Charakter dieser Reihe, nämlich die tieferen Töne bis etwa zu c_3 (dem dreigestrichenen *c*) hinauf den Charakter eines in der Tiefe dumpfen, dann immer heller werdenden, zuletzt dem *ü* sich nähernden *u*, von c_3 bis etwa zu e_4 den Charakter des *ü*, von da ab bis zu beliebiger Höhe den des *i*. Denselben Charakter zeigen höchst deutlich die Töne, welche man durch Pfeifen mit dem Munde hervorbringen kann, und welche bei geschickten Pfeifern von a_1 bis a_4 gehen

und nach der Reihe den Charakter des *u*, *ü* und erst in höchster Höhe den des *i* zeigen. Höher hinauf gelingt es selten mehr, vollkommene Pfeiftöne hervorzubringen; es entstehen dort Geräusche, die sich aber um sehr hohe, leicht erkennbare Töne bis c_5 und höher hinauf gruppiren und den Charakter des *i* geben. Flüstert man die Vocale dieser Reihe *u*, *ü*, *i*, so entstehen Geräusche, die den entsprechenden Pfeiftönen sehr nahe liegen. Es besteht jeder dieser geflüsterten Vocale aus einer Reihe sehr nahe aneinanderliegender unharmonischer Töne, deren mittlere Tonhöhe sich ziemlich genau angeben lässt und jenem Pfeiftone entspricht. Oft geht bei energischem Flüstern dieser Vocalreihe unwillkürlich das Geräusch in den entsprechenden Pfeifton über. Hält man genau die Mundstellung fest, bei welcher beim Hindurchblasen der Luft ein bestimmter Pfeifton, z. B. c_1 (eingestrichen *c*) entstehen würde, und hält, statt die Luft hindurchzublasen, eine mit jenem Pfeiftone gleich hohe Stimmgabel dicht vor die Mundöffnung, so erklingt jener Ton sehr stark und deutlich, ganz in derselben Weise, als wenn man die Gabel vor die Oeffnung einer gleichgestimmten, bauchigen Flasche hält. Ganz der entsprechende Vorgang findet nun aber bei der Vocalbildung dieser Reihe statt. Denn die Stimmbänder erzeugen bei der Tonbildung ähnlich den Seiten eines Claviers oder der Zunge einer Pfeife ausser dem am stärksten erklingenden Grundtone eine Reihe von Obertönen, deren Schwingungszahlen Mehrfache von der Schwingungszahl des Grundtones sind. Man nennt diese sämmtlichen Töne, den Grundton eingeschlossen, die Partialtöne des zusammengesetzten Klanges. Diese Partialtöne sind z. B. für den Grundton *c* (klein *c*) folgende:

c	c_1	g_1	c_2	e_2	g_2	b_2	c_3	d_3	e_3	x	g_3	x	b_3	h_3	c_4	cis_4	d_4	dis_4	e_4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
				u			|							*ü*					|

f_4	x	x	g_4	gis_4	. . .
21	22	23	24	25	. . .
		i			

wo die darunter gesetzten Zahlen angeben, wie viel Schwingungen diese Töne machen, während der Grundton **eine** Schwingung vollendet, und wo die Töne, die hier mit x bezeichnet sind, keinen Tönen unserer Tonleiter entsprechen. Singt man nun den Ton klein c, also den Ton, welcher beim Basschlüssel in dem zweiten Zwischenraum geschrieben wird, und macht dazu die Mundstellung, mit welcher man den Ton c_1 pfeifen würde, so wird von den Obertönen, die die Stimmbänder ausser dem Grundtone erklingen lassen, der Ton c_1 bedeutend verstärkt, während die übrigen Obertöne fast ganz erlöschen. Der vocalische Klang, den man dabei vernimmt, ist ganz der eines schönen dunkeln *u*. Ganz das entsprechende geschieht, wenn man die Mundstellung so einrichtet, wie sie bei dem Pfeifen eines der folgenden Partialtöne stattfinden würde, wobei der Vocalklang allmählich die verschiedenen Abstufungen des *u*, *ü*, *i* durchläuft. Es ist sehr zweckmässig und für die Ausbildung der Fähigkeit, die bei den Vocalklängen hervortretenden Partialtöne als solche zu vernehmen, durchaus nothwendig, diese Versuche vollständig und nöthigenfalls wiederholt vorzunehmen. Man sieht aus der vorigen Tabelle, dass man auf diese Weise 7 Abstufungen des *u*, 12 Abstufungen des *ü* und von da ab Abstufungen des *i* in fast unbegrenzter Anzahl erhält, von denen aber in der Tabelle nur 5 vermerkt sind, und die sich auch nur wenig von einander unterscheiden.

Jetzt lasse man umgekehrt auf demselben Grundton c in möglichst allmählichem Uebergange die Reihe der verschiedenen Abstufungen des *u* und *ü* erklingen, so wird man mit grösster Deutlichkeit die Reihe der Partialtöne, wenigstens bis zum 16. Partialtone hin wahrnehmen, und nur die unharmonischen beiden oben mit x bezeichneten Partialtöne wird man schwerer vernehmen. Ebenso wird man beim umgekehrten Vocalübergange die Partialtöne in umgekehrter Ordnung vernehmen. Man wird so die volle Ueberzeugung gewinnen, dass nur diese Partialtöne es sind, welche den Charakter der Vocale dieser ganzen Reihe

bedingen. Nimmt man beim Singen des Grundtons *c* eine Mundstellung an, bei welcher ein Pfeifton erklingen würde, der nicht zu den Obertönen von *c* gehört, so vernimmt man, obwohl schwächer, die beiden benachbarten Partialtöne. Lässt man z. B. die Mundstellung allmählich von derjenigen, in welcher der Pfeifton c_1 erklingen würde, in die zu dem Pfeifton g_1 gehörige Mundstellung übergehen, so erklingen bei dem Grundton *c* diese beiden Partialtöne und zwar zunächst g_1 sehr leise, dann immer stärker, während die Tonstärke von c_1 allmählich abnimmt und zuletzt fast Null wird. In der mittleren Mundstellung erklingen beide Partialtöne c_1 und g_1 gleich stark, aber beide sehr viel leiser, als wenn die Mundstellung auf den einen oder anderen Partialton eingerichtet ist. Dabei verändert sich der Charakter des Vocales ein klein wenig, indem er sich, obwohl fast unmerklich, dem eines äusserst weichen *o* nähert. Ich nenne nämlich einen Vocalklang einen weichen, wenn die mitklingenden Partialtöne sehr leise sind. Ebenso nähern sich die Abstufungen des *ü* bei einer Mundstellung, die einem mittleren, nicht zu den Partialtönen gehörigen Pfeiftone entspricht, einem sehr weichen *ö*, obwohl noch unmerklicher als dort die *u*-Klänge sich dem *o* näherten.

Nimmt man nun statt des *c* einen anderen Grundton, so verändert sich zwar die Reihe der Partialtöne, aber der Charakter der Vocale der Reihe *u*, *ü*, *i* bleibt an die absolute Höhe der Partialtöne gebunden in der Art, dass auch hier die einzelnen Partialtöne bis etwa zu c_3 hinauf den Charakter des *u* liefern, von da bis etwa zu e_4 den des *ü*, von da ab den des *i*, wobei es gleichgültig ist, der wievielste Partialton vom Grundtone aus der Vocal-bestimmende Ton ist. Nimmt man z. B. c_1 statt *c* als Grundton, so erhöhen sich alle Partialtöne um eine Octave, also wird dann der vierte Partialton schon c_3 (statt c_2 der obigen Tabelle), und wird schon hier die Grenze des *u* erreicht, und der zehnte Partialton wird e_4 (statt e_3 der Tabelle), also wird schon hier die Grenze des *ü* erreicht,

und die folgenden Partialtöne geben schon den Charakter des *i*.

Es ist dies namentlich hervorzuheben im Gegensatze gegen die Darstellung von Quanten[1]), welcher den in Bezug auf die hier betrachtete Vocalreihe *u ü i* ganz irrigen Satz aufgestellt: „Je tiefer der Grundton, desto tiefer, je höher der Grundton, destohöher ist der charakteristische Ton.“

§. 2. Der Vocal *a*.

Beim Aussprechen oder Singen des Vocals *a* wird die Mundhöhle weit geöffnet und zwar so, dass weder die Zunge noch die Lippen den Raum der Höhlung verengen. Es wird dadurch bewirkt, dass die durch die Schwingungen der Stimmbänder hervorgebrachten Partialtöne sich ungehemmt entfalten können (vgl. Helmholtz, Tonempfindungen p. 165). Schon hiernach muss man vermuthen, dass der eigenthümliche Charakter des *a* den möglichst gleichförmige Ausbildung der harmonischen Obertöne ist. Eine nähere Prüfung, die besonders durch die allmählichen Uebergang des *u* durch *o*, a_0 zu *a* und den umgekehrten bewirkt werden kann, ergibt, dass beim Vocale *a* die Obertöne bis zum achten oder bei hellerer Aussprache auch wohl bis zum zehnten Partialton hin in fast gleicher Stärke ertönen und somit ein voller Accord z. B. über klein *c* der Accord $c\ c_1\ g_1\ c_2\ e_2\ g_2\ b_2\ c_3\ (d_3\ e_3)$ erklingt. Lässt man also über dem Grundtone *c* die Reihe der Vocale von *u* durch *o* und a_0 zu *a* ertönen, so treten zu dem Obertone c_1 nach und nach die Obertöne g_1, c_2 u. s. w. bis c_3 (oder e_3) hinzu, ohne dass die tieferen Obertöne verschwinden, während bei dem umgekehrten Uebergange nach und nach die höheren Töne des Accordes erlöschen, und zuletzt nur der Oberton c_1 übrig bleibt. Es besitzt also der Vocal *a* keinen charakteristischen, die anderen überwiegenden Oberton, sondern für ihn ist die ganze Reihe der Obertöne bis zur dritten Octave des Grundtons charakteristisch, und in diesem Sinne gilt für

1) Pogg. Ann. CLIV. p. 291.

diesen Vocal das von Quanten (s. v.) angeführte, für die Uebergangsreihe *u ü i* irrige Gesetz, dass, je höher der Grundton ist, desto höher auch die mitklingenden Obertöne werden.

Aber bei keinem Vocale tritt mehr die subjective Eigenthümlichkeit des Sängers, oder seine ungleiche Disposition für reinen Gesang, oder die ungleiche Schönheit des Klanges bei verschiedener Höhe des von ihm gesungenen Tones hervor als bei dem Vocale *a*. Denn jeder Schleimansatz an den Stimmbändern, jeder sich nebenbei drängende Hauch stört die gleichmässige Entwickelung der Obertöne, und in verschiedener Tonhöhe ist die Fähigkeit der mehr oder weniger gespannten Stimmbänder, die harmonischen Obertöne rein und voll ertönen zu lassen, eine ungleiche und der Sänger muss hier vielfach nachhelfen. Für das vollkommenste und wohltönendste *a* halte ich das, bei welchem die Obertöne bis zum achten Partialtone hin in gleicher Stärke, aber gegen den Grundton doch nur leise erklingen, und ich werde dieses *a* bei den folgenden Untersuchungen zu Grunde legen.

§. 3. Die übrigen Vocale, Ableitung derselben aus drei Grundvocalen.

Alle übrigen Vocale, ausser den in §. 1 und 2 behandelten, lassen sich aus diesen durch Uebergänge ableiten, also durch den Uebergang eines Vocales der Reihe *u*, *ü*, *i* in *a* oder umgekehrt. Um die Stelle zu fixiren, die ein Vocal bei solchem Uebergange einnimmt, wird man sich der Zahlenverhältnisse bedienen müssen. Zu dem Ende suche ich zuerst den Uebergang von einfachen Tönen von ungleicher Höhe durch ein Zahlenverhältniss darzustellen. An den einfachen Tönen kann man nur ihre Tonhöhe und ihre Tonstärke unterscheiden. Wenn zwei einfache Töne l und m gleiche Tonhöhe haben, aber beliebige Tonstärken, so nenne ich nach meiner Ausdehnungslehre von 1862, Nr. 2, beide einander congruent und bezeichne dies durch $l \equiv m$. Wenn nun irgend eine Tonstärke als Einheit zu

Grunde gelegt wird, und von zwei congruenten Tönen l und m der erstere die Tonstärke 1, der zweite die durch eine Zahl ausgedrückte Tonstärke x hat, so setze ich $m = xl$, und also $xl \equiv l$. Um die Tonhöhe zu fixiren, lege ich als Einheit der Intervalle etwa den halben Ton gleichschwebender Temperatur zu Grunde und bezeichne ein Intervall durch die Zahl i, wenn es i solcher halber Töne enthält. Danach ist also z. B. die Octave = 12, die Quinte gleichschwebender Temperatur = 7 u. s. w. Jetzt seien l und m zwei Töne von ungleicher Höhe, aber gleicher Tonstärke, die ich = 1 setze. Es sei l der tiefere Ton und das Intervall zwischen beiden i, so setze ich $m = l + i$. Hieraus lässt sich alles ableiten. Es seien l, m, n drei Töne von der Tonstärke 1 und $n \equiv xl + ym$, so erhält man, wenn $m = l + i$ ist, $n \equiv xl + y(l + i) = (x + y)\, l + yi$ $= l + \frac{y}{x+y} i$, d. h. das Intervall von l zu n ist $\frac{y}{x+y} i$. Man sieht, dass die Beziehung genau dieselbe ist, wie die zwischen 2 Punkten l, m einer geraden Linie und ihrem Schwerpunkte n, wenn x und y die Gewichte der Punkte l und m sind. Nach diesem Princip kann man nun auch die über demselben Grundtone gesungenen Vocale zusammensetzen, zuerst die Vocale der Reihe *u ü i*. Es sei z. B. irgendeine Abstufung der *u*-Vocale, etwa die, bei welcher c_1 der charakteristische Ton ist, mit U und irgend eine Abstufung der *i*-Vocale, etwa die, bei welcher c_5 der charakteristische Ton ist, mit I bezeichnet, so ist das Intervall zwischen beiden 4.12 = 48. Dann wird man denjenigen Vocal $\equiv xU + yI$ setzen können, bei welchem der charakteristische Ton $\equiv xc_1 + yc_5$ ist, z. B. wird derjenige Vocal $\equiv U + I$ gesetzt werden können, bei welchem der charakteristische Ton $\equiv c_1 + c_5$, d. h. welcher um das Intervall $\frac{y}{x+y}$ 48, also hier um 24 halbe Töne höher liegt als c_1, d. h. den Vocal mit dem charakteristischen Tone c_3. Ebenso wird derjenige Vocal $\equiv U + 2I$ gesetzt werden können, welcher um das Intervall $\frac{2}{3}$ 48, also um 32

halbe Töne höher liegt als c_1, d. h. der Ton gis_3. Kommt dieser nicht unter den Partialtönen des gesungenen Grundtones vor, so haben wir schon in §. 1 gesehen, wie er durch die zwei benachbarten Partialtöne ersetzt wird.

Ganz nach demselben Princip werden wir nun auch, wenn A denjenigen Vocal a bezeichnet, bei welchem die Obertöne bis zum achten Partialtone hin in gleicher Stärke erklingen, denjenigen Vocal, der $\equiv xU + yI + zA$ ist, genau bestimmen können. Es sei zuerst P der Vocal $\equiv xU + yI$, oder auf die Tonstärke 1 gebracht $P = \frac{xU + yI}{x + y}$. Nun sei A_1 irgendeiner der in A enthaltenen Partialtöne, so wird $xU + yI + zA_1 = (x + y) P + zA_1$, der hierdurch erhaltene Ton liegt also nach dem obigen um $\frac{z}{x + y + z} i_1$ höher als P, wenn i_1 das Intervall von P zu A_1 ist. Der Vocal $xU + yI + zA$ enthält also die Obertöne, die von P um die Intervalle $\frac{z}{x + y + z} i_1$, $\frac{z}{x + y + z} i_2$, u. s. w. abweichen, vorausgesetzt, dass $i_1, i_2, \ldots$ die Intervalle zwischen P und den in A enthaltenen Obertönen $A_1, A_2, \ldots$ sind.

Ich wähle bestimmte Beispiele. Ich definire den Vocal O als $U + A$, d. h. die Obertöne von O liegen von dem charakteristischen Tone des U, also von c_1 halb so weit entfernt als die Obertöne von A. Ist z. B. c der Grundton, so enthält A die Obertöne von c_1 bis c_3, also O die Obertöne von c_1 bis c_2, also c_1 g_1 c_2, wo g_1 statt der nicht zu den Partialtönen von c gehörigen Töne eintritt, welche nach obiger Gleichung hervortreten müssten. Aehnlich kann man den Vocal $Ö$ als in der Mitte zwischen $Ü$ und A liegend annehmen, und E als in der Mitte zwischen I und A liegend. Man kann hiernach, wenn man U, I, A oder irgend drei andere Vocale, von denen einer nicht als zwischen den anderen beiden liegend erscheint, durch drei Punkte einer Ebene darstellt, jeden anderen Vocal durch einen genau bestimmten Punkt dieser Ebene darstellen.

Ich habe die Obertöne der Einfachheit wegen als

gleich stark angenommen; diese Annahme ist an sich nicht nothwendig, da die obige Darstellung auch die Principien enthält, nach denen man auch in demjenigen Falle verfahren muss, wo diese Bedingung nicht erfüllt ist. Genauere Versuche müssen erst über die relative Stärke der Obertöne entscheiden, ebenso über die Spaltung der Obertöne, wenn sie nicht zu den Partialtönen des gesungenen Grundtones gehören. Die Theorie ist also als solche noch nicht vollkommen abgeschlossen.

§. 4. Geschärfte Vocale und Diphthongen im Deutschen.

Wir unterscheiden im Deutschen unter den langen Vocalen nur a, e, i, o, u, ä, ö, ü, von denen aber ä mehr etymologisch als phonetisch von dem e, namentlich in solchen Worten, wie geben und nehmen, verschieden ist. Aber anders verhält es sich mit den kurzen Vocalen. Wenn nämlich auf den Vocal zwei Consonanten, namentlich zwei gleiche Consonanten (ll, mm u. s. w.) folgen, so ändern alle Vocale ausser a ihren Charakter, indem sie nämlich dem a um eine Stufe näher rücken. Wir nennen diese Vocale geschärfte. Die Vocale in „stumm, dünn, still“, haben den Charakter eines etwas zugespitzten o, ö, e; ferner die Vocale in „voll, völlig, hell, haben durchaus nicht mehr den Charakter des o, ö, e, sondern den einer Mittelstufe zwischen diesen Vocalen und dem a, also den Charakter a_0, $\ddot{a}_0$, *ä*, und zwar eines *ä*, wie wir es als langen Vocal gar nicht kennen, und wir müssen daher auch diese Vocale als Vocale der deutschen Sprache festhalten, was für die Erkenntniss der Diphthongen wesentlich ist. Wir haben in der jetzigen deutschen Sprache nur drei Diphthongen, die ich mit *ai*, *au*, *aü* bezeichne, und von denen wir den ersten ai und ei, den letzten äu und eu schreiben, ohne irgend einen phonetischen Unterschied dadurch zu bezeichnen. Beim Gesange werden diese Diphthongen fast in ihrer ganzen Dauer als *a* gesungen, und erst ganz am Schlusse der Uebergang in den letzten Laut des Diphthongen bewirkt, also von *a* durch

ä, *e*, zu *i*, oder durch a_0, *o* zu *u*, oder durch $ä_0$, *ö* zu *ü*. Dagegen lassen wir beim Sprechen, wenigstens in Norddeutschland, das *a* fort und sprechen $au = a_0 - o - u$, $aü = ä_0 - ö - ü$, $ai = ä - e - i$.

§. 5. Halbvocale.

Die Halbvocale schliessen sich auf's engste an die Vocale an, ja können in dieselben übergehen. Bei ihnen tritt, wie bei den Vocalen, kein Geräusch hervor, sondern nur der Grundton mit seinen Obertönen, so dass man mit jedem derselben, ohne einen Vocal zu Hülfe zu nehmen, ebenso deutlich eine Melodie singen kann wie mit den Vocalen. Ihr wesentlicher Unterschied von den Vocalen besteht nur darin, dass der Grundton schwächer ist als dort, wogegen die Obertöne kräftig hervortreten. Es gehören dahin die Nasale *m*, *n*, *ng*, ferner *l* und *r* und endlich *j* und *v*, wenn sie vocalisch gesprochen werden. Ich will die letzteren, um sie von den unten zu behandelnden Rauschlauten *j* und *v* zu unterscheiden, nach dem Vorgange von Sievers (Lautphysiologie p. 89) mit *i̯ u̯* bezeichnen. Der Grundton aller dieser Halbvocale verschwindet nur beim Flüstern.

Bei den Nasalen wird der Stimmton durch die Nase gelenkt, während die Mundhöhle nur als Resonanzraum wirkt. Der Verschluss des Mundes wird beim *m* durch die Lippen, beim *n* durch die Zungenspitze und bei *ng* (in singen, sengen, hangen, Zunge, Junge, Sprünge u. s. w.) durch den mittleren oder hinteren Theil der Zunge bewirkt. Bei dem letzteren findet die grösste Mannichfaltigkeit statt, je nach dem Theile der Zunge, der den Abschluss bewirkt, und je nach der Gestalt, die man der Mundhöhle gibt. Wird der Abschluss durch den untersten Theil der Hinterzunge bewirkt, so werden, wenn man der Mundhöhle die bei *a*, a_0, *o* eintretenden Gestalten gibt, durch Resonanz der Mundhöhle die bei jener Vocalreihe *a*, a_0, *o* erklingenden Obertöne mit ausserordentlicher Deutlichkeit und Stärke hervorgebracht. Lässt man den Verschluss

nach und nach mehr nach vorne bis nahe zur Zungenspitze vordringen, so wird der Grundton mehr gedämpft, aber auch die Obertöne werden etwas schwächer, es treten dabei je nach der Form der Mundhöhle die Obertöne der Reihen *ä* bis *e*, $ä_0$ bis *ö*, endlich, wenn der Verschluss durch die Zungenspitze bewirkt wird, die Obertöne des *i* hervor. Beim Verschluss durch die Lippen lassen sich die Obertöne des *u* und *ü* vernehmen. Die nasalirten Vocale, wie sie in den slavischen und lettischen Sprachen und zum Theil im Französischen vorkommen, entstehen, wenn der Verschluss der Mundhöhle ein unvollkommener ist, so dass ein Theil des Stimmtones durch die Nase, ein anderer durch den Mund geht. Sie bilden den Uebergang zu den eigentlichen Vocalen.

Bei *l* und *r* wird der Grundton, so wie die tieferen Obertöne durch die vorgelegte Zunge gedämpft, indem alle Töne ihren Weg um die Zungenränder herum nehmen müssen. Namentlich wird beim *l* die Zungenspitze gegen den Gaumen gedrückt und die höheren Obertöne, so wie der gedämpfte Grundton nehmen ihren Weg zu beiden Seiten der Zunge. Der Klang wird je nach der Biegung und Stellung der Zunge und je nach der Form der Mundhöhle ein sehr verschiedener; es treten dabei die Obertöne des $ä_0$, *ä*, *ö*, *e* oft mit schmetternder Deutlichkeit hervor. Das *r* unterscheidet sich vom *l* dadurch, dass statt des Andrückens der Zungenspitze an den Gaumen nur eine grosse Annäherung stattfindet, so dass ein Theil des Klanges auch über die Zungenspitze hinweg gelangen kann. So treten beim *r* dieselben, aber nicht so stark ausgeprägten Gegensätze wie beim *l* hervor. Doch macht sich der Charakter des *r* nur deutlich geltend bei dem Uebergange zum Vocal und daher, wenn es dauernd ertönen soll, beim erzitternden Schwingen der Zungenspitze, wobei ein fortdauernder Wechsel zwischen dem Klange jenes ersten *r* und dem entsprechenden Vocale stattfindet. Das schnarrende *r*, welches durch Erzitterung der Hinterzunge hervorgebracht wird und in neuerer Zeit unter den Ge-

bildeten Norddeutschlands sehr um sich gegriffen hat, wird von einem starken, die Deutlichkeit der Sprache beeinträchtigenden Geräusche begleitet und ist daher nicht mehr den Halbvocalen zuzuzählen und überhaupt als ein Fehler in der Aussprache zu bezeichnen. Beide *r* und *l* entwickeln sich durch stärkeres Hervorheben des Grundtones in manchen Sprachen, wie im Sanskrit, zu selbstständigen, d. h. Silben bildenden Vocalen.

Die Halbvocale *i̯* und *u̯* unterscheiden sich von *j* und *v* durch das Fehlen des Geräusches, von *i* und *u* durch die Schwäche des Grundtones. Das englische *w* stellt seiner Aussprache nach den Halbvocal *u̯*, und der Laut, der z. B. im englischen *use* dem *u*-Vocale hervorgeht, den Halbvocal *i̯* getreu dar. Ebenso erscheint der Halbvocal *u̯* im Deutschen in der Verbindung *qu*. Akustisch möglich wäre auch der Halbvocal *ü̯*, der jedoch nirgends gebräuchlich zu sein scheint.

§. 6. Charakteristik der Geräuschlaute.

Alle Consonanten ausser den Halbvocalen sind durch Geräusche charakterisirt. Das Geräusch unterscheidet sich von dem harmonischen Zusammenklingen der Töne durch die sehr grosse, oder auch unendliche Menge unharmonischer Töne, aus denen es zusammengesetzt ist. Um die Geräusche, wie sie namentlich in den Sprachlauten hervortreten, einigermaassen fixiren zu können, unterscheide ich erstens solche Geräusche, in denen sich einzelne von der übrigen Masse deutlich gesonderte Töne vernehmen lassen, und solche, in denen die Töne eine mehr stetige Reihe bilden. Die ersteren treten in den Zischlanten hervor, bei denen durch das Zerspringen der kleinen Bläschen der Mundfeuchtigkeit zwischen den Zähnen sehr hohe, deutlich vernehmbare Töne hervorgebracht werden, die aber weder unter sich, noch mit dem etwa vorhandenen Grundtone in Harmonie stehen, sondern deren Höhe vorzugsweise von der zufälligen Grösse der zerspringenden Bläschen abzuhängen scheint. Ferner unterscheide ich

die Breite des Geräusches. Darunter verstehe ich das Intervall, innerhalb dessen die ungefähr gleich starken Töne, die das Geräusch bilden, liegen. Ich sage also z. B. ein Geräusch habe die Breite einer Octave, wenn die (nahe gleich starken) Töne, die es bilden, sich innerhalb der Grenzen einer Octave halten. Unter mittlerer Höhe eines Geräusches verstehe ich das Mittel aller Töne, die das Geräusch bilden. So werden sich die Geräusche durch ihre Breite und Höhe auch schon vermittelst des aufmerkenden Ohres wenigstens annäherungsweise unterscheiden lassen. Eine genaue Zergliederung eines Geräusches würde freilich die Zerlegung desselben in seine einzelnen Töne und die Bestimmung der Stärke dieser Töne erfordern. Aber von der Lösung dieser Aufgabe sind wir bei dem jetzigen Stande unserer akustischen Hülfsmittel noch sehr weit entfernt; und es bleibt uns gegenwärtig kaum etwas übrig, als eine ungefähre Schätzung der Geräusche nach den obenangegebenen Kategorien. In der Sprache können wir die Geräuschlaute theilen in dauernde (Dauerlaute) und momentane (Stosslaute); die ersteren wieder in hauchende und zischende, und sie alle wieder in harte und weiche. Das Geräusch tritt am deutlichsten hervor bei den harten Dauerlauten. Es hängt seine Breite und Höhe bei den Hauchlauten hauptsächlich von der Stelle ab, an welcher die Verengung gebidet wird, durch welche der Hauch hindurchzudringen gezwungen ist, und von der damit in Verbindung stehenden Resonanz der Mundhöhle. Dadurch ist der Unterschied der Geräuschlaute nach den Sprachorganen bedingt. Bei den Zischlauten tritt zu dieser Verengung noch die Verengung, die durch Aneinanderschliessen oder Annäherung der Zahnreihen oder durch Annäherung einer Zahnreihe an das Sprachorgan entsteht, hinzu, und es mischt sich jenem Hauchgeräusche zugleich das hierdurch bewirkte Zischgeräusch bei. Bei den weichen Dauerlauten tritt ausserdem in der Regel, obwohl nicht gerade nothwendig, ein durch Schwingung der Stimmbänder erzeugter Grundton hinzu, der diese

Laute den Vocalen nähert und es ermöglicht, auch mit ihnen eine, freilich von einem sausenden Geräusche begleitete Melodie mit voller Deutlichkeit vorzutragen. Zu den dauernden Geräuschen gehören auch die geflüsterten Vocale und Halbvocale, von denen die ersteren, wie unten gezeigt wird, auch beim lauten Sprechen sich unter gewissen Umständen den Consonanten beigesellen.

§. 7. Die Hauchlaute.

Ich bezeichne die harten Hauchlaute der Kürze wegen mit *ph*, *th*, *ch*, *kh* und die entsprechenden weichen mit *bh*, *dh*, *gh*, *h*. Sie ermangeln alle des zischenden Geräusches, das die im folgenden Paragraphen zu behandelnden Zischlaute auszeichnet. Unter den harten Hauchen wird *ph* durch Annäherung der beiden Lippen aneinander hervorgebracht und unterscheidet sich dadurch von dem zischenden Laute *f*, bei dem die Unterlippe der oberen Zahnreihe genähert wird. Das entstehende Geräusch hat die mittlere Höhe etwa des c_2, also dem charakteristischen Tone des *u* entsprechend. Das *th* hat ungefähr den Klang des englischen harten *th*, nur dass das zischende Geräusch, das diesem oft beiwohnt, fehlt. Das Geräusch scheint hier ein zusammengesetztes zu sein; ich höre, wenn ich es richtig ausspreche, ein Geräusch von der mittleren Höhe des c_3, aber vermischt mit viel höheren Tönen, welche den höchsten Zischtönen nahe kommen. Das *ch* entsteht durch Herandrängen des mittleren oder hinteren Theils der Zunge an den gegenüberstehenden Gaumen, das *kh* ebenso durch Herandrängen des untersten Theils der Hinterzunge an den gegenüberstehenden Theil der Kehle. Letzteres kann als ein verstärktes *h* aufgefasst werden und entspricht dem *ch* der Schweizer und dem *chet* der Hebräer. Es zeigt sich hier besonders deutlich, wie die Laute *ch* bis *kh* eine ganz stetige Reihe bilden, deren einzelne Laute sich akustisch sehr wesentlich unterscheiden. Man erkennt die mittlere Tonhöhe dieser Geräusche (des *ch* bis *kh*) so deutlich, dass man sogar annähernd eine Melodie durch

diese Geräusche, wenn man die Aufmerksamkeit auf ihre mittlere Tonhöhe richtet, hörbar machen kann. Diese mittlere Tonhöhe erreicht bei dem *ch*, wie es in „riechen, siech“ ausgesprochen wird, die Höhe des c_4 und kann leicht bis zu g_4 gesteigert werden, und sinkt bei dem *ch* in „suchen, Tuch“ bis zu c_2 herunter. Geht man zu dem *ch*, wie wir es in „ach“ sprechen und zu dem *kh* der Schweizer über, so wird das Geräusch, indem sich seine mittlere Höhe vertieft, zugleich breiter, so dass es zuletzt die Breite des *a*, d. h. die Breite von zwei Octaven annimmt. Bei den weichen Hauchen, ausser bei *h*, kann zugleich ein Stimmlaut (bei dem die Stimmbänder schwingen) eintreten, im übrigen unterscheiden sie sich von den harten Hauchen nur dadurch, dass die Organe, welche die Verengung bewirken, nicht so nahe aneinandertreten, und der Hauch nicht so stark hindurchgetrieben wird. Die Geräusche werden dadurch viel schwächer und beim *h* wird es so geringe, dass, wenn man versucht, mit ihm einen Stimmton zu verbinden, sogleich ein Vocal entsteht. Es versteht sich nach dem Obigen von selbst, dass *bh* durch Annäherung der beiden Lippen hervorgebracht wird und sich dadurch von dem *v* scheidet, welches durch Annäherung der Unterlippe an die obere Zahnreihe entsteht und den Zischlauten zugehört. Das *gh* ist der Laut, den wir im Deutschen mit *j* bezeichnen.

§. 8. Die Zischlaute.

Die harten Zischlaute sind *f*, *s*, *sch*, *ç*. Hier verstehe ich unter *s* das harte *s* (gewöhnlich *ſs* geschrieben) und unter *ç* den im Sanskrit üblichen Zischlaut, den man erhält, wenn man beim Sprechen des *ch* die Zahnreihen aneinanderhält. Das *f* habe ich schon oben (§. 7) als Zischlaut charakterisirt. Die weichen Zischlaute, welche jenen harten entsprechen, bezeichne ich mit *v*, *z*, *ẓ*, *ç̣*. Der erstere ist das deutsche *w*, der zweite das weiche *s*, wie wir es im Deutschen anlautend vor Vocalen sprechen, und das französische *z*; mit *ẓ* bezeichne ich den Laut des

französischen *j* (in *je*, *jamais* u. s. w.). Der Laut *c̣*, der die Erweichung des *ç* ist, ist jetzt kaum noch in einer Sprache nachweisbar. Doch hat Ascoli gezeigt, dass er im Sanskrit oder in der indogermanischen Ursprache einst vorhanden gewesen sein muss. Auch hier lassen sich dem *ẓ* durch verschiedene Stellung der Zunge verschiedene Modificationen mittheilen, durch die man stetig zu dem vorherbeschriebenen Laute *c̤* gelangen kann. Mit den weichen Zischlauten lässt sich ebenso wie mit den weichen Hauchlauten ein Stimmton verbinden. Dieser fehlt bei den harten Zischlauten gänzlich; aber dagegen ist das Geräusch so stark, dass man *st*, *scht* als Interjectionen gebraucht, die weithin hörbar sind.

§. 9. Die momentanen Laute (Stosslaute).

Die Stosslaute entsprechen genau den Hauchlauten, indem an die Stelle der Verengung der vollkommene Verschluss tritt, und auch die Geräusche sind im wesentlichen dieselben, nur dass sie hier von äusserst kurzer Dauer, fast momentan sind, und sich daher der akustischen Beobachtung viel mehr entziehen. Das durch sie hervorgebrachte Geräusch tritt besonders ein, wenn der folgende Luftstrom oder Ton die bisherige Verschlussstelle durchbricht, viel unvollkommener, wenn der Luftstrom oder Ton vorhergeht und durch den plötzlich eintretenden Verschluss gehemmt wird. Die harten Stosslaute sind *p t k* –̓̓ und die entsprechenden weichen *b d g* –̓. Mit dem Zeichen –̓ drücke ich den Spiritus lenis der Griechen aus, und mit –̓̓ den entsprechenden harten Laut. Auch im Deutschen sind diese Laute vorhanden, obwohl wir sie nicht durch die Schrift bezeichnen, so z. B. hört man in „verachten“ je nach der weicheren oder härteren Aussprache zwischen dem *r* und *a* jene Laute sehr deutlich. Auch sie sind als Consonanten aufzufassen, obwohl wir sie nicht als solche schreiben. Ferner ist zu bemerken, dass *k* und *g* dieselben Lautabstufungen zeigen, wie sie oben bei *ch* und entsprechend bei *gh* (*j*) dargestellt sind;

aber auch *t* und *d* zeigen viele, akustisch schwer festzustellende Modificationen. Die Artikulation der Stosslaute ist verschieden je nach ihrer Verbindung mit anderen Lauten. Am deutlichsten ist dieselbe unmittelbar vor Vocalen oder vor *r* und *l*. Hingegen wird die Artikulation undeutlicher am Schlusse der Wörter und Silben, wo im Deutschen nur die harten Stosslaute erscheinen (auch wo sie als weiche geschrieben werden), und vor anderen Stosslauten wie in den Verbindungen *pt, kt*. Hier wird nun, um die Eigenthümlichkeit des Stosslautes deutlicher hervortreten zu lassen, hinter den Stosslaut ein geflüsterter Vocal hinzugefügt, bei uns meist ein geflüstertes *e*, bei den Russen und anderen slavischen Völkern theils ein geflüstertes *i* (oder *e*), theils ein geflüstertes *u* (oder *o*), was auch in der Schrift bezeichnet und unterschieden wird. Der Unterschied zwischen den harten und weichen Stosslauten besteht wesentlich nur in der grösseren oder geringeren Intensität, mit welcher der Verschluss aufgehoben wird, um dem folgenden Laute den Durchgang zu verstatten. Man hat irrigerweise die weichen Stosslaute als tönende Laute aufgefasst. Niemals bildet sich bei ihnen ein wirklicher Ton aus; denn wenn das wäre, so müsste man z. B. mit *b*, ohne einen Vocal hinzuzufügen, eine Melodie hervorbringen können, was unmöglich ist. Veranlassung zu diesem Irrthum hat ein Geräusch gegeben, welches sich unter Umständen mit den weichen Stosslauten verbinden kann. Dies Geräusch tritt am deutlichsten hervor, wenn man ein Wort, wie im Englischen, mit einem weichen Stosslaute schliesst; alsdann tritt statt des geflüsterten Vocales, der dann nach dem harten Stosslaute ertönt, ein eigenthümlicher Laut hervor, den man „Blählaut" genannt hat. Dies Geräusch des Blählautes tritt weder aus dem Munde, noch aus der Nase hervor; beide kann man verschliessen, ohne den Laut zu beeinträchtigen. Es entsteht dieser Laut, indem die Luft aus der Lunge durch die etwas verengte Stimmritze in den geschlossenen Mundraum getrieben wird. Er ist für die Hervorbringung

der weichen Stosslaute überflüssig, ja sogar durch seinen unangenehmen Klang störend.

Endlich sind hier noch die sogenannten Aspiraten des Sanskrit, wie es heute gesprochen wird, zu erwähnen. Sie werden in der jetzigen indischen Aussprache so ausgesprochen, dass der nach dem Verschlusse hervortretende Vocal oder Halbvocal zuerst mit starkem Hauche begleitet wird. Man hat es also hier nicht mit eigenthümlichen Consonanten zu thun, sondern mit eigenthümlichen Modificationen des Vocales.

Schlussbemerkung.

Ich habe hier versucht, das ganze Gebiet der Sprachlaute nach ihrer akustischen Eigenthümlichkeit, wie sie vom Ohre vernommen werden, darzulegen. Ich habe mich dabei der einfachsten Mittel bedient, wie sie jeder, der für Musik empfänglich ist, ohne Anwendung künstlicher Hülfsapparate in Thätigkeit setzen und der Prüfung unterziehen kann. Keineswegs glaube ich damit überall einen definitiven Abschluss erzielt zu haben, vielmehr muss vieles nur als ein erster Versuch gelten. Die Anwendung zweckmässiger Hülfsapparate, durch die man die Klänge und Geräusche zerlegen kann, halte ich keineswegs für überflüssig oder geringfügig, sondern ich erkenne sie für die genaue Feststellung der Laute geradezu als nothwendig an. Aber bei dem Mangel zuverlässiger Hülfsapparate blieb mir nichts anderes übrig, als das Ohr unmittelbar zu befragen. Und ein Hauptzweck des gegenwärtigen Aufsatzes ist es, zu solchen genauen, vollkommen objectiven Versuchen anzuregen. Die Resonatoren können dabei in Ermangelung anderer Apparate wesentliche Dienste leisten. Aber sie bedürfen zuvor noch einer genauen Prüfung. Ihre Theorie ist, wie die treffliche Arbeit von Grinwis[1]) beweist, keineswegs abgeschlossen. Daher sind die Resonatoren, die man zur Zerlegung der Laute anwenden will, vorher experimentell genau zu prüfen. Namentlich ist festzustel-

1) Pogg. Ann. CLX. p. 276.

len, inwiefern sie eine Reihe gegebener, auch ihrer Stärke nach fixirter Töne in ihrem Intensitätsverhältnisse abändern. Dass sie eine solche Abänderung bewirken, ist von vornherein klar, da die Töne, die dem Eigentone des Resonators nicht entsprechen, nur geschwächt, aber nicht ausgetilgt werden, und dies gilt namentlich von den Tönen, die mit dem Eigentone des Resonators in Harmonie stehen. Diese Verhältnisse müssen erst durch Versuche genau festgestellt werden, ehe man sich der Resonatoren zu einer untrüglichen Analyse der Laute bedienen kann. Wie trüglich dagegen diese Analyse ohne jene Voruntersuchungen ist, sieht man aus den gewiss mit grosser Sorgfalt angestellten Versuchen von Auerbach,[1]) deren Resultate er in seiner Tabelle II[2]) dargelegt hat. Diese Tabelle steht mit den unmittelbar durch das Ohr zu vernehmenden Thatsachen im grellsten Widerspruch. Zwar sucht der Verfasser jenes Aufsatzes auf eine sinnreiche Weise diese Tabelle mit den Erfahrungen in grösseren Einklang zu bringen, indem er die gefundenen Intensitätszahlen in je zwei Factoren zerlegt und so die Tabellen III und IV ableitet, durch die er zu einfacheren Resultaten zu gelangen sucht. Aber auch dadurch ist nichts gewonnen; denn das Ohr zerlegt eben die Intensitäten der von ihm wahrgenommenen Töne nicht in solche Factoren, sondern kann jede Intensität nur als ein Ganzes auffassen. Bei den mangelhaften Apparaten, die mir auf diesem Gebiete zu Gebote stehen, kann ich es nicht unternehmen, die obenangedeutete Voruntersuchung der Resonatoren anzustellen und so die Analyse der Sprachlaute auf festere objective Grundlagen aufzubauen. Es wäre mir äusserst erwünscht, wenn dieser Aufsatz zu solchen Untersuchungen anregte.

Ein zweites wichtiges, ja unentbehrliches Mittel, um das Wesen der Sprachlaute und namentlich der Vocale objectiv festzustellen, ist die von Helmholtz angewandte

---

1) Pogg. Ann. Ergbd. VIII. p. 177.
2) l. c. p. 190.

Methode, die Klänge aus einfachen Tönen zusammenzusetzen und die so erhaltenen Klänge mit den zu untersuchenden zu vergleichen. Aber bei der Schwierigkeit, einfache Töne, namentlich in den höheren Tonlagen zu erhalten, hat Helmholtz dies Verfahren nur in wenigen Combinationen anwenden können. Es wäre sehr schön, wenn man ein Instrument bauen könnte, welches nur einfache Töne angäbe. Undenkbar ist ein solches keineswegs. Man könnte z. B. schwingende Zungen eines Harmoniums anwenden, durch angefügte Resonatoren die Obertöne fast ganz austilgen und die Hinterwand dieser Resonatoren an einen Resonanzboden fügen. Man würde dadurch bei geschickter Ausführung wohl zu einem Instrumente gelangen können, welches von Obertönen fast ganz frei wäre, und könnte dann durch Koppelung leicht alle Vocale auf demselben hervorbringen.

Stettin, den 19. Mai 1877.

X. *Ueber eine bequeme Form der Quecksilberpumpe nach Sprengel's Princip; von G. Hüfner.*

Seit einigen Jahren bediene ich mich zur Entgasung lufthaltiger Flüssigkeiten einer kleinen Quecksilberpumpe nach Sprengel's Princip, die ich schon einmal an einem anderen Orte,[1]) in einer Abhandlung physiologischen Inhalts, beschrieben habe. Ich glaube nunmehr den bequemen Apparat auch den Physikern empfehlen zu dürfen, nachdem sich derselbe selbst für feinere physikalische Messungen als brauchbar erwiesen hat.

Die Pumpe weicht in ihrer Construction von anderen Formen, namentlich von der von Frankland[2]) benutzten,

1) Journ. f. prakt. Chemie. II. p. 10. 11.

2) Siehe Handbook for the Physiological Laboratory by Klein, Burdon-Sanderson, Foster, Brunton. London 1873. Plates, Fig. 199.

darin ab, dass sie wesentlich der von Bunsen bei seiner Wasserpumpe angewendeten Modification nachgebildet ist.

Der ganze, nur etwa 130 Ctm. hohe Apparat (Taf. IV Fig. 4a u. b) besteht nämlich 1) aus einer eisernen, 2 Ctm dicken, auf einem Dreifusse ruhenden, oben umgebogenen Stange *A*, 2) dem gläsernen, durchaus soliden, d. h. aller Kautschukverbindungen baaren, Röhrenwerke *B*, 3) einer etwa 1.5 Liter fassenden, dickwandigen, oben offenen, zur Aufnahme des Quecksilbers bestimmten Glaskugel *C*, 4) einem mit einem Hahne versehenen Verbindungsstück aus Gusseisen, *D*, und endlich 5) einem polirten, hölzernen Brette *E*, welches zugleich als Schutz und Unterlage für die gläsernen Röhren und als Träger des Gefässes *F* und der Scala *G* für das Manometer dient.

Das gläserne, 90 Ctm. lange, am unteren Ende um- und wieder ein wenig aufwärtsgebogene Fallrohr *a*, ebenso wie der Verbindungsbogen *b* und die Manometerröhre *c*, haben eine Wandstärke von 3 und einen inneren Durchmesser von nur 2 Mm.; während das Röhrenstück *d*, in welches eine Fortsetzung von *b* eingelöthet ist, etwa 1 Ctm. Weite besitzt. In diesen weiteren Theil mündet seitlich das gebogene Einfallrohr *e* und dieses ist oben in den nach unten ragenden Hals *f* einer kurzen eisernen Schraubenmutter *g* eingekittet, in welche das zu *D* gehörige, aussen mit Schraubenwindungen versehene gusseiserne Rohr *h* von oben hineinpasst. Durch Anziehen der Schraubenmutter wird *h* gegen einen im Grunde der ersteren gelegenen Lederring oder auch direct gegen den eisernen Grund gepresst und so eine Verbindung des eisernen mit dem gläsernen Röhrensysteme erzielt, die völlig luftdicht ist. Das halbkreisförmige Röhrenstück *b* ist, nachdem es seitlich das Manometerrohr *c* abgegeben, rechtwinklig nach hinten umgebogen, derart, dass der horizontale Theil desselben das hölzerne Bret durchsetzt und auf dessen Rückseite mit einem Trockenrohre communiciren kann. Wie aus der Zeichnung (Tafel IV Fig. 4b) ersichtlich, besteht

der dem Brette zugekehrte Schenkel dieses im wesentlichen *u*-förmig gestalteten Rohres aus vier kleinen Kügelchen, die nur durch etwa 1.5 Mm. weite Oeffnungen mit einander in Verbindung stehen; während das untere horizontale Stück eine grössere, etwa 25 Ctm. fassende Kugel trägt, die zur Hälfte mit concentrirter Schwefelsäure gefüllt wird. Der andere, dem Brette zugekehrte Schenkel ist nur an der unteren Umbiegungsstelle verjüngt. Er ist mit Glasperlen gefüllt, die mit concentrirter Schwefelsäure oder Phosphorsäure benetzt sind. Das ganze *U*-rohr ist bei *i* an jenen horizontalen Theil des Röhrenstückes *b* angeschliffen und wird ausserdem durch eine hölzerne, am Brette befestigte Klammer unterstützt, deren einer Arm beweglich ist und sich mittelst einer metallenen Schraube mehr oder weniger fest gegen den unteren Röhrentheil andrücken lässt. Bei *v* endlich ist ein längeres Röhrenstück angeschliffen, das sich nöthigenfalls an irgendwelches beliebige Gefäss, welches evacuirt werden soll, anschmelzen lässt.

Der ganze eben beschriebene Apparat wiegt kaum mehr als 30 Pfd. und lässt sich bequem mit der Hand von einer Stelle zur anderen bringen.

Soll die Pumpe in Gang gesetzt werden, so ist es rathsam, nach dem Eingiessen des Quecksilbers in die Kugel den gusseisernen Hahn nur sehr allmählich und niemals vollständig zu öffnen. Ist die Auspumpung zu Ende, dauert aber das Fallen des Quecksilbers noch fort, so hört man ein scharfes metallisches Hämmern; und sind Quecksilber und Röhrensystem beide genügend trocken, so sieht man im Dunkeln, namentlich an der Stelle, wo das Einfallrohr *e* in den weiteren Raum *d* einmündet und wo beim Anprallen an die innere Fortsetzung von *b* das Quecksilber in eine Menge kleinerer Tröpfchen zerstiebt, ein fortwährendes Aufblitzen von electrischen Funken.[1])

---

1) Den fertigen Apparat liefert in vortrefflicher Weise Hr. Mechanikus Albrecht in Tübingen.

Als Beweis für die Brauchbarkeit des Apparates zu Messungen gebe ich im Folgenden einige Werthe für den Absorptionscoefficienten des Stickstoffs für Wasser, welche in meinem Laboratorium mit Hülfe desselben bestimmt wurden. Diese Bestimmungen geschahen ebenso sehr zur Prüfung des Apparates und der Methode wie zur Lösung gewisser Fragen aus der Blutchemie, die mir sehr dringlich gefordert schienen.

Es galt z. B. genau festzustellen, wie viel atmosphärischer Stickstoff von reinem Wasser bei Temperaturen zwischen 30° — 40° und bei dem durchschnittlichen Barometerstande des Versuchsorts absorbirt werden kann. Zu diesem Zwecke wurde sorgfältig gereinigtes und ausgekochtes Wasser während des Abkühlens so lange heftig mit reiner atmosphärischer Luft geschüttelt, bis es die gewünschte Temperatur, für welche der Absorptionscoefficient bestimmt werden sollte, erreicht hatte. Dann wurde es sogleich in eine mit einem Hahne verschliessbare Glaskugel von bekanntem Rauminhalte gefüllt, und nach Anschluss desselben an die Pumpe, — unter Zwischenschaltung eines Schaumapparates, aber unter Vermeidung jeglicher Kautschukverbindungen — bei Zimmertemperatur (17°—19°) ausgepumpt. Da die benutzten Glaskugeln stets mehr als 200 Cc. fassten, so wurde das Wasser nach scheinbar beendeter Auspumpung meist noch während einer ganzen Nacht mit dem Vacuum in directer Berührung gelassen. Es geschah, damit auch die letzten Spuren von Gas noch Zeit gewännen, allmählich aus der verhältnissmässig grossen Flüssigkeitsmasse zu entweichen, und in der That fand sich dann auch am Morgen regelmässig noch eine erhebliche Anzahl von Bläschen. Die in einem Eudiometer gesammelten Gase wurden gemessen, der Sauerstoff durch Verpuffen mit Wasserstoff entfernt und die vorhandene Stickstoffmenge in bekannter Weise, und zwar ausgedrückt in Cc. und reducirt auf 0° und 1 M. Druck, berechnet.

Die Bestimmung des Absorptionscoefficienten mit Hülfe

der beobachteten und der berechneten Werthe geschah nach folgender Ueberlegung.

Bezeichnet man als Absorptionscoefficienten eines Gases für eine Flüssigkeit nicht, wie es Bunsen aus praktischen Rücksichten thut, dasjenige auf 0° und 0.76 M. Quecksilberdruck reducirte Gasvolumen, welches von der Volumeneinheit einer Flüssigkeit unter dem Quecksilberdruck 0.76 M. absorbirt wird, sondern versteht man darunter nur ganz allgemein, d. h. ohne Rücksicht auf irgendwelchen Druck, das Verhältniss des absorbirenden Flüssigkeitsvolumens zum absorbirten Gasvolumen, so wird man erwarten dürfen, dass dieses Verhältniss, — Gleichheit der Temperatur vorausgesetzt —, immer ein constantes bleiben werde, wie auch der Druck sich ändern möge. Bezeichnet man daher dieses Verhältniss mit α, das gegebene Flüssigkeitsvolumen mit V, das durch Auspumpung aus diesem gewonnene Gasvolumen, reducirt auf 0° und 1 M. Druck und ausgedrückt in Cc., mit v, endlich den Druck, unter dem das Gas absorbirt wurde, mit P, so erhält man:

$$(1) \qquad \alpha = \frac{v}{VP} = \text{Const.}$$

Da nun in den vorliegenden Versuchen der Druck P gleich war dem jeweiligen Barometerstande b, multiplicirt mit dem Partialdrucke des Stickstoffs β, ausgedrückt in Bruchtheilen der Einheit, $= 0.7904$, so gilt hier speciell:

$$(2) \qquad \alpha = \frac{v}{Vb\,0.7904} = \text{Const.}$$

Eine Reihe verschiedener Versuche, in welchen Wasser ausgepumpt wurde, das jedesmal bei 35°, aber bei verschiedenem Barometerstande mit atmosphärischer Luft geschüttelt worden war, lieferte mir nach dieser Gleichung für α die folgenden einzelnen Werthe:

Nummer des Versuchs.	α
1	0.012230
2	0.011710
3	0.012678
4	0.012677
5	0.014569
6	0.012720
7	0.011938
8	0.012250
9	0.012670

Mittel = 0.012605

Ebenso erhielt ich als Mittel aus den Resultaten von fünf einzelnen Versuchen für die Temperatur 30° den Werth $\alpha = 0.01311$, für die Temperatur 40° die Zahl 0.01207 und als Resultat eines einzigen Versuchs für die Temperatur 25° die Zahl 0.013536. Mit Zugrundelegung dieser vier Werthe erhält man für die zwischen 20°—40° liegenden Temperaturgrade die Interpolationsformel:

(3) $$\alpha = 0.0160291 - 0.00009834\, t.$$

Temperatur.	Coefficient gefunden.	Coefficient nach Formel 3 berechnet.	Differenz.
25°	0.013536	0.013571	+ 0.000035
30°	0.013110	0.013079	− 0.000031
35°	0.012605	0.012587	− 0.000018
40°	0.012070	0.012096	+ 0.000026

Es leuchtet alsbald ein, dass die mit Hülfe der eben beschriebenen Methode gefundenen Absorptionscoefficienten des Stickstoffs für Wasser als mit den Bunsen'schen gleichsinnig und daher als unmittelbare Fortsetzung der von ihm veröffentlichten Reihe benutzt werden können.

Auch ist es sehr erfreulich und man darf es gewiss

als einen Beweis für die Sicherheit der gefundenen Zahlen wie für die Brauchbarkeit des benutzten Instrumentes betrachten, dass die wesentlich mit Hülfe der Quecksilberpumpe gewonnenen Werthe eine Interpolationsformel ergeben, nach welcher sich für die Temperatur von 20° nahezu der gleiche Absorptionscoefficient berechnet, wie nach der Bunsen'schen Formel:

α für $20^0 = 0.01403$ (Bunsen)
α „ $20^0 = 0.01406$ (Hüfner).

Sind die Absorptionscoefficienten für eine weitere Reihe von Temperaturen bekannt und bezeichnet man den beobachteten Barometerstand wiederum mit b, den Partialdruck des Stickstoffs in der Atmosphäre, ausgedrückt in Bruchtheilen der Einheit, mit β, das absorbirende Flüssigkeitsvolumen mit V und das bei einer bestimmten, in jener Reihe enthaltenen, Temperatur und dem Barometerstande b absorbirte Gasvolumen, reducirt auf 0° und 1 M. Druck, mit v, so erhält man v aus der Gleichung:

$$v = \alpha V b \beta. \qquad (4)$$

Temp.	b	V	v gefunden.	v nach Formel (4) berechnet.	$\delta =$ Differenz.	δ^2
35°	0.7280	100	0.70360	0.72427	− 0.02067	0.00042725
—	0.7285	—	0.67460	0.72477	− 0.05017	0.00251710
—	0.7292	—	0.73071	0.72546	+ 0.00525	0.00002763
—	0.7252	—	0.72663	0.72148	+ 0.00515	0.00002652
—	0.7254	—	0.83529	0.72168	+ 0.11361	0.01290700
—	0.7321	—	0.73607	0.72835	+ 0.00772	0.00005960
—	0.7328	—	0.69144	0.72905	− 0.03761	0.00141450
—	0.7350	—	0.71173	0.73123	− 0.01950	0.00038025
—	0.7350	—	0.73628	0.73123	+ 0.00505	0.00002550

$$\Sigma \delta^2 = 0.01779235$$

$$\varepsilon = \text{mittlerer Fehler} = \sqrt{\frac{0.01779235}{8}} = \pm\ 0.0472;$$

$$r = \text{wahrscheinlicher Fehler} = 0.6745 \,.\, \varepsilon = \pm\ 0.0318.$$

Vorstehende ohne weiteres verständliche Tabelle gibt nun am besten einen Maasstab für den Grad der Genauigkeit, bis zu welchem sich mit Hülfe der Pumpe der Stickstoff aus reinem Wasser gewinnen lässt.

Bei Betrachtung der Fehlergrösse hat man sich indess wohl zu erinnern, dass dieselbe nicht allein durch die Pumpe, sondern auch und vor allen Dingen durch die Analyse des gesammelten Gases bedingt worden ist.

Gerade der analytische Fehler musste auf das Endresultat deshalb von bedeutenderem Einflusse sein, weil trotz der angewandten Flüssigkeitsmasse die Menge des gesammten Gases doch immer eine sehr geringe blieb.

Für den Physiologen ist es interessant und wichtig, zu sehen, dass die procentische Menge von Stickgas, welche reines Wasser bei Bluttemperatur und bei dem mittleren Barometerstande eines Ortes in sich aufnehmen kann, bedeutend kleiner ist als der Procentgehalt an Stickgas, der bei Blutgasanalysen am selben Orte constatirt zu werden pflegt. Vorläufige Versuche mit Lösungen von reinem Blutfarbstoff machen es nicht unwahrscheinlich, dass der Absorptionscoefficient des Stickstoffs schon für solche ein grösserer ist als für reines Wasser.

Tübingen, Ostern 1877.

XI. *Bunsenin, ein neues Tellurmineral; von Dr. Josef Alexander Krenner.*

(Aus der Természetrajzi Füzetek 1. Heft 1877 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Unter den von Prof. A. Schuller in Nagyág gesammelten Tellurerzen fand ich ein bisher unbekanntes.

Es zeigt licht stahlgraue, meist stark geriefte kleine

Krystalle, welche auf Quarz sitzen, mit dessen Krystallen sie innig verwachsen sind.

Die 1—2 Mm. grossen Krystalle sind selten symmetrisch ausgebildet, sondern erscheinen gewöhnlich als mehr oder minder gekrümmte Täfelchen, deren Hauptgestalt durch die Tangentialflächen der nach drei Richtungen sich hinziehenden Streifen und Riefen bestimmt wird.

Prof. V. Wartha, der die Freundlichkeit hatte, dieses Mineral einer qualitativen chemischen Analyse zu unterziehen, fand, dass es aus Gold und Tellur besteht.

Ein gelbes derbes Tellurgold ist schon bekannt, es ist dies der von Genth nach seinem Fundorte benannte Calaverit.[1])

Ich erlaube mir, dieses graue, krystallisirte nagyáger Tellurgold, nach Prof. R. Bunsen als demjenigen, welcher sich durch die Entdeckung und Verbesserung chemisch-mineralogischer Untersuchungsmethoden so grosse Verdienste um die Mineralogie erworben hat, Bunsenin[2]) zu nennen, um so mehr, als es gerade dieser berühmte Fachmann war, welcher ein anderes nagyáger Tellurmineral, den Nagyágit nach seinen wunderbar subtilen Methoden in die einzelnen Bestandtheile zerlegte.

Die Krystalle erwiesen sich als rhombisch. Sie bestehen hauptsächlich aus dem Grundprisma, einem Doma und den zwei oder drei Endflächen, zu welchen Gestalten sich oft eine stumpfe Pyramide gesellt. Ausser obigem Prisma kann man noch vier andere beobachten.

Die beobachteten Flächen sind nach Miller's und Naumann's Bezeichnung:

a	100	$\infty\bar{P}\infty$	*n*	130	$\infty\breve{P}3$
b	010	$\infty\breve{P}\infty$	*k*	320	$\infty\bar{P}\frac{3}{2}$
c	001	$0P$	*l*	210	$\infty\bar{P}2$
m	110	∞P	*d*	011	$\breve{P}\infty$
s	120	$\infty\breve{P}2$	*p*	122	$\breve{P}2$

1) Silliman J. 1868. (2) XLV. p. 134.

2) Der Name Bunsenit ist bereits vergriffen.

Die Grundpyramide wurde nicht beobachtet.

Die Spaltbarkeit ist basisch nach $c = 001$ und eine ausgezeichnete zu nennen.

Zur Grundlage der Berechnung wurden die nachfolgenden, an einem sehr guten Krystall gefundenen Normal-Winkel genommen:

$$m\,m = 110\ 1\bar{1}0 = 86^{0}\,20' \qquad m\,d = 110\ 011 = 71^{0}\,53'$$

Die übrigen Flächen ergaben im Mittel folgende Neigung:

122 011 = 13° 41′	110 120 = 18° 43′
122 001 = 30° 5′	010 130 = 19° 38′
122 110 = 61° 46′	100 210 = 25 — 25½° crc.
122 1$\bar{2}$2 = 52° 20′	100 320 = 32° crc.
010 011 = 63° 0′	

Aus obigen Grundmessungen würden sich folgende Flächenneigungen berechnen:

010 011 = 62° 58′	120 122 = 59° 57.7′
001 011 = 27° 2′	122 110 = 61° 42.5′
122 100 = 76° 22.8′	010 130 = 19° 33.8′
122 010 = 63° 47.2′	100 210 = 25° 7.5′
122 001 = 30° 2.3′	100 320 = 32° 1′
011 122 = 13° 37.2′	100 120 = 61° 56.3′

Die treppenartige Riefung und Streifung ist nicht das Resultat von Zwillingsbildungen — was ich besonders betonen zu müssen glaube — sondern die Folge von parallelen Wiederholungen der Flächen.

Die Riefung findet statt:

1. In der Prismenzone meist durch Wiederholung der Flächen 110 und 010.

2. In der Doma-Pyramidenzone, und zwar zweifach, an beiden Seiten der Krystalle, nämlich meist durch das vielfache Auftreten der Flächen 011 und 122.

Diese beobachteten Combinationen werden durch die Figuren Taf. IV 5a—5d versinnlicht. Und zwar zeigt:

die Fig. 5a die gewöhnlichste Combination der Formen 100, 010, 110 und 011.

Fig. 5b jene von 100, 010, 001, 110, 120, 011 und 112.

Fig. 5c besteht aus den Flächen 100, 010, 110, 120, 011 und den selteneren 210, 320, 130, während

Fig. 5d aus 100, 010, 110, 011, 112 Gestalten besteht und einerseits die durch die Wiederholung von 110 und 010, andererseits durch jene von 122 und 011 entstandene Riefung darstellt.

Was die nähere chemische Constitution dieses interessanten Minerals betrifft, so wird diese wohl mein geehrter Freund Prof. V. Wartha, welcher die chemische Analyse desselben freundlichst zugesagt hat, baldigst ermitteln.

Wird der Bunsenin in morphologischer Beziehung mit anderen Mineralien verglichen, so ergibt sich:

1. Dass seine Gestalt übereinstimmt mit einem anderen in morphologischer Beziehung mir schon seit einigen Jahren bekannten Tellurerze aus Nagyág, welches aber aus Gold, Tellur und Silber besteht, und unter dem mehrdeutigen Sammelnamen „Weisserz“[1]) eine Rolle spielt. Dieses weisse Mineral zeigt:

$$100\ 110 = 43^\circ\ 12'$$
$$011\ 110 = 72^\circ\ 3'$$

Dasselbe spaltet auch ausgezeichnet basisch.

2. Unser Mineral, mit dem offenbányaer Sylvanit[2]) verglichen, ergibt Folgendes: nach Miller beträgt bei letzterem die Neigung des Prisma zu der Macroendfläche

---

1) Dieses in Königswasser gelegt, lässt einen weissen Rückstand von Chlorsilber zurück, während der Bunsenin ebenso behandelt, ohne diesen sich vollkommen löst.

2) Hier muss ich bemerken, dass ich auf Grund des in meinen Händen befindlichen Materiales Kokscharow's Ansicht über das Krystallsystem des Sylvanites nicht beipflichten kann, vielmehr der älteren Miller's, wonach derselbe rhombisch ist, beitreten muss.

34° 36′, während beim Bunsenin das berechnete $^3/_4$ Prisma zu derselben Endfläche einen Winkel von 35° 8′ ergäbe, wonach die Differenz 0° 32′ wäre.

Beim Sylvanit ist ferner das Brachydoma zur Brachyendfläche 48° 28′ geneigt; dieser Winkelwerth auf den dreifachen Indices berechnet, ergibt 73° 33′, während beim Bunsenit 001 010 = 74° 46.7′ beträgt. Die Differenz ist hier 1° 13.7′.

3. Wird der Bunsenin mit dem ebenfalls basisch spaltenden Discrasit verglichen, so sehen wir, dass bei letzterem nach Miller das mit dem Buchstaben *q* bezeichnete Prisma 130 zu 100 eine Neigung von 60° besitzt. Beim Bunsenin ist 100 120 = 61° 56.3′, daher 1° 53′ Differenz.

In der Doma-Zone des Discrasit ist das Brachydoma zur Brachyfläche unter 56° 7′ geneigt, während bei unserem Minerale die gleichgenannten Flächen eine Neigung von 62° 58′ zeigen; wird dieser Werth auf das $^3/_4$ Doma berechnet, so erhalten wir 55° 46′; dies mit obigen verglichen gibt eine Differenz von 0° 21′.

Die Isomorphie des Bunsenins mit dem nagyáger „Weisserze“ halte ich für unzweifelhaft, hingegen wird sich über die Frage des Isomorphismus von obigem Mineral mit dem Sylvanit und dem Diskrasit erst dann ein begründetes Urtheil fällen lassen, wenn sowohl die Analyse des Bunsenins, wie eine erneuerte von reinen Sylvanitkrystallen vorliegen wird.

Reines ausgewähltes federerzfreies Material von letzterem, bin ich gerne bereit geübten chemischen Händen anzuvertrauen.

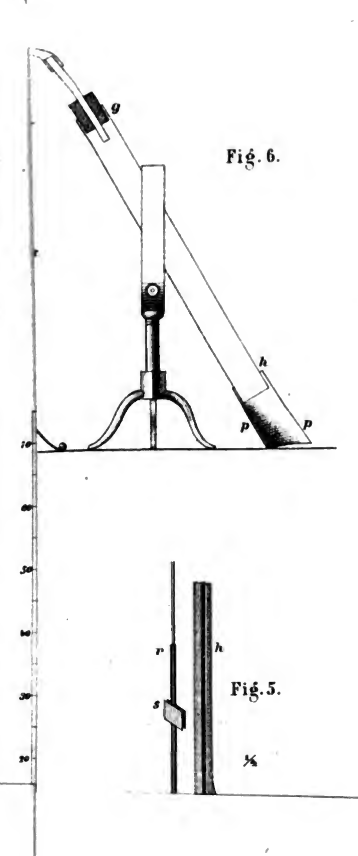
Budapest, Polytechnikum. Anfang Januar 1877.

Druckfehler.

p. 126 Z. 1 v. u. l. Pogg. Ann. LXXIII, LXXIV, LXXV statt Jubelband p. 344.

„ 130 „ 2 v. u. l. Pogg. Ann. CXXXIII, CXXXV, Ergbd. VI statt LXXXIII, LXXXV, Ergbd. VI.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.


g
Fig. 6.
h
p
p
r
h
Fig. 5.
s
⅛

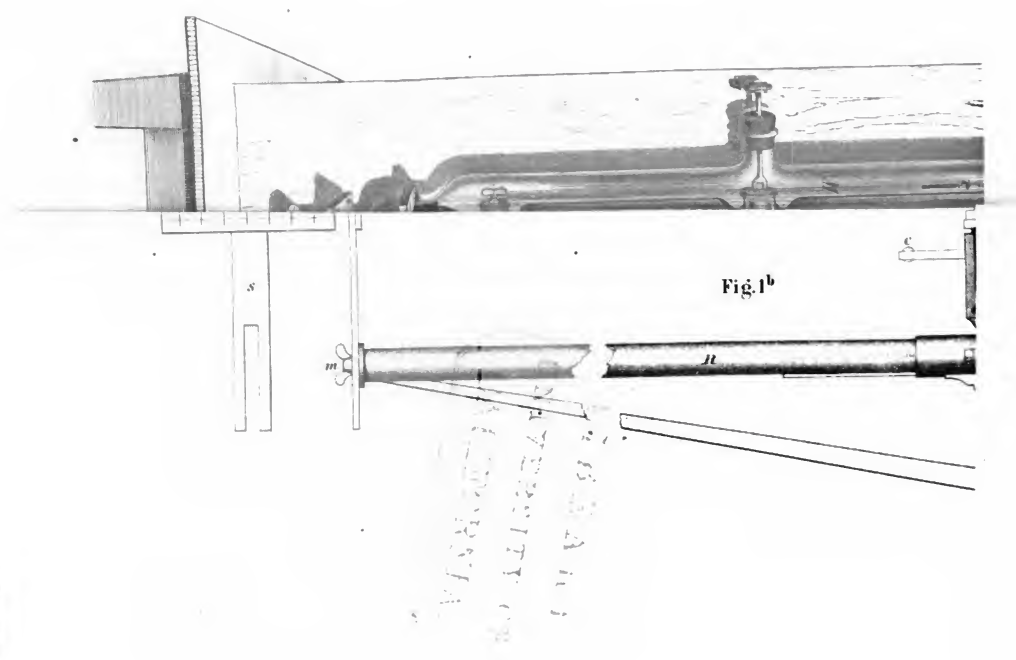
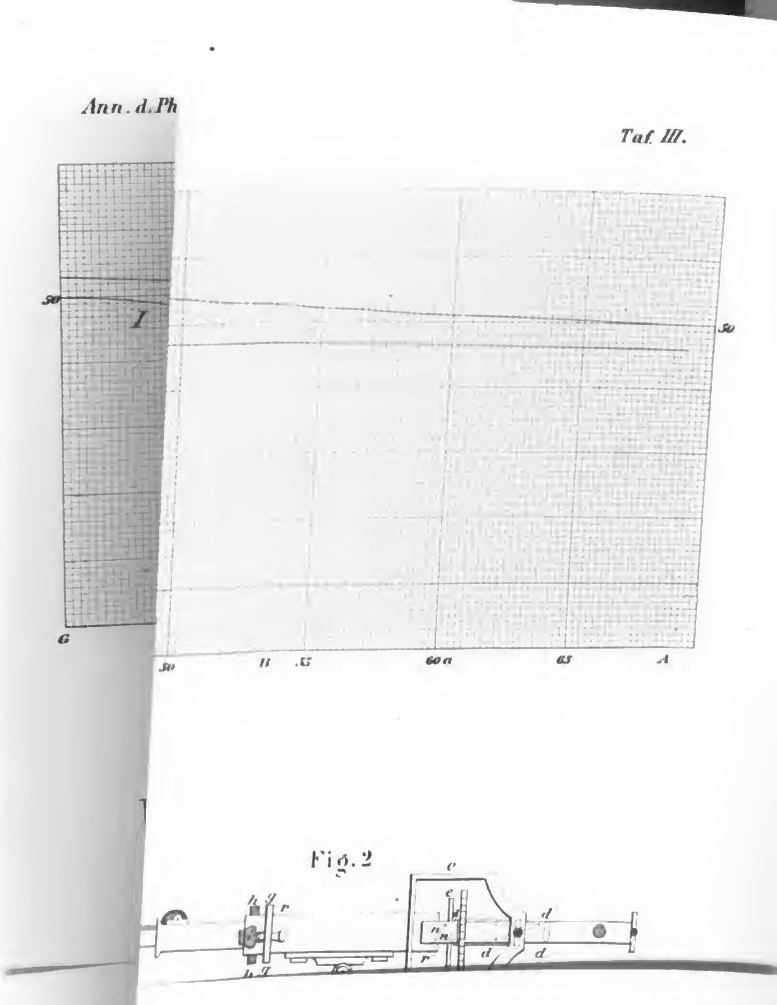


Fig. 1^{b}

Ann. d. Ph

Taf. III.



50 50

G 50 B 55 60 a 65 A

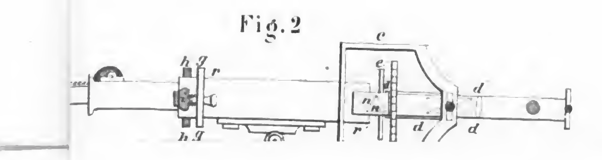
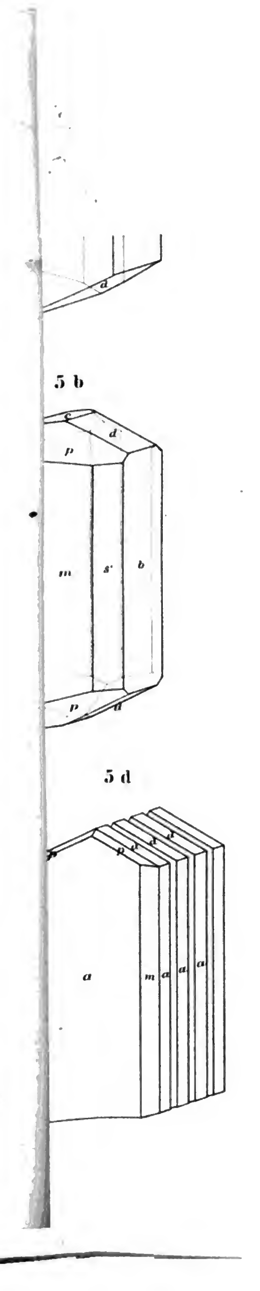


Fig. 2


d
5 b
c
d
p
m
s
b
p
d
5 d
p
d
d
d
a
m
a
a
a